

# Table des matières

|                                                                            |           |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introduction</b>                                                        | <b>1</b>  |
| <b>1 Aspects théoriques</b>                                                | <b>3</b>  |
| 1.1 Introduction . . . . .                                                 | 5         |
| 1.2 Le Modèle Standard . . . . .                                           | 5         |
| 1.2.1 La symétrie de jauge locale $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . . . . .        | 5         |
| 1.2.2 La matrice CKM . . . . .                                             | 10        |
| 1.2.2.1 Nombre de paramètres libres . . . . .                              | 11        |
| 1.2.2.2 Paramétrisations . . . . .                                         | 12        |
| 1.2.2.3 Invariants de la matrice CKM . . . . .                             | 13        |
| 1.2.2.4 Valeur numérique des éléments de matrice . . . . .                 | 13        |
| 1.3 Formalisme du mélange $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . . . . .             | 15        |
| 1.3.1 Matrice de masse et de désintégration . . . . .                      | 15        |
| 1.3.2 Détermination des états propres de masse . . . . .                   | 18        |
| 1.3.3 Evolution temporelle du mélange $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . . . . . | 21        |
| 1.4 Les oscillations et le Modèle Standard . . . . .                       | 25        |
| 1.4.1 Calcul électrofaible de $H_{eff}^{ \Delta B =2}$ . . . . .           | 26        |
| 1.4.2 Détermination de $\Delta m_q$ - Corrections QCD . . . . .            | 32        |
| 1.4.3 Incertitudes théoriques . . . . .                                    | 36        |
| 1.5 Les oscillations et le triangle d'unitarité . . . . .                  | 40        |
| 1.5.1 Le triangle d'unitarité . . . . .                                    | 40        |
| 1.5.2 Les contraintes actuelles au triangle d'unitarité . . . . .          | 42        |
| 1.5.3 Apport de $\Delta m_s$ - Estimation théorique . . . . .              | 47        |
| 1.5.4 Hors du Modèle Standard . . . . .                                    | 50        |
| 1.6 Durées de vie des mésons beaux . . . . .                               | 52        |
| 1.7 Conclusions . . . . .                                                  | 55        |
| <b>2 Dispositif expérimental et analyse des données</b>                    | <b>61</b> |
| 2.1 Le détecteur DELPHI . . . . .                                          | 63        |
| 2.1.1 Structure générale du détecteur . . . . .                            | 63        |
| 2.1.2 Performances du détecteur de vertex . . . . .                        | 65        |
| 2.1.3 Identification des muons . . . . .                                   | 66        |
| 2.1.4 Identification des électrons . . . . .                               | 67        |
| 2.2 Chaîne d'analyse et sélection des événements . . . . .                 | 67        |

|          |                                                                                                                   |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.2.1    | Analyse des données . . . . .                                                                                     | 68         |
| 2.2.2    | Sélection des événements . . . . .                                                                                | 68         |
| <b>3</b> | <b>Outils nécessaires à l'étude temporelle du mélange <math>B_q^0 - \overline{B}_q^0</math></b>                   | <b>71</b>  |
| 3.1      | Choix de la méthode . . . . .                                                                                     | 73         |
| 3.1.1    | Les méthodes intégrales . . . . .                                                                                 | 73         |
| 3.1.2    | Méthode dépendant du temps . . . . .                                                                              | 77         |
| 3.2      | Étiquetage du quark beau à la désintégration . . . . .                                                            | 78         |
| 3.2.1    | Coupures cinématiques . . . . .                                                                                   | 80         |
| 3.2.2    | Compositions . . . . .                                                                                            | 81         |
| 3.2.3    | Pureté de l'étiquetage utilisant un lepton . . . . .                                                              | 82         |
| 3.3      | Etiquetage à la production . . . . .                                                                              | 84         |
| 3.3.1    | Présentation de la méthode . . . . .                                                                              | 84         |
| 3.3.2    | Pureté de l'étiquetage . . . . .                                                                                  | 86         |
| 3.3.3    | Pureté de l'étiquetage et produits de désintégration . . . . .                                                    | 88         |
| 3.4      | Reconstruction du temps propre . . . . .                                                                          | 90         |
| 3.4.1    | Estimation de la distance de vol . . . . .                                                                        | 91         |
| 3.4.1.1  | Reconstruction du vertex primaire . . . . .                                                                       | 92         |
| 3.4.1.2  | Reconstruction du vertex de désintégration du méson B . . . . .                                                   | 93         |
| 3.4.1.3  | Performances de l'algorithme de reconstruction . . . . .                                                          | 95         |
| 3.4.2    | Estimation de l'énergie . . . . .                                                                                 | 97         |
| 3.4.2.1  | Principe . . . . .                                                                                                | 97         |
| 3.4.2.2  | Performances de la mesure de l'impulsion du B . . . . .                                                           | 99         |
| 3.4.3    | Ajustement combiné du vol et de l'énergie . . . . .                                                               | 99         |
| 3.4.3.1  | Principe . . . . .                                                                                                | 99         |
| 3.4.3.2  | Résultats . . . . .                                                                                               | 102        |
| 3.5      | Résolutions temporelles . . . . .                                                                                 | 103        |
| 3.5.1    | Accord données - simulation . . . . .                                                                             | 103        |
| 3.5.1.1  | Contrôle de la distance de vol . . . . .                                                                          | 103        |
| 3.5.1.2  | Contrôle de la mesure de l'impulsion . . . . .                                                                    | 107        |
| 3.5.2    | Paramétrisation des fonctions de résolution temporelle . . . . .                                                  | 108        |
| 3.5.2.1  | Paramétrisation des désintégrations directes $b \rightarrow \ell$ . . . . .                                       | 110        |
| 3.5.2.2  | paramétrisation pour les désintégrations en cascade: $b \rightarrow$<br>$c \rightarrow \overline{\ell}$ . . . . . | 115        |
| 3.5.2.3  | paramétrisations du charme et du fond . . . . .                                                                   | 117        |
| 3.5.3    | Paramétrisation de la fonction d'acceptance . . . . .                                                             | 117        |
| <b>4</b> | <b>Procédure d'ajustement</b>                                                                                     | <b>121</b> |
| 4.1      | Principe de la mesure des oscillations temporelles des mésons beaux . . . . .                                     | 123        |
| 4.1.1    | Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .                                                                     | 123        |
| 4.1.2    | Densités de probabilité individuelles . . . . .                                                                   | 124        |
| 4.2      | Calcul numérique de la fonction de vraisemblance . . . . .                                                        | 127        |
| 4.2.1    | Limitations de calcul . . . . .                                                                                   | 127        |
| 4.2.2    | Les tables d'intégration . . . . .                                                                                | 128        |

|          |                                                                                              |            |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3      | Application : visibilité des oscillations . . . . .                                          | 129        |
| 4.4      | La simulation rapide . . . . .                                                               | 130        |
| 4.4.1    | Génération des événements . . . . .                                                          | 132        |
| 4.4.2    | Vérification de la procédure d'ajustement . . . . .                                          | 133        |
| 4.4.2.1  | Précision des calculs . . . . .                                                              | 133        |
| 4.4.2.2  | Oscillations du système $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . . . . .                                 | 136        |
| 4.4.2.3  | Combinaison de deux mesures . . . . .                                                        | 137        |
| <b>5</b> | <b>Mesure de la durée de vie du méson <math>\overline{B}_d^0</math></b>                      | <b>141</b> |
| 5.1      | Signature des mésons $\overline{B}_d^0$ par le couple $D^{*\pm} - \ell^\mp$ . . . . .        | 143        |
| 5.1.1    | Présentation du canal . . . . .                                                              | 143        |
| 5.1.2    | Autres contributions à l'état final $D^{*\pm} - \ell^\mp$ . . . . .                          | 144        |
| 5.1.2.1  | les désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux . . . . .                              | 144        |
| 5.1.2.2  | les autres sources . . . . .                                                                 | 146        |
| 5.2      | Reconstruction inclusive des $D^*$ . . . . .                                                 | 147        |
| 5.2.1    | principe de la méthode . . . . .                                                             | 147        |
| 5.2.2    | Estimation du fond combinatoire . . . . .                                                    | 147        |
| 5.3      | Reconstruction du temps propre du méson $\overline{B}_d^0$ . . . . .                         | 150        |
| 5.4      | Mesure de la durée de vie du méson $\overline{B}_d^0$ . . . . .                              | 153        |
| 5.4.1    | Détermination des différentes composantes . . . . .                                          | 153        |
| 5.4.1.1  | Composantes dans le signal . . . . .                                                         | 155        |
| 5.4.1.2  | Composantes dans le fond combinatoire . . . . .                                              | 158        |
| 5.4.2    | Mesures des temps de vie dans la simulation . . . . .                                        | 160        |
| 5.4.3    | Mesure de la durée de vie du méson $\overline{B}_d^0$ . . . . .                              | 163        |
| 5.4.4    | Étude des erreurs systématiques . . . . .                                                    | 163        |
| 5.4.5    | Durée de vie mesurée pour le méson $\overline{B}_d^0$ . . . . .                              | 167        |
| 5.4.6    | Évaluation de la constante de désintégration $f_B$ . . . . .                                 | 170        |
| <b>6</b> | <b>Mesure de la fréquence d'oscillation du système <math>B_d^0 - \overline{B}_d^0</math></b> | <b>173</b> |
| 6.1      | Analyse lepton-charge du jet . . . . .                                                       | 175        |
| 6.1.1    | Principe de la méthode . . . . .                                                             | 175        |
| 6.1.2    | Composition de l'échantillon . . . . .                                                       | 175        |
| 6.1.3    | Contrôle de la durée de vie inclusive des hadrons beaux . . . . .                            | 178        |
| 6.1.3.1  | Mesure de la durée de vie inclusive des événements simulés . . . . .                         | 178        |
| 6.1.3.2  | Mesure de la durée de vie inclusive des événements réels . . . . .                           | 179        |
| 6.1.4    | Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés . . . . .                                 | 183        |
| 6.1.5    | Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles . . . . .                                    | 184        |
| 6.1.6    | Évaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$ . . . . .                 | 185        |
| 6.2      | Analyse $(\pi^*, \ell)$ -charge du jet . . . . .                                             | 189        |
| 6.2.1    | Principe de la méthode . . . . .                                                             | 189        |
| 6.2.2    | Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés . . . . .                                 | 191        |
| 6.2.3    | Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles . . . . .                                    | 192        |
| 6.2.4    | Évaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$ . . . . .                 | 196        |
| 6.3      | Conclusion . . . . .                                                                         | 197        |

|          |                                                                                             |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>7</b> | <b>Etude de la fréquence d'oscillation du système <math>B_s^0 - \overline{B}_s^0</math></b> | <b>201</b> |
| 7.1      | Introduction . . . . .                                                                      | 203        |
| 7.2      | Méthodes permettant d'extraire une limite inférieure sur $\Delta m_s$ . . . . .             | 204        |
| 7.2.1    | Utilisation de la fonction de vraisemblance . . . . .                                       | 204        |
| 7.2.1.1  | Présentation . . . . .                                                                      | 204        |
| 7.2.1.2  | Probabilités d'exclusion . . . . .                                                          | 207        |
| 7.2.1.3  | Le traitement des erreurs systématiques . . . . .                                           | 207        |
| 7.2.2    | La méthode de l'amplitude . . . . .                                                         | 208        |
| 7.2.2.1  | Principe . . . . .                                                                          | 209        |
| 7.2.2.2  | Probabilité d'exclusion . . . . .                                                           | 211        |
| 7.2.2.3  | Erreurs systématiques et combinaisons d'expériences . . .                                   | 212        |
| 7.3      | Application aux données . . . . .                                                           | 212        |
| 7.3.1    | Limite statistique . . . . .                                                                | 212        |
| 7.3.2    | Limite incluant les erreurs systématiques . . . . .                                         | 214        |
|          | <b>Conclusions</b>                                                                          | <b>221</b> |
|          | <b>Annexes</b>                                                                              | <b>223</b> |
| A        | Expression de la matrice de masse du système $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . . . . .           | 225        |
| B        | Calculs intermédiaires du diagramme en boîte . . . . .                                      | 230        |
| C        | Calcul des intégrales $A_{ij}$ . . . . .                                                    | 233        |
|          | <b>Remerciements</b>                                                                        | <b>239</b> |

# Introduction

Cette thèse a été réalisée au sein de l'expérience Delphi, l'une des quatre collaborations travaillant au CERN sur l'anneau du LEP.

A partir des données enregistrées de 1991 à 1994, ce qui représente la majorité des événements recueillis au pôle du  $Z^0$  (phase LEPI), nous avons mesuré de façon précise la durée de vie du méson  $B_d^0$  ainsi que la fréquence d'oscillation du système  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . Nous avons également mis une limite sur la fréquence d'oscillation du système  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ .

Les événements sélectionnés contiennent un lepton émis à grande impulsion transverse par rapport à l'axe du jet et l'étiquetage de la nature  $b$  ou  $\bar{b}$  du quark émis au sein d'un jet est réalisé en mesurant la charge moyenne de ce jet. Nous avons utilisé pour la première fois une méthode inclusive de reconstruction de  $D^{*\pm}$  pour la mesure de la durée de vie et des oscillations des mésons  $B_d^0$  ( $\overline{B}_d^0$ ). Ceci nous a permis d'augmenter par un facteur variant de cinq à sept les statistiques habituellement disponibles pour ce canal et d'obtenir la mesure la plus précise de la durée de vie du  $B_d^0$ .

Ces mesures ont été obtenues grâce à un logiciel élaboré au cours de ce travail de thèse. Ce logiciel est d'un usage plus général que ce qui est présenté ici et est actuellement utilisé pour étudier d'autres canaux: événements di-leptons,  $D_s - \ell$ ,  $\phi\ell$ , ....

Dans le premier chapitre nous faisons le point sur le formalisme des oscillations  $B^0 - \overline{B}^0$  et nous indiquons quelles sont les précisions de mesure actuelles sur les différents paramètres. Nous montrons comment des mesures de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$  peuvent contraindre le triangle d'unitarité dans le cadre du Modèle Standard. Le lien entre les mesures de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$ , et les paramètres de la matrice CKM est cependant obscurci par la présence de termes dont la valeur dépend de notre connaissance actuelle des interactions fortes non perturbatives ( $f_B$ ,  $B_B$ ...). Nous présentons une approche expérimentale qui doit permettre de mesurer  $f_B$  à partir de la connaissance très précise (au pour-cent) des durées de vie des mésons  $B_d^0$  et  $B^-$ .

Le second chapitre décrit le détecteur et plus particulièrement les composantes qui interviennent de manière cruciale dans notre analyse.

Le troisième chapitre décrit en détail comment est mesuré le temps de vie des hadrons

$B$  à partir des mesures de leur distance de vol et de leur impulsion. Une partie importante de ce travail a consisté, à maîtriser les différences résiduelles entre les données réelles et la simulation.

Le chapitre quatre explique le formalisme utilisé pour extraire les mesures des différents paramètres à partir des échantillons étudiés. Les difficultés liées aux calculs numériques mis en œuvre sont abordées.

Les chapitres suivants sont consacrés aux mesures.

Le chapitre cinq porte sur la mesure de la durée de vie du méson  $B_d^0$  dans le canal  $\overline{B_d^0} \rightarrow D^{*+} \ell \overline{\nu}_\ell$ .

Dans le chapitre six, deux méthodes de mesure de la fréquence d'oscillation du système  $B_d^0 - \overline{B_d^0}$  sont présentées.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à l'étude des oscillations du système  $B_s^0 - \overline{B_s^0}$ . La méthode permettant d'extraire une limite inférieure sur  $\Delta m_s$  y est développée.

# Chapitre 1

## Aspects théoriques

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                              |           |
|------------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Introduction . . . . .</b>                                                | <b>5</b>  |
| <b>1.2</b> | <b>Le Modèle Standard . . . . .</b>                                          | <b>5</b>  |
| 1.2.1      | La symétrie de jauge locale $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . . . . .                | 5         |
| 1.2.2      | La matrice CKM . . . . .                                                     | 10        |
| 1.2.2.1    | Nombre de paramètres libres . . . . .                                        | 11        |
| 1.2.2.2    | Paramétrisations . . . . .                                                   | 12        |
| 1.2.2.3    | Invariants de la matrice CKM . . . . .                                       | 13        |
| 1.2.2.4    | Valeur numérique des éléments de matrice . . . . .                           | 13        |
| <b>1.3</b> | <b>Formalisme du mélange <math>B_q^0 - \overline{B}_q^0</math> . . . . .</b> | <b>15</b> |
| 1.3.1      | Matrice de masse et de désintégration . . . . .                              | 15        |
| 1.3.2      | Détermination des états propres de masse . . . . .                           | 18        |
| 1.3.3      | Evolution temporelle du mélange $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . . . . .         | 21        |
| <b>1.4</b> | <b>Les oscillations et le Modèle Standard . . . . .</b>                      | <b>25</b> |
| 1.4.1      | Calcul électrofaible de $H_{eff}^{ \Delta B =2}$ . . . . .                   | 26        |
| 1.4.2      | Détermination de $\Delta m_q$ - Corrections QCD . . . . .                    | 32        |
| 1.4.3      | Incertitudes théoriques . . . . .                                            | 36        |
| <b>1.5</b> | <b>Les oscillations et le triangle d'unitarité . . . . .</b>                 | <b>40</b> |
| 1.5.1      | Le triangle d'unitarité . . . . .                                            | 40        |
| 1.5.2      | Les contraintes actuelles au triangle d'unitarité . . . . .                  | 42        |
| 1.5.3      | Apport de $\Delta m_s$ - Estimation théorique . . . . .                      | 47        |
| 1.5.4      | Hors du Modèle Standard . . . . .                                            | 50        |
| <b>1.6</b> | <b>Durées de vie des mésons beaux . . . . .</b>                              | <b>52</b> |
| <b>1.7</b> | <b>Conclusions . . . . .</b>                                                 | <b>55</b> |

---

## 1.1 Introduction

Le rôle des symétries dans la physique moderne est fondamental. Ces symétries sont constituées de l'ensemble des transformations qui peuvent être appliquées au système physique, ou au repère d'où il est observé, sans altérer les propriétés observables de ce système. Les considérer permet non seulement de découvrir un ordre sous-jacent à la diversité apparente des particules, mais aussi de révéler les lois dynamiques qui régissent leur évolution. Voyons quelques exemples utiles en physique des hautes énergies.

La conservation de certaines quantités fondamentales résulte du respect des symétries continues. Ainsi, postuler que le résultat d'une expérience physique ne dépende pas de l'orientation du laboratoire, conduit à la conservation de l'impulsion (le laboratoire pouvant être translaté) et du moment angulaire (rotation du laboratoire).

Il existe également des symétries discrètes qui ne dépendent que d'un nombre fini d'éléments. La parité, la conjugaison de charge et le renversement du temps en sont trois exemples. Bien que ces symétries ne soient pas exactes, on peut montrer, moyennant certaines hypothèses (localité et invariance de Lorentz), que la théorie des champs respecte le produit de ces trois transformations [1]. Une conséquence importante de cette propriété est l'égalité des masses et des temps de vie d'une particule et de son anti-particule.

Les symétries de jauge locales jouent un rôle essentiel en physique des hautes énergies. Partant d'un Lagrangien décrivant des particules libres, le respect de ces symétries permet de déduire un terme d'interaction prescrivant la façon dont les particules interagissent entre elles.

Nous verrons dans la prochaine section, les conséquences du respect de la symétrie de jauge locale  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  du Modèle Standard électrofaible. Nous en déduirons l'origine de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa dont les propriétés feront l'objet de la section suivante. Nous nous attacherons ensuite, à exposer le formalisme d'oscillation des mésons neutres. Finalement, les paramètres fondamentaux du mélange  $B^0 - \overline{B}^0$  seront calculés en fonction de ceux du Modèle Standard afin d'en faire une estimation théorique.

## 1.2 Le Modèle Standard

### 1.2.1 La symétrie de jauge locale $SU(2)_L \times U(1)_Y$

Le Modèle Standard possède deux parties distinctes : le modèle électrofaible et la Chromo-Dynamique-Quantique (QCD). La QCD fondée sur la symétrie  $SU(3)$  de couleur, décrit l'interaction forte véhiculée par les champs de jauge, les gluons. Dans cette partie, nous ne décrirons que le modèle électrofaible responsable du phénomène d'oscillation et des désintégrations des mésons beaux étudiés dans cette thèse.

Dans les années 60, Glashow, Weinberg et Salam [2] proposèrent une théorie invariante de jauge fondée sur le groupe de symétrie  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , permettant d'unifier l'interaction électromagnétique et l'interaction faible. Les constituants principaux du modèle électrofaible sont alors :

- les fermions dont les champs d'hélicité gauche se transforment comme des doublets sous l'action du groupe de symétrie d'isospin faible  $SU(2)_L$  et les composantes droites comme des singlets. Le groupe  $U(1)_Y$  agit indifféremment sur les composantes gauches et droites.

Les fermions se regroupent donc selon :

$$\begin{aligned} \text{leptons : } \ell_L^i &= \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ e_L^i \end{pmatrix}, e_R^i & \text{ avec } \nu^{i=1,2,3} = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \quad \text{et } e^{i=1,2,3} = e^-, \mu^-, \tau^- \\ \text{quarks : } q_L^i &= \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}, u_R^i, d_R^i & \text{ avec } u^{i=1,2,3} = u, c, t \quad \text{et } d^{i=1,2,3} = d, s, b \end{aligned}$$

Nous avons supposé qu'il n'y a pas de neutrinos droits, ces derniers n'étant sensibles à aucune interaction (nous supposons la masse des neutrinos nulle).

- les bosons de jauge qui comprennent les trois bosons  $W_\mu^i$ , associés aux générateurs du groupe  $SU(2)_L$ , et le boson  $B_\mu$  associé à  $U(1)_Y$ . Les générateurs du groupe satisfont la relation de Gell-Mann-Nishijima :

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \tag{1.1}$$

où  $Q$  désigne la charge électrique,  $T_3$  la troisième composante de l'isospin faible, ( $Q u_L = \frac{2}{3}u_L$  et  $T_3 u_L = +\frac{1}{2}u_L$ ) et  $Y$  l'hypercharge faible. Nous désignons par  $g_1$  et  $g_2$  les constantes de couplage respectives de  $U(1)_Y$  et  $SU(2)_L$ .

- Les champs scalaires complexes qui sont nécessaires à la théorie pour donner une masse aux bosons  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  ainsi qu'aux fermions :

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \phi^c = \begin{pmatrix} \phi^{(0)*} \\ -\phi^{(-)} \end{pmatrix} = i\tau_2 \phi^* \tag{1.2}$$

$\phi$  représentant le doublet de Higgs et  $\phi^c$  son C-conjugué.

Le Lagrangien du Modèle Standard électrofaible noté dorénavant  $\mathcal{L}_{SM}^{(EW)}$  doit être invariant sous la transformation locale :

$$\begin{aligned} f_L &\rightarrow e^{i(\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{T} + \beta(x)Y)} f_L \\ f_R &\rightarrow e^{i\beta(x)Y} f_R \end{aligned} \quad (1.3)$$

$f$  désignant indifféremment un lepton ou un quark,  $\vec{\alpha}$  et  $\beta$ , des fonctions quelconques de l'espace-temps. Cette invariance est satisfaite si, partant du Lagrangien décrivant une particule libre de masse nulle, on remplace l'opérateur dérivatif  $\partial_\mu$  par la dérivée covariante associée au groupe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . On écrit donc respectivement pour les doublets et les singlets :

$$\begin{aligned} \partial_\mu &\rightarrow D_\mu^{(d)} = \partial_\mu + ig_2 \left( \vec{W}_\mu \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \right) + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \\ \partial_\mu &\rightarrow D_\mu^{(s)} = \partial_\mu + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \end{aligned} \quad (1.4)$$

Cette substitution donne naissance au premier terme de  $\mathcal{L}_{SM}^{(EW)}$  qui décrit les interactions des fermions avec les champs de jauge :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f, G) &= \sum_{j=1}^3 \left\{ \overline{\ell}_L^j i\gamma^\mu D_\mu^{(d)} \ell_L^j + \overline{q}_L^j i\gamma^\mu D_\mu^{(d)} q_L^j \right\} \\ &+ \sum_{j=1}^3 \left\{ \overline{e}_R^j i\gamma^\mu D_\mu^{(s)} e_R^j + \overline{u}_R^j i\gamma^\mu D_\mu^{(s)} u_R^j + \overline{d}_R^j i\gamma^\mu D_\mu^{(s)} d_R^j \right\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

A ce stade, l'unification des interactions électromagnétique et faible n'apparaît pas clairement. On y remédie en exprimant les champs de jauge en fonction des champs physiques. On pose alors :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} W_\mu^+ \\ W_\mu^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & +i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^1 \\ W_\mu^2 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$\theta_W$  désignant l'angle de mélange de Weinberg, tel que  $\cos\theta_W = g_2/\sqrt{g_2^2 + g_1^2}$ . Afin d'identifier  $A_\mu$  au champ électromagnétique, il convient de faire apparaître la constante de couplage électromagnétique. On remarque en substituant (1.6) dans (1.5) qu'il suffit alors d'identifier :

$$e = g_2 \sin\theta_W \quad (1.7)$$

Une deuxième contribution à  $\mathcal{L}_{SM}^{(EW)}$  provient des termes d'énergie cinétique des champs de jauge :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} \overrightarrow{W}_{\mu\nu} \overrightarrow{W}^{\mu\nu} - B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (1.8)$$

$W^{\mu\nu}$  et  $B^{\mu\nu}$  étant l'analogue du tenseur électromagnétique  $F^{\mu\nu}$  dans le cadre d'une théorie non-abélienne. L'expression de ces tenseurs en fonction des champs physiques permet d'en déduire les couplages tri et quadri-linéaire des bosons vecteurs.

Jusqu'à présent, la théorie échafaudée n'est valable que pour des particules non massives, un terme de masse en  $m\bar{\Psi}\Psi$  violant l'invariance de jauge. Les bosons vecteurs acquièrent une masse via une brisure spontanée de symétrie analogue à une transition de phase. Ce mécanisme, nommé mécanisme de Higgs, se réalise de la façon suivante. On introduit une nouvelle contribution à  $\mathcal{L}_{SM}^{(EW)}$  sous la forme :

$$\mathcal{L}(H, G) = |D_\mu^{(d)}\phi|^2 - V(\phi) \quad (1.9)$$

avec

$$V(\phi) = \mu^2|\phi|^2 + \lambda(\phi)^4 \quad (1.10)$$

On choisit  $\mu^2 < 0$  et  $\lambda > 0$  afin de donner une valeur non nulle à l'état fondamental  $\phi_0 = \langle 0|\phi|0 \rangle$ .  $\phi_0$  vérifie alors  $|\phi_0| = (-\mu^2/\lambda)^{1/2} \equiv v/\sqrt{2}$ . Une infinité de solutions est possible. C'est le choix d'une solution particulière qui constitue une brisure de symétrie. Ce choix est dicté de façon à ne pas briser  $U(1)_{EM}$ , le sous-groupe de jauge électromagnétique. Dans ces conditions, la charge de  $\phi_0$  doit être nulle, ce qui autorise deux solutions :

$$\phi_0 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, Y = 1 \right\} \text{ ou } \phi_0 = \left\{ \begin{pmatrix} v/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, Y = -1 \right\}$$

On choisit par convention la première solution. On a donc, après brisure spontanée de symétrie (B.S.S.) :

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{B.S.S.} U(1)_{EM}$$

On développe ensuite le champ  $\phi$  autour du minimum  $\phi_0$ , et l'invariance de jauge locale permet de ne laisser subsister qu'un champ physique :  $H(x)$ , le champ de Higgs.  $\phi(x)$  prend alors la forme :

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \text{ et } \phi^c(x) = \begin{pmatrix} \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

En le substituant dans le Lagrangien  $\mathcal{L}(H,G)$ , on en déduit la masse des bosons vecteurs, et celle du boson de Higgs :

$$\begin{aligned} m_H &= |\mu|\sqrt{2} & m_Z &= \frac{m_W}{\cos\theta_W} \\ m_{W^+} &= m_{W^-} = g_2 \frac{v}{2} = \frac{ev}{2\sin\theta_W} & m_\gamma &= 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

A présent, il nous reste à exprimer la dernière contribution à  $\mathcal{L}_{SM}^{(EW)}$ , permettant de donner une masse aux fermions. On utilise un couplage de Yukawa entre les fermions et le champ de Higgs :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f, H) &= \sum_{j=1}^3 \left\{ (h_\ell)_j \overline{\ell_L^j} \phi e_R^j \right\} \\ &+ \sum_{j,k=1}^3 \left\{ (h_u)_{jk} \overline{q_L^j} \phi^c u_R^k + (h_d)_{jk} \overline{q_L^j} \phi d_R^k \right\} + h.c. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Le Lagrangien ci-dessus est bien invariant vis à vis des transformations  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ,  $\phi$  et  $\phi^c$  se transformant tous deux selon un doublet d'isospin faible. Après brisure spontanée de symétrie,  $\mathcal{L}(f, H)$  se réécrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(f, H) &= - \sum_{j=1}^3 \left\{ (m_\ell)_j \overline{e_L^j} e_R^j \left(1 + \frac{1}{v} H\right) \right\} \\ &- \sum_{j,k=1}^3 \left\{ (m_u)_{jk} \overline{u_L^j} u_R^k + (m_d)_{jk} \overline{d_L^j} d_R^k \right\} \left(1 + \frac{1}{v} H\right) + h.c. \end{aligned} \quad (1.14)$$

avec

$$(m_\ell)_j = -(h_\ell)_j \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (m_u)_{jk} = -(h_u)_{jk} \frac{v}{\sqrt{2}}, \quad (m_d)_{jk} = -(h_d)_{jk} \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (1.15)$$

Initialement, nous avons supposé les neutrinos droits inexistant. Par conséquent, d'après (1.14), les neutrinos (gauches) n'ont pas de masse et la matrice de masse du

secteur leptonique est diagonale.  $(m_\ell)_j$  correspond donc bien à la masse des leptons ( $m_e \bar{e}_L e_R + h.c. = m_e \bar{e} e$ ), le nombre leptonique est conservé. Dans le secteur des quarks, il est nécessaire de diagonaliser les matrices de masse  $m_u$  et  $m_d$  afin d'en déduire les états physiques (états propres de masse) :

$$V_L^u m_u V_R^{u\dagger} = m_u^{(diag)} = \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_c & \\ & & m_t \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

$$V_L^d m_d V_R^{d\dagger} = m_d^{(diag)} = \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

$V_L^u, V_R^u, V_L^d$  et  $V_R^d$  étant des matrices unitaires ( $V_L^u V_L^{u\dagger} = 1$ ). Les états propres de masse s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} u_L^i &= V_L^u u_L^i \quad , \quad u_R^i = V_R^u u_R^i \\ d_L^i &= V_L^d d_L^i \quad , \quad d_R^i = V_R^d d_R^i \end{aligned} \quad (1.18)$$

Le Lagrangien  $\mathcal{L}(f, H)$  s'exprime alors en fonction des états physiques :

$$\mathcal{L}(f, H) = - \sum_{j=1}^3 \left\{ (m_\ell)_j \bar{e}^j e^j + (m_u^{diag})_j \bar{u}^j u^j + (m_d^{diag})_j \bar{d}^j d^j \right\} \left( 1 + \frac{1}{v} H \right) \quad (1.19)$$

Notons que le couplage des fermions au Higgs est proportionnel à leur masse ( $\sim \frac{m}{v}$ ).

Nous avons achevé la construction du Lagrangien du Modèle Standard électrofaible, ce dernier s'écrivant :

$$\mathcal{L}_{SM}^{(EW)} = \mathcal{L}(f, G) + \mathcal{L}(G) + \mathcal{L}(H, G) + \mathcal{L}(f, H) \quad (1.20)$$

## 1.2.2 La matrice CKM

La diagonalisation des états propres de masse n'affecte que les courants chargés de l'interaction faible. En effet, en substituant ces états dans  $\mathcal{L}(f, G)$ , les termes liés aux courants chargés deviennent:<sup>†</sup>

---

<sup>†</sup> Nous effectuons le changement de notation habituel qui consiste à exprimer les états propres de masse sans les primes (et inversement).

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{c.c} &= - \sum_{i=1}^3 \left\{ \overline{u_L^i} \frac{g_2}{\sqrt{2}} \gamma^\mu W_\mu^+ d_L^i + \overline{d_L^i} \frac{g_2}{\sqrt{2}} \gamma^\mu W_\mu^- u_L^i \right\} \\
&= - \sum_{i=1}^3 \left\{ \overline{u_L^i} V_L^u \frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_w} \gamma^\mu W_\mu^+ (V_L^d)^\dagger d_L^i + \overline{d_L^i} V_L^d \frac{e}{\sqrt{2} \sin \theta_w} \gamma^\mu W_\mu^- (V_L^u)^\dagger u_L^i \right\} \\
&= - \frac{e}{2\sqrt{2} \sin \theta_w} \sum_{i=1}^3 \left\{ \overline{u^i} \gamma^\mu W_\mu^+ V_{CKM} d^i + \overline{d^i} \gamma^\mu W_\mu^- V_{CKM}^\dagger u^i \right\}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

où nous avons posé :

$$V_{CKM} = V_L^u (V_L^d)^\dagger \tag{1.22}$$

$V_{CKM}$  est la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [3]. Elle constitue une généralisation à 3 doublets de quarks de la matrice de rotation  $2 \times 2$  introduite par Cabibbo pour la symétrie  $SU(2)$  de saveur, et décrit le mélange entre familles dans le secteur des quarks. Du Lagrangien (1.21), on en déduit l'expression des courants chargés :

$$J_\mu^{cc} = (\overline{u}, \overline{c}, \overline{t})_L \gamma_\mu \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L \tag{1.23}$$

où  $V_{ud}, V_{us}$  etc... constituent les éléments de matrice de  $V_{CKM}$  et  $u, d, \dots$  les quarks états propres de masse.

### 1.2.2.1 Nombre de paramètres libres

Nous allons maintenant étudier le nombre de paramètres observables indépendants de  $V_{CKM}$ . La seule contrainte est l'unitarité,  $V_L^u$  et  $V_L^d$  étant toutes deux unitaires. Une matrice  $N \times N$  complexe (ici  $N = 3$ ) contient  $2N^2$  paramètres réels. L'unitarité impose  $N^2$  conditions réelles. Il reste donc  $N^2$  paramètres réels. D'autre part, la phase des champs de quarks n'est pas une quantité mesurable en soi. Il est donc possible de redéfinir les phases des  $2N$  quarks, autorisant ainsi  $2N$  degrés de liberté supplémentaires. Cependant, un changement dans (1.23) de  $q_L \rightarrow e^{i\phi(q)} q_L$ , (accompagné du même changement pour les composantes droites des quarks afin de laisser  $\mathcal{L}(f, H)$  invariant) transforme  $V_{\alpha\beta}$  en  $\exp[i(\phi(\beta) - \phi(\alpha))] V_{\alpha\beta}$ . Il n'apparaît que  $2N - 1$  différences de phase indépendantes. Par conséquent, pour laisser (1.23) invariant, nous n'avons besoin en fait, de ne redéfinir que  $2N - 1$  phases de quarks. Au total, il reste donc  $N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2$  paramètres réels observables. Il est d'usage de distinguer, parmi ces  $(N - 1)^2$  paramètres, le nombre d'angles de mélange et le nombre de phases. Une matrice  $N \times N$  possédant  $\frac{1}{2}N(N - 1)$  angles d'Euler, nous avons donc au total  $(N - 1)^2 - \frac{1}{2}N(N - 1) = \frac{1}{2}(N - 1)(N - 2)$  phases. Finalement :

$$\left. \begin{array}{ll} \frac{1}{2}N(N-1) & \xrightarrow{N=3} 3 \text{ angles} \\ \frac{1}{2}(N-1)(N-2) & \xrightarrow{N=3} 1 \text{ phase} \end{array} \right\} 4 \text{ paramètres observables indépendants}$$

Cette phase est responsable de la violation CP. En effet, la violation de CP est directement liée à la partie imaginaire de la matrice de mélange [4]. Avec  $N=3$ , seule la phase révèle le caractère imaginaire de la matrice (terme  $e^{i\varphi}$ ).

Il est intéressant de noter qu'avec 2 familles, tous les paramètres sont réels, ce qui implique la conservation de CP. Cette constatation amena Kobayashi et Maskawa à postuler l'existence d'une troisième famille.

### 1.2.2.2 Paramétrisations

La paramétrisation la plus directe consiste à exprimer  $V_{CKM}$  en fonction de trois angles et d'une phase.  $V_{CKM}$  s'écrit donc comme le produit de trois matrices de rotation dont une seule possède une phase. De nombreuses possibilités existent (36 au total!), et nous présentons la combinaison généralement utilisée (ne correspondant pas à la paramétrisation originale de Kobayashi et Maskawa mais à celle du PDG proposée par Chau et Keung [59]):

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \mathcal{R}_{23}(\theta_{23}, 0) \cdot \mathcal{R}_{13}(\theta_{13}, -\delta) \cdot \mathcal{R}_{12}(\theta_{12}, 0) \\ &= \begin{pmatrix} C_{12} C_{13} & S_{12} C_{13} & S_{13} e^{-i\delta} \\ -S_{12} C_{23} - C_{12} S_{23} S_{13} e^{i\delta} & -C_{12} C_{23} - S_{12} S_{23} S_{13} e^{i\delta} & S_{23} C_{13} \\ S_{12} S_{23} - C_{12} C_{23} S_{13} e^{i\delta} & -C_{12} S_{23} - S_{12} C_{23} S_{13} e^{i\delta} & C_{23} C_{13} \end{pmatrix} \quad (1.24) \end{aligned}$$

où  $\mathcal{R}_{ij}(\theta_{ij}, \delta_{ij})$  désigne une rotation dans le plan  $ij$  d'angle  $\theta_{ij}$  et de phase  $\delta_{ij}$  [44]. Les indices  $i$  et  $j$  correspondent aux familles de quarks. Les notations  $C_{ij}$  et  $S_{ij}$  désignent respectivement le cosinus et le sinus de l'angle  $\theta_{ij}$ . Notons enfin, que CP est conservé si  $\delta = 0, \pi$  ou si l'un quelconque des angles  $\theta_{ij}$  est nul [4].

Une deuxième paramétrisation, adaptée à la description de la phénoménologie du mélange des quarks, a été proposée par Wolfenstein [5]. C'est une paramétrisation approchée puisqu'elle consiste en un développement au troisième ordre en  $\lambda = |V_{us}| = \sin \theta_C \sim 0,22$ ,  $\theta_C$  étant l'angle de Cabibbo :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.25)$$

Elle montre clairement que le mélange des quarks est proche de 1 au sein d'une famille, et qu'il diminue de plus en plus lorsque l'écart entre deux familles augmente.

### 1.2.2.3 Invariants de la matrice CKM

Etant donné le nombre de paramétrisations possibles, il est légitime de chercher des quantités qui soient indépendantes de la paramétrisation choisie et de la phase des champs de quarks :

- le module des éléments de matrice  $|V_{ij}|$  est bien évidemment un invariant.
- la quantité  $J = \mathcal{I}m[V_{\alpha j}V_{\beta k}V_{\alpha k}^*V_{\beta j}^*]$ , avec  $\alpha$  et  $\beta$  indices de quarks “up” et  $j$  et  $k$  indices de quarks “down” ( $\alpha \neq \beta$  et  $j \neq k$ ). Non seulement  $J$  est un invariant, mais sa valeur est indépendante, au signe près, de  $\alpha, \beta, j$  et  $k$ . De plus, toute quantité violant CP s’avère être proportionnelle à  $J$  (au signe près) [6].

Néanmoins l’utilisation de la paramétrisation de Wolfenstein pour en déduire  $J$  doit être faite avec précaution. En effet, cette paramétrisation étant approchée, elle conduit à un résultat nul si on utilise  $J = \mathcal{I}m(V_{cb}V_{us}V_{ub}^*V_{cs}^*)$ . Il est nécessaire d’utiliser  $J = \mathcal{I}m(V_{ud}V_{tb}V_{ub}^*V_{td}^*) = A^2\lambda^6\eta$ .

### 1.2.2.4 Valeur numérique des éléments de matrice

- $|V_{ud}|$  :

Cet élément est obtenu en comparant le taux de certaines transitions par désintégration  $\beta$  dans les noyaux avec celle de la désintégration du muon. On obtient alors :

$$|V_{ud}| = 0,9744 \pm 0,0010 \quad (1.26)$$

- $|V_{us}|$  :

2 types de mesure permettent d’extraire  $|V_{us}|$ . La première utilise les désintégrations de kaons selon une désintégration Ke3 :  $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$  et  $K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$ . La seconde correspond aux désintégrations semi-leptoniques d’hyperons. La moyenne de ces deux mesures donne :

$$|V_{us}| = \lambda = 0,2205 \pm 0,0018 \quad (1.27)$$

La valeur de  $\lambda$  ainsi obtenue n’est pas trop éloignée de celle déterminée à partir de l’élément de matrice  $|V_{ud}|$

$$|V_{ud}| = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \implies \lambda = 0,2263 \pm 0,0045 \quad (1.28)$$

- $|V_{cd}|$  :

On mesure la production de charme à partir de la diffusion inélastique de neutrinos sur noyaux. On utilise par exemple les réactions  $\nu_\mu d \rightarrow \mu^- c$ . La deuxième possibilité consiste à étudier les désintégrations semi-leptoniques de mésons charmés en mésons

ne contenant pas d'étrangeté:  $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$  la moyenne de ces deux méthodes donne :

$$|V_{cd}| = 0,205 \pm 0,011 \quad (1.29)$$

Notons que cette valeur est compatible avec  $V_{cd} = -\lambda$ .

–  $|V_{cs}|$  :

On utilise les désintégrations semi-leptoniques de mésons charmés:  $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$  et  $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ . On obtient alors :

$$|V_{cs}| = 1,07 \pm 0,16 \quad (1.30)$$

–  $|V_{cb}|$  :

La détermination de ce paramètre a fait l'objet de nombreux travaux dernièrement (HQET). Initialement,  $|V_{cb}|$  était extrait de l'étude de la largeur semi-leptonique inclusive  $\Gamma(B \rightarrow c \ell \bar{\nu})$ . On préfère actuellement utiliser les désintégrations exclusives  $\bar{B} \rightarrow D \ell \bar{\nu}_\ell$  et surtout  $\bar{B} \rightarrow D^* \ell \bar{\nu}_\ell$ . Cette dernière réaction souffre en effet d'incertitudes théoriques beaucoup plus faibles dans le contexte de la théorie effective des quarks lourds (absence de correction en  $1/m_b$  lorsque le méson charmé reste au repos dans le repère du B). Finalement, on retiendra la valeur suivante:

$$|V_{cb}| = 0,039 \pm 0,006 \quad (1.31)$$

A partir de  $|V_{cb}|$ , il est possible d'en déduire  $A = |V_{cb}| / \lambda^2$  :

$$A = 0,80 \pm 0,12 \quad (1.32)$$

–  $|V_{ub}|$  :

$|V_{ub}|$  est généralement déterminé en utilisant le rapport  $|V_{ub}| / |V_{cb}|$ . Expérimentalement, on étudie le spectre des leptons issus des désintégrations semi-leptoniques  $b \rightarrow c \ell \nu$  et  $b \rightarrow u \ell \nu$ . La contribution  $b \rightarrow u$  est visible au delà de la limite cinématique de  $b \rightarrow c$ . Cependant, ces analyses souffrent d'une grande dépendance vis à vis des modèles théoriques utilisés pour extrapoler à la région inaccessible expérimentalement. En principe, il est également possible d'étudier des réactions exclusives  $b \rightarrow u$  ( $B \rightarrow \pi \ell \nu$ ,  $\rho \ell \nu$ ,  $\omega \ell \nu$ ), mais la statistique reste encore bien trop limitée et des modèles doivent également être élaborés. Finalement, les moyennes actuelles donnent :

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0,08 \pm 0,03 \Rightarrow |V_{ub}| = 0,003 \pm 0,001 \quad (1.33)$$

Le rapport ci-dessus étant égal à  $\lambda \sqrt{\rho^2 + \eta^2}$ , on en déduit :

$$\sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0,36 \pm 0,14 \quad (1.34)$$

–  $|V_{tb}|, |V_{ts}|$  et  $|V_{td}|$  :

Les mesures directes des éléments de matrice faisant intervenir le quark top ne sont pas encore possibles. Jusqu'à présent, on utilise la contrainte d'unitarité de  $V_{CKM}$ . On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} 0,9987 &\leq |V_{tb}| \leq 0,9994 \\ 0,002 &\leq |V_{td}| \leq 0,018 \end{aligned} \quad (1.35)$$

et,

$$|V_{ts}| = |V_{cb}| \quad \text{avec une précision meilleure que 4\%} \quad (1.36)$$

Nous verrons dans la prochaine section, en quoi une analyse des oscillations des mésons  $B_d^0$  et  $B_s^0$  permet d'obtenir des contraintes supplémentaires sur  $|V_{td}|$  et  $|V_{ts}|$ .

## 1.3 Formalisme du mélange $B_q^0 - \overline{B}_q^0$

### 1.3.1 Matrice de masse et de désintégration

Ce paragraphe est consacré au développement du formalisme des oscillations des mésons beaux neutres. Précisons toutefois, qu'il est aussi applicable aux autres mésons neutres ( $K^0 - \overline{K}^0, D^0 - \overline{D}^0$ ).

Lorsqu'à LEP un quark b est produit au pôle du  $Z^0$ , il se fragmente afin de donner naissance à un jet de hadrons. Ce processus relève alors exclusivement de l'interaction forte. Supposons qu'un méson  $B_q^0$  ou  $\overline{B}_q^0$  ait été produit ainsi.  $B_q^0$  désigne un méson contenant un quark  $\overline{b}$  et un quark q, où q est un quark s ou d, et inversement pour  $\overline{B}_q^0$ . Les états correspondants sont des états propres de  $H_S$ , Hamiltonien de l'interaction forte :

$$\begin{aligned} H_S |B_q^0\rangle &= m_q |B_q^0\rangle \\ H_S |\overline{B}_q^0\rangle &= m_q |\overline{B}_q^0\rangle \end{aligned} \quad (1.37)$$

Les deux masses, valeurs propres de  $H_S$ , sont identiques en vertu de l'invariance par la symétrie CPT.

Cependant, une fois produits, ces deux mésons subissent l'influence de l'interaction faible, qui éventuellement les conduira à osciller (comme nous le verrons plus loin) et à se désintégrer. Désignons par  $H_W$ , l'Hamiltonien des interactions faibles.  $|B_q^0\rangle$  et  $|\overline{B}_q^0\rangle$  ne sont pas des états propres de  $H_W$ , ni de l'Hamiltonien total  $H_S + H_W$ , l'interaction faible ne conservant pas la saveur des quarks.

Il y a donc mélange des états propres de  $H_S$ , ce qui autorise des transitions de type  $|B_q^0\rangle \rightarrow |\overline{B}_q^0\rangle$  (le phénomène d'oscillation) ou bien  $|B_q^0\rangle \rightarrow |k\rangle$  où  $|k\rangle$  est un état propre quelconque de  $H_S$ . L'évolution temporelle de  $|B_q^0\rangle$  et  $|\overline{B}_q^0\rangle$  est déterminée par celle de l'état  $|\phi(t)\rangle$  décrivant l'ensemble du système et état propre de  $H_S + H_W$ .  $|\phi(t)\rangle$  obéit à l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{d}{dt} |\phi(t)\rangle = (H_S + H_W) |\phi(t)\rangle \quad (1.38)$$

où nous nous plaçons dans un système d'unités où  $\hbar = c = 1$ . On montre alors (voir Annexe A) que l'Hamiltonien effectif décrivant l'évolution du système prend la forme :

$$H_{eff} = M - i \frac{\Gamma}{2} \quad (1.39)$$

où  $M$  et  $\Gamma$  sont deux matrices hermitiques. Remarquons à nouveau que  $H_{eff}$  ne peut être une matrice hermitique, le système  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$  n'étant pas fermé, une perte de probabilité est nécessaire pour tenir compte des désintégrations.

• **La matrice de masse  $M$  a pour expression (voir Annexe A) :**

$$M = H_S + H_W - \mathcal{P} \sum_k \frac{H_W |k\rangle \langle k| H_W}{E_k - m_{B_q}} \quad (1.40)$$

où  $\mathcal{P}$  désigne la partie principale et  $|k\rangle$  un état propre virtuel de  $H_S$ . Explicitons les éléments  $M_{ij}$  de cette matrice ( $i, j = 1, 2$ ) :

$$M_{ij} = \langle i | M | j \rangle \Rightarrow M_{ij} = m_{B_q} \delta_{ij} + \langle i | H_W | j \rangle - \mathcal{P} \sum_k \frac{\langle i | H_W | k \rangle \langle k | H_W | j \rangle}{E_k - m_{B_q}} \quad (1.41)$$

$|i\rangle, |j\rangle$  désignent indifféremment  $|B_q^0\rangle$  ou  $|\overline{B}_q^0\rangle$ .

Les termes non diagonaux sont dûs à des processus induits par  $H_W$  qui permettent des transitions de l'état  $|i\rangle$  à l'état  $|j\rangle$ . C'est le cas de  $\langle i | H_W | j \rangle$  mais aussi du terme correspondant à la somme sur  $k$ , où cette transition opère par l'intermédiaire des états virtuels  $|k\rangle$  (partie dispersive). Les termes diagonaux représentent simplement la masse des états  $|B_q^0\rangle$ , et seul l'Hamiltonien de l'interaction forte y contribue. Cette masse est fonction elle-même de la masse des constituants des états et de leur potentiel de liaison (par interaction forte) :

$$m_{11} = m_{22} = m_{B_q}$$

- La matrice de désintégration  $\Gamma$  a la forme suivante (Annexe A) :

$$\Gamma = 2\pi \sum_k H_W |k\rangle \langle k| H_W \delta(E_k - m_{B_q}) \quad (1.42)$$

Son expression fait apparaître également les états intermédiaires  $|k\rangle$  mais, contrairement à la matrice de masse, ils sont réels puisqu'observés dans l'état final.

Il est en principe possible de déterminer  $\Gamma$  en mesurant les amplitudes de désintégration de chaque canal  $B_q^0 \rightarrow k$  et  $\overline{B}_q^0 \rightarrow k$ . Certaines tentatives ont déjà abondé dans ce sens [7]. Finalement, d'après l'expression de  $\Gamma$ , on remarque que  $\Gamma_{12}$  et  $\Gamma_{21}$  correspondent à des transitions du type  $B_q^0 \rightarrow k \rightarrow \overline{B}_q^0$  ou bien  $\overline{B}_q^0 \rightarrow k \rightarrow B_q^0$  où interviennent des états intermédiaires accessibles à la fois à  $B_q^0$  et à  $\overline{B}_q^0$  par désintégration faible. Ces éléments de matrice sont responsables de la différence de largeur entre les deux états physiques.

- Propriétés de  $M - i\frac{\Gamma}{2}$

$M$  et  $\Gamma$  sont deux matrices  $2 \times 2$  hermitiques. Leur forme, dans la base  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$  est du type :

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12}^* & m_{22} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

Nous avons vu précédemment que  $m_{11} = m_{22} = m_{B_q}$  (voir l'expression de  $M_{ij}$ ). Observons maintenant l'effet de l'invariance sous la symétrie CPT. Cette propriété implique :

$$\langle b|H|a\rangle = \langle TCP(a)|H|TCP(b)\rangle \quad (1.44)$$

avec  $H$  hermitique et  $a, b$ , deux états quelconques. La transposition des deux états  $a$  et  $b$  des deux côtés de l'équation précédente traduit l'antiunitarité de l'opérateur TCP (en fait, c'est T, opérateur de "renversement du temps" qui est antiunitaire). Appliquons (1.44) avec  $a=b=B_q^0$  et  $H=M$  ou  $\Gamma$ . On obtient alors :

$$\langle B_q^0|M|B_q^0\rangle = \langle \overline{B}_q^0|M|\overline{B}_q^0\rangle \quad (1.45)$$

$$\langle B_q^0 | \Gamma | B_q^0 \rangle = \langle \overline{B}_q^0 | \Gamma | \overline{B}_q^0 \rangle \quad (1.46)$$

Avec (1.45), on retrouve  $m_{11} = m_{22} = m_{B_q}$ , et (1.46) implique  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma_{B_q}$ .

Ainsi, l'expression la plus générale des matrices de masse et de désintégration est :

$$M = \begin{pmatrix} m_{B_q} & m_{12} \\ m_{12}^* & m_{B_q} \end{pmatrix} \quad , \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{B_q} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma_{B_q} \end{pmatrix} \quad (1.47)$$

Si nous supposons de plus, que la symétrie CP est conservée :

$$\langle a | H | b \rangle = \langle CP(a) | H | CP(b) \rangle \quad (\text{CP opérateur unitaire}) \quad (1.48)$$

En remplaçant a par  $B_q^0$ , b par  $\overline{B}_q^0$  et H par M ou  $\Gamma$ , on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \langle B_q^0 | M | \overline{B}_q^0 \rangle &= \langle \overline{B}_q^0 | M | B_q^0 \rangle \Rightarrow m_{12} = m_{12}^* \\ \langle B_q^0 | \Gamma | \overline{B}_q^0 \rangle &= \langle \overline{B}_q^0 | \Gamma | B_q^0 \rangle \Rightarrow \Gamma_{12} = \Gamma_{12}^* \end{aligned} \right\} m_{12} \text{ et } \Gamma_{12} \text{ réels} \quad (1.49)$$

où nous avons utilisé la convention de phase CP  $|B_q^0\rangle = |\overline{B}_q^0\rangle$ .

### 1.3.2 Détermination des états propres de masse

Les états propres de masse sont états propres de  $H_{eff}$ . Notons  $B_{qH}^0$  et  $B_{qL}^0$  ces deux états,  $B_H$  étant celui de plus grande masse ( $B_{Heavy}, B_{Light}$ ). En diagonalisant  $H_{eff}$ , on obtient leur expression sur la base des états propres de l'interaction forte  $|B_q^0\rangle, |\overline{B}_q^0\rangle$  :

$$\begin{aligned} |B_{qH}^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} \left( (1+\epsilon)|B_q^0\rangle + (1-\epsilon)|\overline{B}_q^0\rangle \right) \\ |B_{qL}^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} \left( (1+\epsilon)|B_q^0\rangle - (1-\epsilon)|\overline{B}_q^0\rangle \right) \end{aligned} \quad (1.50)$$

où  $\epsilon$  vérifie :

$$\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} = \sqrt{\frac{m_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2}}{m_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2}}} \Rightarrow \epsilon = \frac{\mathcal{R}e(m_{12}) - \frac{i}{2}\mathcal{R}e(\Gamma_{12}) - \sqrt{(m_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2})(m_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2})}}{i\mathcal{I}m(m_{12}) + \frac{1}{2}\mathcal{I}m(\Gamma_{12})} \quad (1.51)$$

Les valeurs propres associées à  $B_{qH}^0$  et  $B_{qL}^0$  sont :

$$\lambda_{H,L} = m_{H,L} - i \frac{\Gamma_{H,L}}{2} \quad (1.52)$$

Avec pour masse et largeur :

$$\begin{aligned} m_{H,L} &= m_{B_q} \pm \frac{\Delta m}{2} \\ \Gamma_{H,L} &= \Gamma_{B_q} \pm \frac{\Delta \Gamma}{2} \\ \Delta m &= 2\mathcal{R}e \left( \sqrt{(m_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2})(m_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2})} \right) \\ \Delta \Gamma &= -4\mathcal{I}m \left( \sqrt{(m_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2})(m_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2})} \right) \end{aligned} \quad (1.53)$$

### • Conséquences de la violation de CP

Notons  $|B_1^0\rangle$  et  $|B_2^0\rangle$  les deux états propres de CP tels que :

$$\text{CP } |B_{1,2}^0\rangle = \pm |B_{1,2}^0\rangle$$

Compte tenu de la convention de phase adoptée précédemment,  $|B_1^0\rangle$  et  $|B_2^0\rangle$  s'expriment sur la base des  $|B_q^0\rangle, |\overline{B}_q^0\rangle$  par :

$$|B_{1,2}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B_q^0\rangle \pm |\overline{B}_q^0\rangle)$$

Si CP était conservée, nous aurions  $m_{12} = m_{12}^*$  et  $\Gamma_{12} = \Gamma_{12}^*$  et donc d'après (1.51),  $\epsilon = 0$ . Une valeur de  $\epsilon$  non nulle est significative d'une violation de CP. On remarque de plus, que pour  $\epsilon = 0$ , les états  $|B_{qH}^0\rangle$  et  $|B_1^0\rangle$  ainsi que  $|B_{qL}^0\rangle$  et  $|B_2^0\rangle$  se confondent. Les états propres de masse deviennent donc eux-mêmes états propres de CP, avec pour caractéristiques :

$$\begin{aligned} m_{B_{1,2}^0} &= m_{B_q^0} \pm m_{12} \\ \Gamma_{B_{1,2}^0} &= \Gamma_{B_q^0} \pm \Gamma_{12} \\ \Delta m &= 2m_{12} \\ \Delta \Gamma &= 2\Gamma_{12} \end{aligned} \quad (1.54)$$

• **Comparaison avec le système  $K^0 - \overline{K}^0$**

$\epsilon$  n'a encore jamais été mesuré dans le système des mésons beaux. Par contre, une valeur expérimentale non nulle a été observée dans le système  $K^0 - \overline{K}^0$  où dans ce formalisme  $K_S$  et  $K_L$  jouent respectivement le rôle de  $B_{qH}^0$  et  $B_{qL}^0$  :

$$|\epsilon_K| = (2,258 \pm 0,018)10^{-3} \text{ [8]}$$

$\epsilon$  est représentatif d'une violation CP dite "indirecte" car la brisure de symétrie ne se manifeste pas directement dans la désintégration (caractérisée par le paramètre  $\epsilon'$ ) mais via le mélange des états propres de CP. C'est ainsi que la désintégration d'un  $K_L^0$  superposition de  $K_2^0 + \epsilon K_1^0$  (avec  $K_1^0$  état pair de CP et  $K_2^0$  état impair de CP) en  $\pi\pi$ , état pair de CP, illustre respectivement une violation de CP directe (indirecte) lorsqu'elle se produit via la composante  $K_2^0$  ( $K_1^0$ ). Soulignons que  $\epsilon'$  est une quantité difficile à mesurer (estimée à environ  $10^{-6}$ ). De plus, la situation expérimentale n'est pas complètement satisfaisante [9, 10] :

$$\mathcal{R}e\left(\frac{\epsilon'_K}{\epsilon_K}\right) = \begin{cases} (2,3 \pm 0,7)10^{-3} & \text{NA31} \\ (0,6 \pm 0,7)10^{-3} & \text{E731} \end{cases} \quad (1.55)$$

NA31 exclut bien une valeur nulle de  $\frac{\epsilon'_K}{\epsilon_K}$ , ce qui n'est pas le cas avec E731.

La faible valeur de  $|\epsilon_K|$  implique que  $m_{12} \sim m_{12}^*$  et  $\Gamma_{12} \sim \Gamma_{12}^*$ . On en déduit donc d'après (1.53) :

$$\Delta m_K \sim 2\mathcal{R}e(m_{12}) \text{ et } \Delta \Gamma_K \sim 2\mathcal{R}e(\Gamma_{12}) \quad (1.56)$$

Néanmoins, dans le système des  $B_q^0$ , la situation est radicalement différente : on montre que dans le Modèle Standard au premier ordre (voir section 1.4) :

$$m_{12} \propto (V_{tb}V_{tq}^*)^2 \text{ et } \Gamma_{12} \propto (V_{tb}V_{tq}^*)^2 \quad (1.57)$$

$m_{12}$  et  $\Gamma_{12}$  ont donc en première approximation la même phase (imposée par les éléments de matrice CKM), ce qui a pour conséquence (voir (1.53) et (1.51)) :

$$\Delta m_B \sim 2|m_{12}| \text{ et } \Delta \Gamma_B \sim 2|\Gamma_{12}| \quad (1.58)$$

$$\epsilon \sim \text{Imaginaire pur}$$

$\epsilon$  étant imaginaire pur, il est alors possible d'écrire  $1 + \epsilon = \rho e^{i\phi}$  et  $1 - \epsilon = \rho e^{-i\phi}$ . Le système d'équations (1.50) devient alors :

$$|B_{qH,L}^0\rangle = \frac{\rho}{\sqrt{2(1+\rho^2)}} \left( e^{i\phi}|B_q^0\rangle \pm e^{-i\phi}|\overline{B}_q^0\rangle \right) \quad (1.59)$$

Or, la phase du méson  $|B_q^0\rangle$  n'est pas une quantité mesurable en soi. Seules les différences de phase sont physiques. Nous pouvons donc redéfinir  $B_q^0$  et  $\overline{B}_q^0$  par :

$$|B_q^0\rangle \rightarrow e^{i\phi}|B_q^0\rangle \Rightarrow |\overline{B}_q^0\rangle = e^{-i\phi}|\overline{B}_q^0\rangle \quad (1.60)$$

On aboutit donc à l'expression :

$$|B_{qH,L}^0\rangle = \frac{\rho}{\sqrt{2(1+\rho^2)}} \left( |B_q^0\rangle \pm |\overline{B}_q^0\rangle \right) \quad (1.61)$$

Ainsi, l'étude de la violation de CP indirecte dans le système des mésons beaux en mesurant l'asymétrie issue du mélange seul (en comparant le nombre de paires de leptons positifs et celui de paires de leptons négatifs) semble bien difficile à mettre en œuvre. On préfère exploiter l'asymétrie induite par l'association de la désintégration des mésons B et du mélange  $B^0 - \overline{B}^0$  en reconstruisant des états finals accessibles à la fois au  $B^0$  et au  $\overline{B}^0$  [11, 12].

### 1.3.3 Evolution temporelle du mélange $B_q^0 - \overline{B}_q^0$

A l'instant de la production (t=0) par interaction forte, le système est dans l'état  $|B_q^0\rangle$  ou  $|\overline{B}_q^0\rangle$ . Supposons qu'à t=0, nous ayons un  $|B_q^0\rangle$  :

$$|\phi(t=0)\rangle = \frac{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}}{2(1+\epsilon)} \left( |B_{qH}^0\rangle + |B_{qL}^0\rangle \right) = |B_q^0\rangle \quad (1.62)$$

où nous avons utilisé (1.50). Le système, à l'instant t, est alors décrit par :

$$|\phi(t)\rangle = \frac{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}}{2(1+\epsilon)} \left( |B_{qH}^0\rangle e^{-i(m_H - i\frac{\Gamma_H}{2})t} + |B_{qL}^0\rangle e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})t} \right) \quad (1.63)$$

que l'on peut exprimer en fonction de  $|B_q^0\rangle$  et  $|\overline{B}_q^0\rangle$  :

$$|\phi(t)\rangle = A_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) |B_q^0\rangle + A_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) |\overline{B}_q^0\rangle \quad (1.64)$$

où  $A_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}$  et  $A_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}$  représentent respectivement les amplitudes de transition de l'état initial  $|B_q^0\rangle$  vers  $|B_q^0\rangle$  ou  $|\overline{B}_q^0\rangle$ . Leur expression est ainsi :

$$\begin{aligned} A_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) &= \frac{1}{2} \left( e^{-i(m_H - i\frac{\Gamma_H}{2})t} + e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})t} \right) \\ A_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) &= \frac{1}{2} \left( e^{-i(m_H - i\frac{\Gamma_H}{2})t} - e^{-i(m_L - i\frac{\Gamma_L}{2})t} \right) \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} \end{aligned} \quad (1.65)$$

Ces expressions sont applicables lorsque l'on observe un méson  $B_q^0$  ou  $\overline{B}_q^0$  dans l'état final. Ceci est le cas lorsque l'on sélectionne les événements en utilisant les désintégrations semi-leptoniques des mésons B.

La probabilité qu'un état  $B_q^0$  reste  $B_q^0$  s'exprime donc par :

$$\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) = |\langle B_q^0 | \phi(t) \rangle|^2 = |A_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t)|^2 \quad (1.66)$$

Et de même :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma_{B_q} t} \left( \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) + \cos(\Delta m t) \right) \\ \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) &= \frac{1}{2} \left| \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} \right|^2 e^{-\Gamma_{B_q} t} \left( \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) - \cos(\Delta m t) \right) \\ \mathcal{P}_{\overline{B}_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) &= \frac{1}{2} e^{-\Gamma_{B_q} t} \left( \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) + \cos(\Delta m t) \right) = \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) \\ \mathcal{P}_{\overline{B}_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) &= \frac{1}{2} \left| \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \right|^2 e^{-\Gamma_{B_q} t} \left( \cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) - \cos(\Delta m t) \right) \end{aligned} \quad (1.67)$$

On vérifie bien qu'une violation de CP ( $\epsilon \neq 0$ ) implique  $\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) \neq \mathcal{P}_{\overline{B}_q^0 \rightarrow B_q^0}(t)$ . Cependant, il s'agit, comme nous l'avons signalé précédemment d'une différence extrêmement faible car  $\epsilon \sim$  imaginaire pur.

De nombreuses analyses font apparaître le paramètre  $\chi_q$  qui est la probabilité, pour un méson donné, d'avoir oscillé avant de se désintégrer.  $\chi_q$  s'exprime donc par :

$$\chi_q = \frac{\int_0^\infty dt \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t)}{\int_0^\infty dt \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) + \int_0^\infty dt \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t)} \quad (1.68)$$

Dans le cas des mésons beaux, nous avons vu que  $\epsilon$  était quasiment imaginaire pur, par conséquent,  $\chi_q$  est indépendant du méson initial ( $B_q^0$  ou  $\overline{B}_q^0$ ). Dans cette approximation, on obtient :

$$\chi_q = \frac{x_q^2 + y_q^2}{2(1 + x_q^2)} \quad (1.69)$$

où les quantités sans dimension  $x_q$  et  $y_q$  ont été introduites :

$$x_q = \frac{\Delta m_q}{\Gamma_{B_q}} \quad , \quad y_q = \frac{\Delta \Gamma_q}{2\Gamma_{B_q}} \quad (1.70)$$

Les calculs effectués au premier ordre dans le cadre du Modèle Standard montrent que  $\Delta m_d$  est proportionnel à  $\lambda^6 m_t^2$  et  $\Delta m_s$  à  $\lambda^4 m_t^2$  ( $\lambda = \sin \theta_c$ ) (voir la section 1.4).  $\Delta \Gamma(B_d^0)$  se comporte en  $\lambda^6 m_b^2$  et  $\Delta \Gamma(B_s^0)$  en  $\lambda^4 m_b^2$  [13]. Le paramètre  $x_q$  est donc fortement dominant devant  $y_q$  ( $x_q/y_q \sim m_t^2/m_b^2$ ). Nous allons donc négliger  $y_q$  dans l'expression de  $\chi_q$ , ainsi que  $\Delta \Gamma$  vis à vis de  $\Delta m$  dans les expressions (1.67). Notons tout de même, que dans le cas du  $B_s^0$ ,  $y_s$  pourrait atteindre des valeurs non négligeables (bien que petites vis à vis de  $x_s$ ) puisque certains auteurs estiment :

$$\frac{\Delta \Gamma(B_s^0)}{\Gamma(B_s^0)} \sim 0,15 \text{ [7] ou encore } \frac{\Delta \Gamma(B_s^0)}{\Gamma(B_s^0)} \sim 0,18 \frac{(f_{B_s^0})^2}{(200 \text{ MeV})^2} \text{ [14]}$$

On s'attend alors à une légère atténuation de l'amplitude des oscillations (voir equ. 1.67). Cette atténuation sera néanmoins négligeable vis à vis de la dégradation de l'amplitude d'oscillation due à la résolution temporelle du détecteur [15].

Moyennant ces approximations, on aboutit alors aux formules classiques qui régissent les oscillations :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) &= \mathcal{P}_{\overline{B}_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) = \frac{1}{2} e^{-t/\tau_q} (1 + \cos \Delta m t) \\ \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t) &= \mathcal{P}_{\overline{B}_q^0 \rightarrow B_q^0}(t) = \frac{1}{2} e^{-t/\tau_q} (1 - \cos \Delta m t) \end{aligned} \quad (1.71)$$

$$\chi_q = \frac{x_q^2}{2(1 + x_q^2)} \quad (1.72)$$

où  $\tau_q = \frac{1}{\Gamma_q}$  est la durée de vie du méson  $B_q^0$ .

- Quelques valeurs numériques

Dans le système  $K^0 - \overline{K}^0$ , la mesure de  $\Delta m$  est [16] :

$$\Delta m_K = m_{K_L} - m_{K_S} = (0,5306 \pm 0,0013)10^{-2} \hbar ps^{-1} \quad (1.73)$$

Quant aux durées de vie [8] :

$$\tau_S = (0,8923 \pm 0,0022)10^{-10} s, \quad \tau_L = (0,5183 \pm 0,0040)10^{-7} s \quad (1.74)$$

On a donc  $\Delta\Gamma_K = \Gamma_L - \Gamma_S \sim -\Gamma_S$  et  $\Gamma_K \sim \Gamma_S/2$ . D'où on en déduit :

$$x_K \simeq 0,954 \quad \text{et} \quad y_K \simeq -0,9965 \quad (1.75)$$

En ce qui concerne les mésons  $B_d^0$  [16] :

$$\Delta m_d = m_{B_{dH}^0} - m_{B_{dL}^0} = 0,465 \pm 0,024 \hbar ps^{-1} \quad (1.76)$$

$$\tau_{B_{dH}^0} \simeq \tau_{B_{dL}^0} \simeq \tau_{B_d^0} = 1,57 \pm 0,05 \text{ ps} \quad (1.77)$$

En supposant que  $y_d = 0$ , on en déduit :

$$x_d = 0,73 \quad \Rightarrow \quad \chi_d = 0,17 \quad (1.78)$$

Dans le cas des mésons  $B_s^0$ ,  $\Delta m_s$  n'a encore jamais été mesuré mais on s'attend à ce que sa valeur soit importante si l'on suppose la matrice CKM unitaire. Dans ce cas, la valeur de  $\chi_s$  doit être voisine de 0,5.

On remarque que l'inégalité  $|y_q| \ll |x_q|$ , valable dans le système  $B_d^0 \overline{B}_d^0$ , n'est plus vérifiée pour le système  $K^0 \overline{K}^0$  où  $|y_q| \sim |x_q|$ . De plus, la distinction claire par leur durée de vie des états propres  $K_S^0 - K_L^0$  ne se retrouve pas chez les mésons beaux, où  $B_{dH}^0$  et  $B_{dL}^0$  se distinguent essentiellement par leur différence de masse.

Afin d'illustrer ces différences de comportement, la figure 1.1 représente les probabilités de transition d'un état à l'autre avec en (a) le système  $B_d^0 \overline{B}_d^0$ , en (b)  $B_s^0 \overline{B}_s^0$  avec  $\Delta m_s = 10 \hbar ps^{-1}$  et en (c)  $K^0 \overline{K}^0$ .

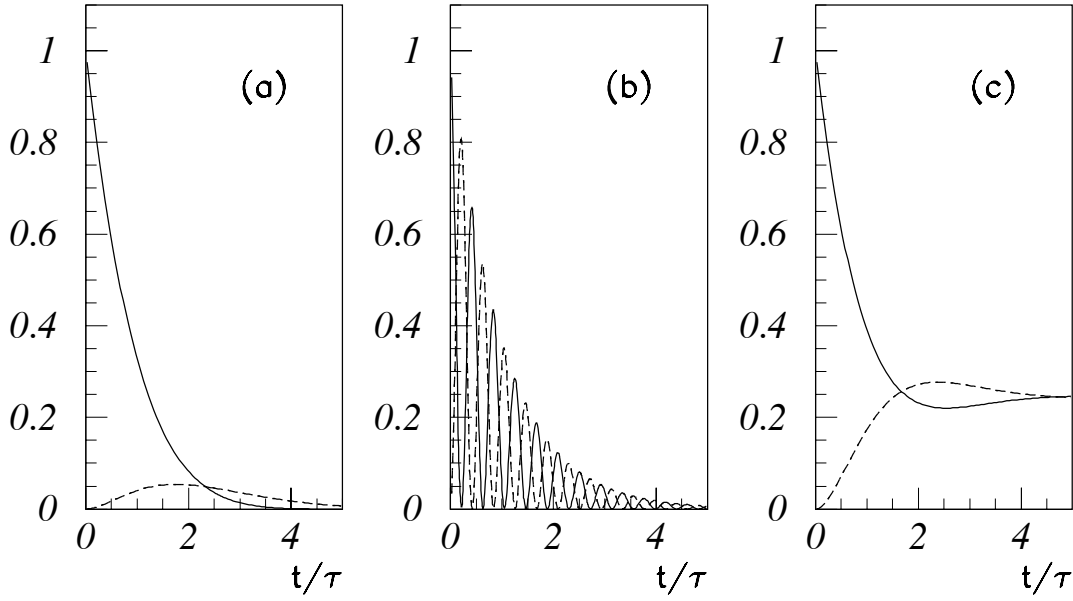


FIG. 1.1 – Evolution temporelle de différents systèmes de mésons neutres : (a)  $B_d^0 \overline{B}_d^0$ , (b)  $B_s^0 \overline{B}_s^0$  avec  $\Delta m_s = 10 \text{ hps}^{-1}$  et (c)  $K^0 \overline{K}^0$ . La courbe en trait plein correspond aux transitions méson  $\rightarrow$  méson, celle en pointillé à méson  $\rightarrow$  anti-méson.

Les chapitres dédiés à la mesure de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$  illustrent l'influence de la sensibilité de la mesure sur les courbes précédentes. Cependant, la période d'oscillation définie par  $\frac{2\pi}{\Delta m}$  est égale à plus de 9 durées de vie pour le  $B_d^0$  alors que dans le cas du  $B_s^0$ , elle est inférieure à  $\tau_{B_s}$ . On comprend aisément l'importance de la résolution expérimentale dans l'étude du système  $B_s^0 \overline{B}_s^0$ .

## 1.4 Les oscillations et le Modèle Standard

Cette section est dédiée au calcul dans le cadre du Modèle Standard des deux paramètres gouvernant les oscillations :  $\Delta m$  et  $\Delta \Gamma$ . D'après les formules établies en (1.53), il nous faut déterminer  $m_{12}$  et  $\Gamma_{12}$ .

La procédure suivie est généralement la suivante :  $m_{12}$  et  $\Gamma_{12}$  sont définis par les égalités 1.41 et 1.42 dans lesquelles apparaissent un état  $|k\rangle$  intermédiaire, état propre de l'interaction forte. La somme sur ces états devient calculable si l'on suppose qu'elle est équivalente à sommer sur toutes les saveurs de quarks intermédiaires possibles. Moyennant cette hypothèse  $m_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2}$  s'exprime alors selon :

$$m_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} = \langle B_q^0 | H_{dis} + iH_{abs} | \overline{B}_q^0 \rangle \quad (1.79)$$

où  $H_{dis}$  et  $H_{abs}$  sont respectivement les parties dispersive et absorptive d'un Hamiltonien effectif correspondant à une transition du nombre quantique de beauté  $|\Delta B| = 2$ . Une telle transition n'est possible, dans le cadre du Modèle Standard, que par interaction faible. Il s'agit d'un processus du second ordre que l'on décrit habituellement par un "diagramme en boîte". Les 2 types possibles de diagramme dans lesquels interviennent 2 bosons W chargés et 2 lignes de quarks intermédiaires, sont illustrés sur la figure 1.2.

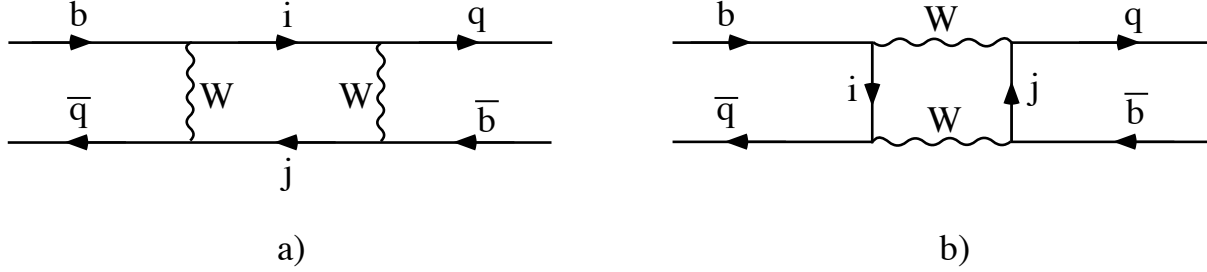


FIG. 1.2 – Diagrammes en boîte décrivant le phénomène d'oscillation.

La première étape est donc le calcul de  $H_{eff}^{|\Delta B|=2}$ , Hamiltonien effectif correspondant à ces diagrammes. A cette fin, nous négligerons les émissions de gluons par les quarks internes. Une telle approximation est d'autant meilleure que l'on se situe à courte distance où  $\alpha_s$  est faible (liberté asymptotique), et donc que l'on néglige la contribution des états intermédiaires de faible masse.

Cette procédure appliquée au système  $K^0\bar{K}^0$  dans les désintégrations  $K_L \rightarrow \mu\bar{\mu}$  et  $K_L \rightarrow \gamma\gamma$  (représentés également par des diagrammes en boîte) donne des résultats acceptables puisqu'elle conduit à prédire correctement la masse du quark c [17].

Cependant, il existe des contributions qui ne relèvent pas de la dynamique à courte distance, notamment lorsque la transition  $K^0\bar{K}^0$  procède via des états intermédiaires virtuels légers ( $\pi, \eta, \pi\pi$  etc...) [18]. Fort heureusement, dans le cas du système  $B_q^0\bar{B}_q^0$ , la dynamique est bien dominée par les courtes distances, la masse des mésons beaux étant bien supérieure à l'échelle de masse des états virtuels légers. Cet effet est d'ailleurs renforcé du fait qu'une transition  $b \rightarrow c$  ou  $t$  (proportionnelle à  $V_{bc}$  ou  $V_{bt}$ ) est plus probable que  $b \rightarrow u$  responsable des états "pioniques".

La seconde étape du calcul consiste à tenir compte des corrections QCD (émissions de gluons par les quarks externes) afin de calculer les éléments de matrice de  $H_{eff}^{|\Delta B|=2}$  entre les 2 mésons extérieurs ( $B_q^0, \bar{B}_q^0$ ).

#### 1.4.1 Calcul électrofaible de $H_{eff}^{|\Delta B|=2}$

Le premier calcul de l'amplitude de mélange  $K^0 - \bar{K}^0$  (diagramme en boîte) fut effectué par Ellis, Gaillard et Nanopoulos [19]. Cependant, il fallut attendre Inami et Lim [20] qui,

en 1981, évaluèrent pour la première fois le diagramme  $K^0 \bar{K}^0$  en considérant que la masse du top pouvait ne pas être négligeable devant celle du W. L'adaptation de ces calculs au système  $B^0 \bar{B}^0$  fut effectuée par Hagelin [21]. Cheng [22] réalisa une étude beaucoup plus détaillée puisqu'il obtint un résultat invariant de jauge tout en incluant la masse des quarks externes. Enfin, Buras, Slominski et Steger [13] reprirent les calculs de Cheng et leur résultat constitue généralement la référence actuelle. Les calculs des diagrammes en boîte présentés ici, s'inspirent essentiellement des références citées ci-dessus ([13],[19]-[22]) ainsi que de [23] et [24].

Nous allons calculer l'amplitude de transition correspondant au diagramme de la figure 1.3. Nous nous plaçons dans la jauge unitaire afin de ne pas avoir à tenir compte de diagrammes impliquant des bosons scalaires non physiques.

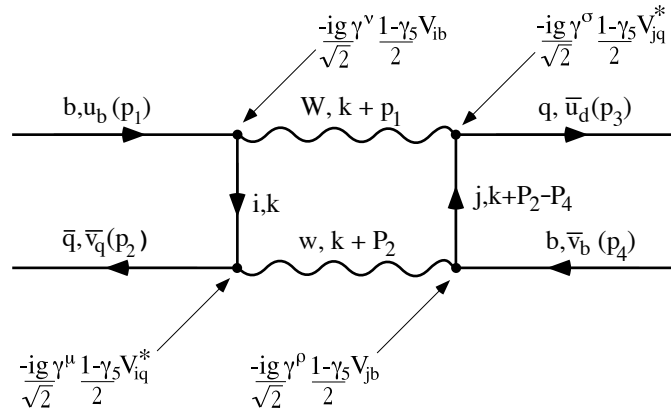


FIG. 1.3 – Notation employée dans le calcul du diagramme en boîte.

$i$  et  $j$  désignent un quark  $u$ ,  $c$  ou  $t$  et  $q = s$  ou  $d$ . Nous négligeons les quadrivecteurs externes ( $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ ) dans l'expression des propagateurs intervenant dans la boucle. Leur module est en effet de l'ordre de la masse des mésons  $B$  et peut donc être ignoré devant les masses du  $W$  et du top (contribution principale). L'expression des propagateurs dans la jauge unitaire est donc :

$$\begin{aligned} \text{Bosons } W & : \frac{i(-g_{\nu\sigma} + \frac{k_\nu k_\sigma}{m_W^2})}{k^2 - m_W^2} \text{ et } \frac{i(-g_{\mu\rho} + \frac{k_\mu k_\rho}{m_W^2})}{k^2 - m_W^2} \\ \text{Quarks } i \text{ et } j & : \frac{\not{k} + m_i}{k^2 - m_i^2} \text{ et } \frac{\not{k} + m_j}{k^2 - m_j^2} \end{aligned}$$

où  $\not{k} = \gamma^\alpha k_\alpha$ . Posons  $\lambda_i = V_{ib} V_{iq}^*$  ( $V_{ij}$  étant un élément de la matrice CKM).

L'amplitude correspondant à ce diagramme s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
-iM = & \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j \left( \frac{-ig}{\sqrt{2}} \right)^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} (\not{k} + m_i) \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} \right] u_b \\
& \times \bar{u}_q \left[ \gamma^\sigma \frac{1-\gamma^5}{2} (\not{k} + m_j) \gamma^\rho \frac{1-\gamma^5}{2} \right] v_b \\
& \times (-g_{\nu\sigma} + \frac{k_\nu k_\sigma}{m_W^2}) (-g_{\mu\rho} + \frac{k_\mu k_\rho}{m_W^2}) \frac{1}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)}
\end{aligned} \tag{1.80}$$

Cette expression se simplifie en remarquant que

$$\gamma^\mu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) m \gamma^\nu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) = m \gamma^\mu P_L \gamma^\nu P_L = m \gamma^\mu P_L P_R \gamma^\nu = 0 \tag{1.81}$$

$P_L$  et  $P_R$  désignent les projecteurs gauche et droit. Il vient alors :

$$-iM = \left( \frac{g}{2\pi\sqrt{2}} \right)^4 \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j \bar{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\alpha \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} \right] u_b \bar{u}_q \left[ \gamma^\sigma \frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\beta \gamma^\rho \frac{1-\gamma^5}{2} \right] v_b I \tag{1.82}$$

avec :

$$I = \int d^4 k \frac{k_\alpha (-g_{\nu\sigma} + k_\nu k_\sigma / m_W^2) (-g_{\mu\rho} + k_\mu k_\rho / m_W^2) k_\beta}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)^2} \tag{1.83}$$

Compte tenu des propriétés des matrices de Dirac, on a :

$$\frac{1-\gamma^5}{2} \gamma^\alpha \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} = \gamma^\alpha \gamma^\nu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right)^2 = \gamma^\alpha \gamma^\nu \left( \frac{1-\gamma^5}{2} \right) \tag{1.84}$$

D'où (1.82) se réécrit :

$$-iM = \left( \frac{g}{2\pi\sqrt{2}} \right)^4 \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j \bar{v}_q \left[ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} \right] u_b \bar{u}_q \left[ \gamma^\sigma \gamma^\beta \gamma^\rho \frac{1-\gamma^5}{2} \right] v_b I \tag{1.85}$$

Après quelques lignes d'algèbre avec les indices de Lorentz et les matrices de Dirac, l'expression précédente se simplifie. L'annexe B est consacrée à ces calculs intermédiaires. On obtient alors :

$$\begin{aligned}
-iM &= \left(\frac{g}{2\pi\sqrt{2}}\right)^4 \bar{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \right] u_b \bar{u}_q \left[ \gamma_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \right] v_b \\
&\times \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j \int d^4k \frac{(k^2 - 2k^4/m_W^2 + k^6/4m_W^4)}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)^2}
\end{aligned} \tag{1.86}$$

L'intégrale ci-dessus diverge quadratiquement (en  $d^4k/k^2$ ). Cependant l'application du mécanisme de GIM [25] stipulant l'unitarité de la matrice CKM lève cette divergence ultraviolette. En effet,

$$\sum_{i=u,c,t} \lambda_i = 0 \tag{1.87}$$

et en remarquant que,

$$\begin{aligned}
R_{ij} &= \frac{1}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)} \\
&= \frac{m_i^2 m_j^2}{k^4(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)} + \frac{1}{k^2(k^2 - m_i^2)} + \frac{1}{k^2(k^2 - m_j^2)} - \frac{1}{k^4}
\end{aligned} \tag{1.88}$$

il vient alors :

$$\sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j R_{ij} = \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j \frac{m_i^2 m_j^2}{k^4(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)} \tag{1.89}$$

La substitution de (1.89) dans (1.86) conduit alors à :

$$\begin{aligned}
-iM &= \left(\frac{g}{2\pi\sqrt{2}}\right)^4 \left[ \bar{v}_q \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u_b \right] \left[ \bar{u}_q \gamma_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} v_b \right] \\
&\times \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j m_i^2 m_j^2 \int d^4k \frac{(k^2 - 2k^4/m_W^2 + k^6/4m_W^4)}{k^4(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)^2}
\end{aligned} \tag{1.90}$$

L'intégrale obtenue est bien convergente (en  $d^4k/k^6$ ). Effectuons le changement de variable  $k \rightarrow k m_W$  et posons  $x_i = \frac{m_i^2}{m_W^2}$ . Il vient alors,

$$M = \frac{G_F^2}{2} \left[ \bar{v}_q \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u_b \right] \left[ \bar{u}_q \gamma_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} v_b \right] \frac{m_W^2}{\pi^4} \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j A_{ij} \tag{1.91}$$

avec  $G_F$  constante de Fermi ( $G_F/\sqrt{2} = \frac{g^2}{8m_W^2}$ ) et,

$$A_{ij} = i(x_i x_j) \int d^4 k \frac{1 - 2k^2 + k^4/4}{k^2(k^2 - x_i)(k^2 - x_j)(k^2 - 1)^2} \quad (1.92)$$

Afin d'obtenir l'expression de l'Hamiltonien effectif recherché, il convient de remplacer les bispineurs, par les opérateurs de champs associés ( $\bar{v}_q, \bar{u}_q \rightarrow \bar{q}$  et  $u_b, v_b \rightarrow b$ ). Il apparaît alors un facteur  $\frac{1}{2!}$  tenant compte de la présence de deux termes identiques  $\bar{q}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)b$  (nombre de contractions de Wick possible). La contribution du second diagramme de la figure 1.2 s'obtient à partir d'une contraction différente des opérateurs avec les quarks externes (simple échange des deux champs b) [24]. L'Hamiltonien effectif s'écrit donc :

$$H_{eff}^{|\Delta B|=2} = \frac{G_F^2}{16\pi^4} O^{|\Delta B|=2} m_W^2 \sum_{i,j=u,c,t} \lambda_i \lambda_j A_{ij} \quad (1.93)$$

où

$$O^{|\Delta B|=2} = [\bar{q}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)b] [\bar{q}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)b] \quad (1.94)$$

$O^{|\Delta B|=2}$  est un opérateur local correspondant à l'interaction ponctuelle de quatre fermions. Il est commode d'éliminer la dépendance venant du quark  $u$  en utilisant l'équation (1.87) :

$$H_{eff}^{|\Delta B|=2} = \frac{G_F^2}{16\pi^4} m_W^2 (\lambda_c^2 U_{cc} + \lambda_t^2 U_{tt} + 2\lambda_c \lambda_t U_{ct}) O^{|\Delta B|=2} \quad (1.95)$$

avec :

$$U_{ij} = A_{uu} + A_{ij} - A_{ui} - A_{uj} \quad (1.96)$$

Il nous reste maintenant à calculer les intégrales  $A_{ij}$  afin d'évaluer  $U_{ij}$ . Ce calcul est effectué dans l'annexe C. Il est légitime de négliger la masse du quark  $u$  devant celles des quarks charmé et top. On a alors  $U_{ij} \sim A_{ij}$ , les termes  $A_{uu}$ ,  $A_{ui}$  et  $A_{uj}$  étant nuls moyennant cette approximation. Les expressions calculées dans l'annexe C sont alors égales à celles de Inami et Lim [20]. Rappelons toutefois, que dans l'évaluation de  $H_{eff}$ , nous avons négligé les quadrivecteurs extérieurs et donc la masse du quark b. Buras et al [13] ont effectué le calcul complet et ont montré, dans le cas du terme dominant ( $U_{tt}$ ), que leur résultat numérique avec  $m_b = 4,6 \text{ GeV}/c^2$  diffère de moins de 5% de celui avec  $m_b = 0$ .

Afin d'illustrer l'importance relative de chacun des termes intervenant dans  $H_{eff}^{|\Delta B|=2}$ , nous avons représenté sur la figure 1.4, les variations de  $U_{tt}$ ,  $U_{ct}$  et  $U_{cc}$  en fonction de

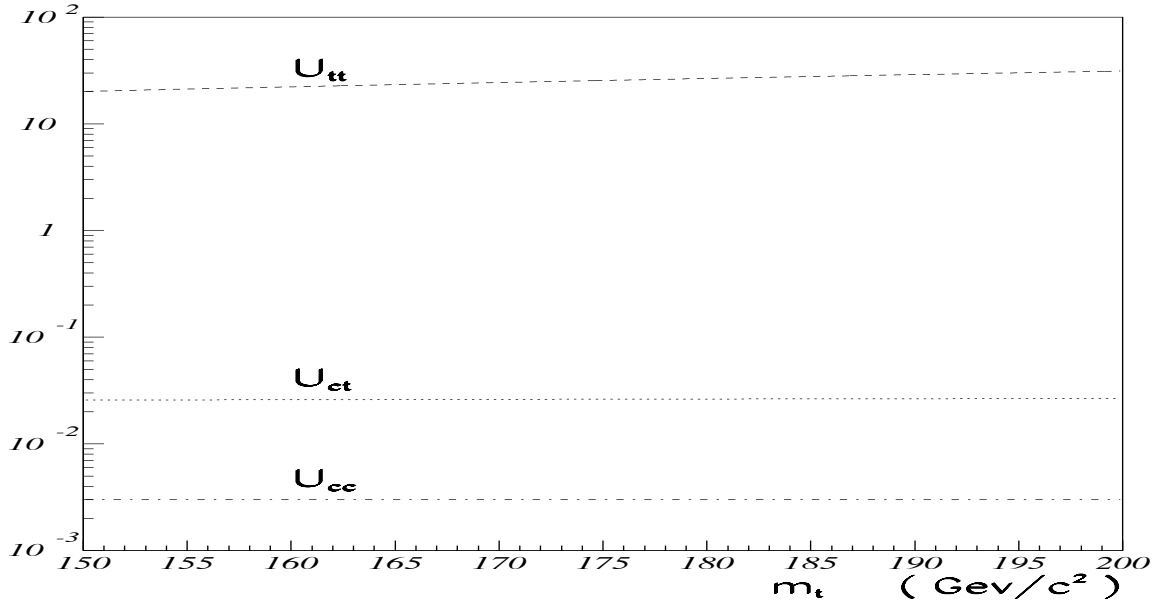


FIG. 1.4 – Variation des termes  $U_{ij}$  en fonction de la masse du top.

la masse du quark top (expressions établies dans l'annexe C). Nous avons utilisé  $m_c = 1,4 \text{ GeV}/c^2$ ,  $m_W = 80,22 \text{ GeV}/c^2$  et  $m_t$  comprise entre 150 et 200  $\text{GeV}/c^2$  (la moyenne actuelle des mesures de CDF et de  $D\emptyset$  est  $180 \pm 12 \text{ GeV}/c^2$  [26]).

Le terme dominant étant clairement  $U_{tt}$ , seul le quark top contribue réellement. D'autre part, comme  $|\lambda_c| \sim |\lambda_t|$ , nous écrirons dorénavant :

$$H_{eff}^{|\Delta B|=2} \simeq \frac{G_F^2}{16\pi^4} m_W^2 \lambda_t^2 U_{tt} O^{|\Delta B|=2} = \frac{G_F^2}{16\pi^2} \lambda_t^2 m_W^2 S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) O^{|\Delta B|=2} \quad (1.97)$$

avec :

$$S(x) = x \left\{ \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \frac{1}{1-x} - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-x)^2} - \frac{3}{2} \frac{x^2}{(1-x)^3} \ln x \right\} = xF(x) \quad (1.98)$$

La figure 1.5 représente les variations de  $F(x_t)$  en fonction de  $m_t$ . F est une fonction monotone décroissante dépendant faiblement de  $m_t$  ( $F(0) = 1$  et  $F(1) = 0,75$ ). Sa valeur en  $m_t = 180 \text{ GeV}/c^2$  est :

$$F\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) = 0,54 \quad (1.99)$$

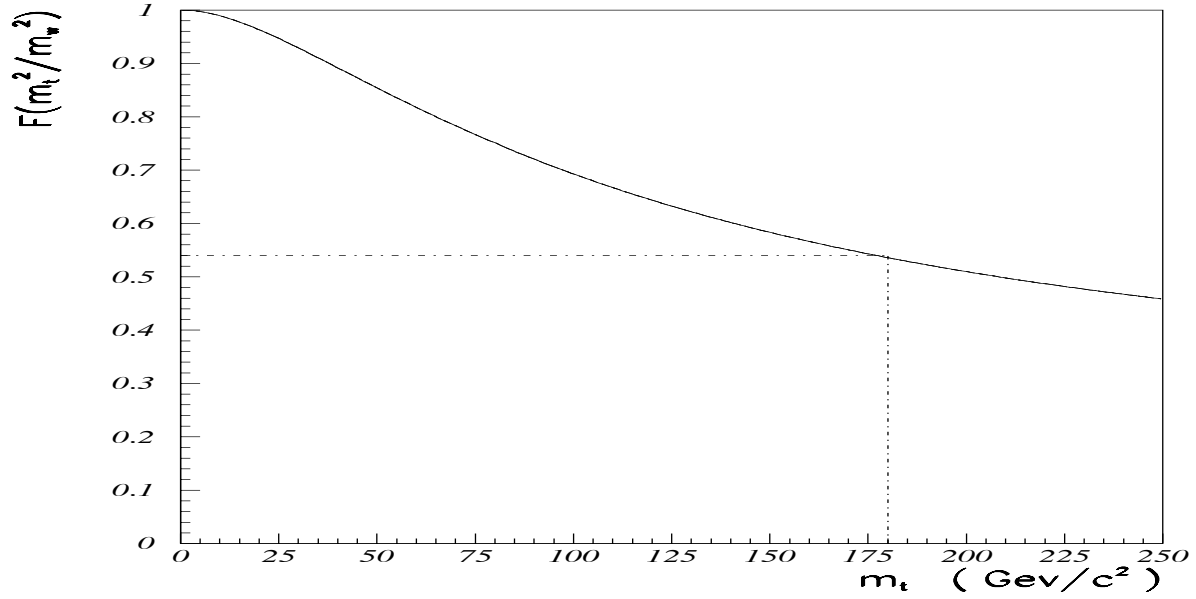


FIG. 1.5 – Variation de  $F(x_t)$  en fonction de la masse du top.

#### 1.4.2 Détermination de $\Delta m_q$ - Corrections QCD

L'élément de matrice  $\langle \overline{B}_q^0 | H_{eff}^{|\Delta B|=2} | B_q^0 \rangle$  détermine  $m_{12}$ . D'autre part, Buras et al. [13] ont montré que la formule approximative  $\Delta m = 2 | m_{12} |$  (à comparer avec l'équation 1.53) est valable avec une précision de 1 % (dans le cas des B seulement). On en déduit donc à partir de (1.97) :

$$\Delta m_q = \frac{G_F^2}{8\pi^2} | \lambda_t |^2 m_W^2 S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) \langle \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2} | B_q^0 \rangle \quad (1.100)$$

Ainsi, le calcul électrofaible de  $\Delta m$  se factorise sous la forme :

$$\Delta m_q = C_0 \langle \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2} | B_q^0 \rangle \quad (1.101)$$

avec

$$C_0 = \frac{G_F^2}{8\pi^2} | \lambda_t |^2 m_W^2 S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) \quad (1.102)$$

Qu'advient-il de cette factorisation lorsque l'on tient compte des corrections de QCD? Le problème est ardu puisque dans le cas des oscillations (ou de toute désintégration faible non leptonique), les corrections QCD sont de deux types :

- celles agissant à “courte distance” autorisant un développement perturbatif. Elles correspondent à des gluons “durs” connectant par exemple un quark externe à un

quark top (voir figure 1.6-a). Le moment échangé est dans ce cas de l'ordre de  $m_t$  ou  $m_W$ .

- celles dont la dynamique est dominée par les mécanismes à “longue distance” : échange de gluons “mous” entre quarks externes, boucles gluoniques... (voir figure 1.6-b), pour lesquelles le calcul perturbatif n'est plus valide.

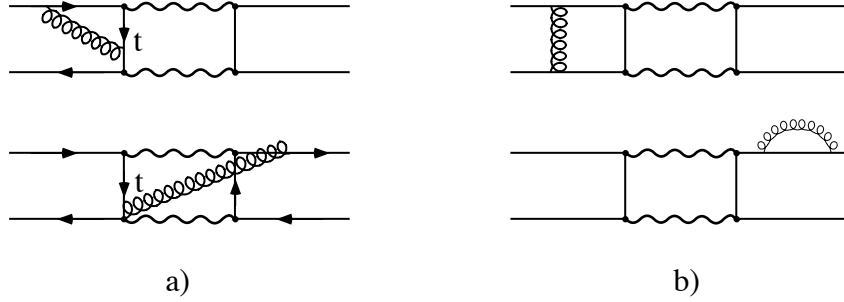


FIG. 1.6 – *Exemples de corrections QCD : a) processus à “courte distance”. b) processus à “longue distance”.*

Les échelles d'énergie étant différentes ( $\mathcal{O}(m_W)$  et  $\mathcal{O}(m_b)$ ), il est légitime de séparer les contributions à “courte distance” de celles à “longue distance”. Ceci est correctement traité par un “développement en produits d'opérateurs” ou OPE (Operator Product Expansion). On peut montrer qu'un tel développement, dans le cas des oscillations, prend la forme [27]-[28] :

$$\Delta m_q = C(\mu) < \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2}(\mu) | B_q^0 > \quad (1.103)$$

à comparer avec (1.101). Aucun nouvel opérateur n'est apparu (contrairement à l'OPE des “diagrammes pingouins” par exemple). L'échelle  $\mu$  sépare les deux contributions : les échelles d'énergie supérieures à  $\mu$  caractérisent des contributions à “courte distance” et sont prises en compte par le coefficient de Wilson  $C(\mu)$ . Lorsque l'énergie est plus petite que  $\mu$ , nous sommes dans un régime à “longue distance” dont les contributions sont contenues dans l'élément de matrice  $< \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2}(\mu) | B_q^0 >$ . Bien entendu, l'amplitude totale (ou bien  $\Delta m$ ) ne doit pas dépendre du point de renormalisation  $\mu$ . La dépendance en  $\mu$  du coefficient  $C(\mu)$  est absorbée par celle de l'opérateur  $O^{|\Delta B|=2}(\mu)$ .

La détermination de  $C(\mu)$  et de  $O^{|\Delta B|=2}(\mu)$  s'effectue de la façon suivante : Dans un premier temps, on estime les coefficients de Wilson  $C(\mu)$  dans le domaine perturbatif :  $C(\mu = \mathcal{O}(m_W))$ , en évaluant les contributions à une boucle (QCD) du diagramme en boîte (voir figure 1.7). Ce calcul peut s'effectuer à l'ordre des logarithmes dominants (noté LO pour Leading Order) où on ne somme que les termes en  $\alpha_{QCD}^{2n}(\mu)$

$\times \left[ \log \frac{m_W}{\mu} \right]^n$ , ou bien, à l'ordre suivant ( NLO pour Next-To-Leading-Order) où l'on tient également compte de termes en  $\alpha_{QCD}^{2n}(\mu) \left[ \log \frac{m_W}{\mu} \right]^{n-1}$ . Ensuite, on utilise  $C(m_W)$ , en tant que condition initiale aux équations du groupe de renormalisation, afin d'obtenir  $C(\mu)$ . Une procédure semblable est appliquée également à  $O^{|\Delta B|=2}(\mu)$ .

q = d, s

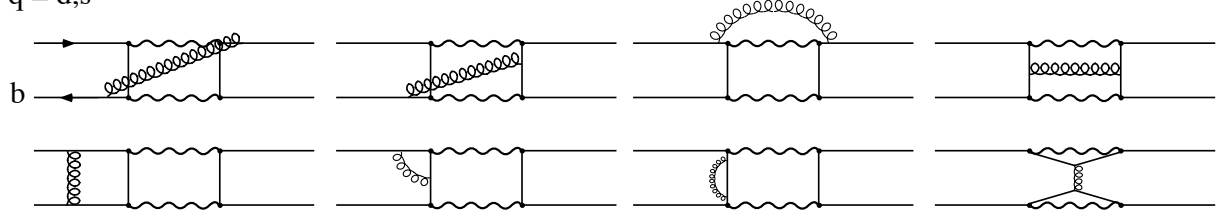


FIG. 1.7 – Diagrammes contribuant aux corrections QCD (domaine perturbatif). Les autres diagrammes s'obtiennent en échangeant les lignes externes.

• Expression de  $\langle \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2}(\mu) | B_q^0 \rangle$  :

Historiquement, Gaillard et Lee [17] ont évalué cet élément de matrice (pour les kaons) dans l'approximation dite “d'insertion ou de saturation du vide”. On écrit alors :

$$\begin{aligned}
 \langle \overline{B}_q^0 | O^{|\Delta B|=2} | B_q^0 \rangle &\simeq \langle \overline{B}_q^0 | \bar{b} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) q | 0 \rangle \langle 0 | \bar{b} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) q | B_q^0 \rangle \\
 &= \frac{8}{3} \left( \frac{i P_\mu f_{B_q}}{\sqrt{2m_{B_q}}} \right)^* \left( \frac{i P^\mu f_{B_q}}{\sqrt{2m_{B_q}}} \right) \\
 &= \frac{4}{3} f_{B_q}^2 m_{B_q}
 \end{aligned} \tag{1.104}$$

où P représente l'énergie-impulsion du méson  $B_q^0$  ( $P^2 = m_{B_q}^2$ ) et  $\sqrt{2m_{B_q}}$  est un facteur de normalisation. Le coefficient  $\frac{8}{3}$  correspond aux 4 façons d'effectuer la contraction de Wick, multiplié par un facteur de couleur  $\frac{2}{3}$  [29]. Quant à  $f_{B_q}$ , la constante de désintégration, elle est une mesure de la force d'attraction quark antiquark au sein de l'état lié  $B_q^0$ . Elle traduit donc l'échange de gluons “mous” entre les quarks constituants de  $B_q^0$  ou de  $\overline{B}_q^0$ , ainsi que les boucles de gluons sur l'un de ces quarks. A l'heure actuelle, aucune mesure expérimentale de  $f_{B_q}$  n'existe (que ce soit pour le  $B_d^0$  ou le  $B_s^0$ ). En principe, une mesure est possible via la désintégration  $B \rightarrow \tau \nu_\tau$ .

Physiquement, l'approximation “d'insertion du vide” est équivalente à négliger les échanges de gluons entre les quarks du  $B_q^0$  et ceux du  $\overline{B}_q^0$ . Une telle approximation est d'autant meilleure que le méson est lourd. En effet, dans ce cas, l'émission de gluons est inhibée par la règle de Zweig car le moment transféré est de l'ordre de la masse du méson [24]. Néanmoins, on tient compte d'une éventuelle correction à cette approximation en

rajoutant dans (1.104) un extra-terme,  $B_B$  ou “Bag factor”. L’élément de matrice s’écrit alors :

$$\langle \overline{B_q^0} | O^{|\Delta B|=2}(\mu) | B_q^0 \rangle = \frac{4}{3} B_{B_q}(\mu) f_{B_q}^2 m_{B_q} \quad (1.105)$$

L’évolution de  $B_{B_q}(\mu)$  se déduit de l’équation du groupe de renormalisation. On montre qu’alors  $B_{B_q}$  vérifie à l’ordre des logarithmes dominants [30] :

$$B_{B_q} = B_{B_q}(\mu) \left[ \alpha_{QCD}^{(5)}(\mu) \right]^{-6/23} \quad (1.106)$$

avec :

$$\alpha_{QCD}^{(n_f)}(\mu) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)/\ln(\frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2})} \quad (1.107)$$

où  $\alpha_{QCD}^{(n_f)}(\mu)$  est la constante de couplage “courante” de QCD et  $n_f$  le nombre de saveurs actives lors de la renormalisation  $m_W \rightarrow \mu \geq \mathcal{O}(m_b)$  ( $n_f = 5$ ).  $\Lambda_{QCD}$  est le paramètre fondamental de QCD dont la valeur est liée à l’échelle d’énergie des processus d’hadronisation. On estime  $\Lambda_{QCD} \sim 200$  MeV. Remarquons que  $B_{B_q}$  défini par (1.106) est bien indépendant de l’échelle de renormalisation  $\mu$ .

- **Expression de  $C(\mu)$  :**

$C(\mu)$  tient compte des contributions de QCD à “courte distance” calculables par un développement perturbatif. Historiquement ces corrections QCD furent déterminées par Hagelin [21] en se fondant sur les travaux de Gilman et Wise [31]. Cependant, ces calculs supposaient  $m_t \ll m_W$ . Il fallut attendre la fin des années 80 pour obtenir des résultats compatibles avec  $m_t > m_W$  à l’ordre des logarithmes dominants [32]. On montre qu’alors

$$C(\mu) = C_0 \eta_B \left[ \alpha_{QCD}^{(5)}(\mu) \right]^{-6/23} \quad (1.108)$$

$\eta_B$  représentant les corrections QCD (perturbatives) au diagramme en boîte.  $\eta_B$  est alors défini par

$$\eta_B = \left[ \alpha_{QCD}^{(5)}(m_W) \right]^{6/23} \quad (1.109)$$

- **Expression de  $\Delta m_q$  :**

$\Delta m_q$  étant défini par l'équation (1.103), il vient en utilisant (1.105) et (1.108) :

$$\Delta m_q = C_0 \frac{4}{3} f_{B_q}^2 m_{B_q} \eta_B \left[ \alpha_{QCD}^{(5)}(\mu) \right]^{-6/23} B_{B_q}(\mu) \quad (1.110)$$

A cette étape, il convient d'être prudent. Il existe en fait deux expressions différentes mais fort heureusement équivalentes de  $\Delta m$  dans la littérature. La première (d'un point de vue historique) est d'absorber  $\alpha_{QCD}$  dans  $\eta_B$ . On évalue alors la valeur numérique de  $\eta_B$  à la masse du B. Bien entendu, il est nécessaire de connaître  $B_{B_q}(\mu)$  à cette même énergie. On écrit alors :

$$\bar{\eta}_B = \eta_B \left[ \alpha_{QCD}^{(5)}(m_B) \right]^{-6/23} \quad (1.111)$$

et

$$\bar{B}_{B_q} = B_{B_q}(m_B) \quad (1.112)$$

Pour toute application numérique, il faut être sûr que  $\bar{\eta}_B$  et  $\bar{B}_{B_q}$  ont été calculés à la même échelle d'énergie. Le problème est accentué par le fait que les calculs de  $B_{B_q}$  sur réseaux sont toujours effectués pour un paramètre invariant d'échelle c'est à dire défini selon (1.106). C'est pourquoi, on préfère utiliser à l'heure actuelle,  $\eta_B$  et  $B_{B_q}$  défini par (1.106), ces paramètres étant tous deux invariants d'échelle (contrairement à  $\bar{\eta}_B$  et  $\bar{B}_{B_q}$ ). Bien entendu, on a toujours  $B_{B_q} \eta_B = \bar{B}_{B_q} \bar{\eta}_B$ .

L'expression de  $\Delta m_q$ , après substitution de  $C_0$  (défini en 1.102) dans l'équation (1.110) devient donc :

$$\Delta m_q = \frac{G_F^2}{6\pi^2} |V_{tb}|^2 |V_{tq}|^2 m_W^2 m_{B_q} f_{B_q}^2 B_{B_q} \eta_B S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) \quad (1.113)$$

où nous avons remplacé  $\lambda_t$  par  $V_{tb} V_{tq}^*$ .

### 1.4.3 Incertitudes théoriques

L'expression de  $\Delta m_q$  (1.113) nécessite la détermination des paramètres  $\eta_B, f_{B_q}$  et  $B_{B_q}$ .

- **Détermination de  $\eta_B$  :**

$\eta_B$  est défini par l'équation (1.109) à l'ordre des logarithmes dominants. L'application numérique donne alors grossièrement :

$$\eta_B = 0,60$$

Cependant, Buras, Jasmin et Weisz [30] ont montré que ce calcul n'était pas satisfaisant. L'une des raisons est la suivante :  $\Delta m_q$  dépend de  $m_t$  par l'intermédiaire de  $S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right)$ . Or la masse du top intervenant ici est en fait une masse "courante". Aussi comment doit-on définir  $m_t$ ? Est-ce  $\overline{m}_t(m_W), \overline{m}_t(m_t)$  etc...?  $S\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right)$  peut différer de plus de 20 % selon la définition. Buras et al. [30] ont démontré que cette ambiguïté était résolue en calculant les corrections QCD, à l'ordre suivant (au Next-to-Leading Order). Dans ce cas,  $\eta_B$  devient faiblement dépendant de  $x_t = \frac{m_t^2}{m_W^2}$  ( et donc de la définition de  $m_t$ ) mais le produit  $\eta_B(x_t) S(x_t)$  reste lui indépendant de la définition de la masse du top. Ainsi, en utilisant  $\overline{m}_t \equiv \overline{m}_t(m_t)$  (c'est à dire  $\overline{m}_t(\mu)$  évaluée à l'échelle d'énergie  $\mu$  tel que  $\mu = \overline{m}_t(\mu)$ ), on trouve, compte tenu de la mesure de CDF et de DØ ( $m_t^{pole} = 180 \pm 12 \text{ GeV}/c^2$  [26]) [28] †:

$$\begin{aligned}\overline{m}_t &= 171 \pm 12 \text{ GeV}/c^2 \\ \eta_B &= 0,55 \pm 0,01\end{aligned}\tag{1.114}$$

où  $\overline{m}_t$  et  $\eta_B$  sont calculés selon le schéma de renormalisation  $\overline{MS}$ . A titre indicatif, la valeur numérique correspondante de  $\overline{\eta_B}$  est 0,86 (au N.L.O).

#### • Détermination de $B_{B_q}$ et $f_{B_q}$ :

Ces deux paramètres n'ont encore jamais été mesurés. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes théoriques telles que les règles de somme de QCD ou aux calculs de QCD sur réseau. Historiquement, les règles de somme furent utilisées les premières et conduisirent à de faibles valeurs de  $f_{B_q}$ . Généralement, on croyait vérifier la loi d'échelle fondée sur les modèles non relativistes (valables avec les quarks lourds) selon laquelle :

$$f_p \sqrt{m_p} = A\tag{1.115}$$

$p$  étant un méson lourd et  $A$  une constante. Les résultats obtenus étaient alors de l'ordre de [33]

$$100 \text{ MeV} \leq f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} \leq 170 \text{ MeV}\tag{1.116}$$

---

† le lien entre  $m_t^{pole}$  et  $m_t(m_t)$  est donné par :  $m_t^{pole} = \overline{m}_t(m_t)[1 + \frac{4}{3} \frac{\alpha_s(m_t)}{\pi}]$  au premier ordre [58]

Rappelons que l'on s'attend à ce que  $B_{B_d}$  (ou  $B_{B_s}$ ) soit très proche de l'unité. Cependant, les derniers résultats des calculs sur réseau remettent en cause la loi d'échelle (1.115). On y préfère un ajustement linéaire en  $1/m_p$  [38h] [34]:

$$f_p \sqrt{m_p} = A + \frac{B}{m_p} \quad (1.117)$$

voire quadratique [35], [37k]:

$$f_p \sqrt{m_p} = A + \frac{B}{m_p} + \frac{C}{m_p^2} \quad (1.118)$$

Les méthodes de calcul sur réseau sont en principe perfectibles. Les limitations sont dues à la puissance des ordinateurs (taille du réseau, et espacement entre les points). On a donc recours à des approximations moins gourmandes en CPU telles que la “quenched approximation” qui néglige les boucles de fermions.

Nous avons collecté dans la Table 1.1 les estimations théoriques de  $f_{B_q}$  ou de  $f_{B_q} \sqrt{B_{B_q}}$  (à partir des revues [27], [34], [35], [36] et [41]). Il apparaît clairement une forte dispersion des résultats. Cependant, les estimations les plus récentes semblent se stabiliser près de 200 MeV et ce, quelle que soit la méthode.

En ce qui concerne  $B_{B_q}$ , nous avons répertorié les résultats dans la Table 1.2. Ils sont bien tous très proches de l'unité.

En résumé, il n'est pas simple de conclure sur la valeur de  $f_B$ . Nous nous référons donc aux travaux de Ali et London ainsi qu'à ceux de Buras qui, à partir des résultats les plus récents, utilisent [42]

$$\begin{aligned} f_{B_d} &= 180 \pm 50 \text{ MeV} \\ B_{B_d} &= 1,0 \pm 0,2 \end{aligned} \quad (1.119)$$

ou bien [28]:

$$f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} = 195 \pm 45 \text{ MeV} \quad (1.120)$$

Précisons toutefois, que les incertitudes théoriques sont grandement réduites si l'on considère le rapport  $f_{B_s}^2 B_{B_s} / f_{B_d}^2 B_{B_d}$ . Abada et al. [38h] obtiennent ainsi:

$$\frac{f_{B_s}^2 B_{B_s}}{f_{B_d}^2 B_{B_d}} = 1,19 \pm 0,10 \quad (1.121)$$

| Méthode                    | Référence | Résultat                                                                                                  | Année |
|----------------------------|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Règle de somme             | [37a]     | $f_{B_d} \simeq 140 \text{ MeV}$                                                                          | 1982  |
|                            | [37b]     | $f_{B_d} \simeq 130 \text{ MeV}$                                                                          | 1983  |
|                            | [37c]     | $f_{B_d} \simeq 230 \text{ MeV}$                                                                          | 1984  |
|                            | [37d]     | $f_{B_d} = 104 - 150 \text{ MeV}$                                                                         | 1987  |
|                            | [37e]     | $f_{B_d} = 182 \pm 18 \text{ MeV}$                                                                        | 1987  |
|                            | [37f]     | $f_{B_d} = 170 \pm 20 \text{ MeV}$                                                                        | 1988  |
|                            | [37g]     | $f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} = 130 \pm 50 \text{ MeV}$                                                         | 1988  |
|                            | [37h]     | $f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} = 165 \pm 25 \text{ MeV}$                                                         | 1988  |
|                            | [37i]     | $f_{B_d} = 174 \pm 38 \text{ MeV}$                                                                        | 1990  |
|                            | [37j]     | $f_{B_d} = 100 - 126 \text{ MeV}$                                                                         | 1991  |
|                            | [37k]     | $f_{B_d} = 223 \pm 26 \text{ MeV}$                                                                        | 1991  |
|                            | [37l]     | $f_{B_d} = 195 - 245 \text{ MeV}$                                                                         | 1992  |
|                            | [37m]     | $f_{B_d} = 190 \pm 50 \text{ MeV}$                                                                        | 1992  |
|                            | [37n]     | $f_{B_s}/f_{B_d} = 1,16 \pm 0,05$                                                                         | 1994  |
| QCD sur réseaux            | [38a]     | $f_{B_d} \simeq 120 \text{ MeV}$ , $f_{B_s} \simeq 150 \text{ MeV}$                                       | 1988  |
|                            | [38b]     | $f_{B_d} = 105 \pm 17 \pm 30 \text{ MeV}$<br>$f_{B_s} = 155 \pm 31 \pm 48 \text{ MeV}$                    | 1988  |
|                            | [38c]     | $f_{B_d} = 184 \pm 28 \text{ MeV}$                                                                        | 1989  |
|                            | [38d]     | $f_{B_d} \leq 150 \text{ MeV}$                                                                            | 1989  |
|                            | [38e]     | $f_{B_d} = 310 \pm 25 \pm 50 \text{ MeV}$                                                                 | 1991  |
|                            | [38f]     | $f_{B_d} = 366 \pm 22 \pm 55 \text{ MeV}$                                                                 | 1991  |
|                            | [38g]     | $f_{B_d} = 188 - 246 \text{ MeV}$                                                                         | 1992  |
|                            | [38h]     | $f_{B_d} = 205 \pm 40 \text{ MeV}$<br>$f_{B_s}^2 B_{B_s} / f_{B_d}^2 B_{B_d} = 1,19 \pm 0,10 \text{ MeV}$ | 1992  |
|                            | [38i]     | $f_{B_d} = 187 \pm 10 \pm 34 \pm 15$<br>$f_{B_s} = 207 \pm 9 \pm 34 \pm 22$                               | 1994  |
| Modèle quarks relativistes | [39a]     | $f_{B_d} = 155 \pm 15 \text{ MeV}$<br>$f_{B_s} = 210 \pm 20 \text{ MeV}$                                  | 1990  |
| Modèle de potentiel QCD    | [39b]     | $f_{B_d} = 233 \pm 35 \text{ MeV}$<br>$f_{B_s} = 247 \pm 37 \text{ MeV}$                                  | 1991  |

TAB. 1.1- Valeurs de  $f_{B_d}$ ,  $f_{B_s}$  selon différentes méthodes théoriques.

| Méthode         | Référence | Résultat                  | Année |
|-----------------|-----------|---------------------------|-------|
| Règle de somme  | [37h]     | $B_{B_d} = 0,95 \pm 0,10$ | 1988  |
|                 | [40]      | $B_{B_d} = 1,0 \pm 0,15$  | 1994  |
| QCD sur réseaux | [38h]     | $B_{B_d} = 1,16 \pm 0,07$ | 1992  |

TAB. 1.2-*Estimation théorique du “Bag-factor”.*

## 1.5 Les oscillations et le triangle d’unitarité

Dans ce paragraphe, nous exposerons dans un premier temps les mesures qui permettent de contraindre le triangle d’unitarité. Nous verrons ensuite, en quoi une mesure de  $\Delta m_s$  et de  $\Delta m_d$ , permettrait de contraindre beaucoup plus fortement le triangle. Nous en déduirons finalement une estimation théorique de  $\Delta m_s$ , et nous concluons sur les prédictions théoriques en dehors du Modèle Standard.

### 1.5.1 Le triangle d’unitarité

Ces triangles, au nombre de 6, ne sont qu’une simple traduction géométrique de l’unitarité de  $V_{CKM}$ . Ainsi  $V_{CKM} (V_{CKM})^\dagger = 1$  impose que 6 termes non diagonaux soient nuls. Parmi les 6 équations obtenues, seules 3 d’entre elles sont indépendantes :

$$V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} = 0 \quad (1.122)$$

$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} = 0 \quad (1.123)$$

$$V_{ud}^* V_{ub} + V_{cd}^* V_{cb} + V_{td}^* V_{tb} = 0 \quad (1.124)$$

En utilisant la paramétrisation de Wolfenstein, ces équations peuvent se représenter dans le plan complexe  $(\rho, \eta)$  selon des triangles. On peut montrer que tous ces triangles ont la même surface, cette dernière étant reliée à l’invariant  $J$  de  $V_{CKM}$  par [43] :

$$S = \frac{|J|}{2} \quad (1.125)$$

D’un point de vue phénoménologique, le triangle le plus intéressant est celui correspondant à l’équation (1.124) pour lequel on prévoit que les longueurs des côtés soient du même

ordre.  $|V_{ud}|$  et  $|V_{tb}|$  étant très proches de l'unité, et  $V_{cd} = -V_{us} = -\lambda$ , on obtient (après conjugaison) :

$$\frac{V_{ub}^*}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1 \quad (1.126)$$

La traduction géométrique de cette relation est illustrée sur la figure 1.8.

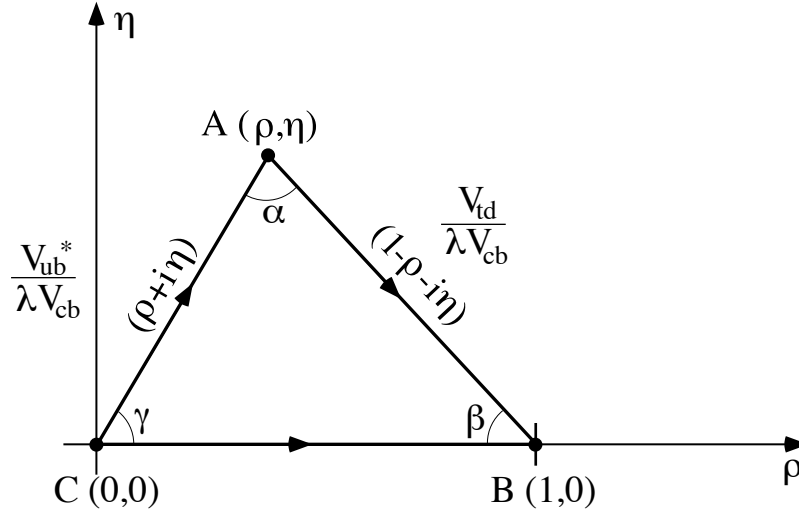


FIG. 1.8 – Triangle d'unitarité dans le plan  $(\rho, \eta)$ .

La détermination des paramètres de ce triangle est d'une grande importance. S'il s'avérait qu'il ne soit pas fermé ( $\alpha + \beta + \gamma \neq \pi$ ), cela remettrait en cause l'unitarité de  $V_{CKM}$  et ouvrirait donc une fenêtre sur une nouvelle physique. D'autre part, les effets de violation de CP s'illustrent par une valeur de  $\eta \neq 0$ , c'est-à-dire un triangle non aplati (surface non nulle). Malheureusement, la position de l'apex du triangle (point A) est actuellement très peu contrainte.

Deux stratégies complémentaires sont à priori possibles pour déterminer les paramètres du triangle :

La première consiste à mesurer les angles  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$ . A cette fin, il est nécessaire d'observer une violation de CP dans les désintégrations des hadrons B en considérant un état final f, qui soit état propre de CP, et dans lequel,  $B^0$  et  $\overline{B}^0$  peuvent se désintégrer. La violation de CP se manifeste alors par une valeur non nulle de l'asymétrie :

$$A_f(t) = \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\overline{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\overline{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})} \quad (1.127)$$

Or, on peut montrer [44] que  $A_f(t)$  est directement relié au sinus de l'un des trois angles  $\alpha, \beta$  ou  $\gamma$ . Ainsi,  $B_d^0 \rightarrow J/\psi K_s$  permet d'accéder à  $\sin(2\beta)$ ,  $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  à  $\sin(2\alpha)$

et  $B_s^0 \rightarrow \rho K_s$  à  $\sin(2\gamma)$ . Cependant, ces analyses supposent une reconstruction exclusive des mésons B, et les rapports d'embranchement de ces réactions sont très faibles. A l'heure actuelle, ces méthodes ne sont pas applicables. Une usine à B devrait permettre de telles mesures.

La seconde méthode consiste à déterminer les longueurs des deux côtés intéressants (AB ou AC) du triangle, ces derniers étant proportionnels à  $|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}|$  et à  $|\frac{V_{td}}{V_{cb}}|$ . Nous verrons prochainement, en quoi, l'étude des oscillations des mésons B permet d'accéder au côté droit du triangle.

## 1.5.2 Les contraintes actuelles au triangle d'unitarité

### • Le rapport $\frac{|V_{ub}|}{|V_{cb}|}$ :

La mesure de cet quantité, combinée avec la mesure de  $\lambda$ , nous a permis d'établir l'équation (1.34) :

$$R = \sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0,36 \pm 0,14 \quad (1.128)$$

L'apex du triangle se situe donc sur un cercle de centre (0,0) et de rayon R.

### • Violation de CP indirecte dans le mélange $K^0\overline{K}^0$ :

Une seconde contrainte est obtenue à partir de la mesure du paramètre  $\epsilon$  traduisant la violation de CP dans le système  $K^0\overline{K}^0$ . Théoriquement,  $|\epsilon|$  est essentiellement proportionnel à la partie imaginaire du diagramme en boîte du mélange  $K^0\overline{K}^0$  (le calcul s'apparente à celui effectué au paragraphe 1.4 pour les mésons beaux). Son expression, dans le Modèle Standard, est donnée par [45] :

$$|\epsilon| = C_\epsilon B_K A^2 \lambda^6 \eta [-\eta_1 S(x_c) + A^2 \lambda^4 (1 - \rho) \eta_2 S(x_t) + \eta_3 S(x_c, x_t)] \quad (1.129)$$

où

$$C_\epsilon = \frac{G_F^2 f_K^2 m_K m_W^2}{6\sqrt{2}\pi^2 \Delta m_K} \quad (1.130)$$

La valeur numérique de  $C_\epsilon$  est  $3,84 \cdot 10^4$ . Nous avons utilisé les mesures du PDG [46] :  $G_F$ , constante de Fermi égale à  $1,166 \cdot 10^{-5} GeV^{-2}$ ,  $f_K$ , constante de désintégration du méson K :  $0,161 GeV$  ;  $m_K$ , masse du méson K :  $0,4977 GeV/c^2$  ;  $m_W$ , masse du boson W :  $80,22 \pm 0,26 GeV/c^2$  ; et  $\Delta m_K$ , différence de masse  $m_{K_L} - m_{K_S} = 3,510 \cdot 10^{-15} GeV/c^2$ . Les incertitudes sur ces paramètres sont tout à fait négligeables par rapport à celles sur les autres quantités intervenant dans (1.129).  $B_K$ , le "bag factor", est fort mal connu.

On estime sa valeur entre 1/3 et 1, mais les calculs de QCD sur réseaux les plus récents [47] favorisent une valeur proche de 0,8. Dans ce qui suit, nous nous inspirerons donc des valeurs généralement utilisées dans la littérature [42] en prenant :

$$B_K = 0,80 \pm 0,20 \quad (1.131)$$

Les termes  $\eta_i$  sont des facteurs de correction de QCD perturbatif au diagramme en boîte. Ces trois paramètres ont été calculés récemment au N.L.O (Next-to-Leading-Order) [48]-[49] et [30] :

$$\eta_1 = 1,38 \pm 0,20, \quad \eta_2 = 0,57 \pm 0,01, \quad \eta_3 = 0,47 \pm 0,04 \quad (1.132)$$

Les fonctions  $S(x)$  et  $S(x_c, x_t)$  avec  $x_i = \frac{m_i^2}{m_W^2}$  sont calculées, dans le cadre des oscillations  $B^0 \overline{B}^0$  dans l'annexe C.  $x_c$  étant très proche de zéro,  $S(x_c)$  et  $S(x_c, x_t)$  deviennent alors :

$$\begin{aligned} S(x_c) &\sim x_c \\ S(x_c, x_t) &\sim x_c \left\{ \ln\left(\frac{x_t}{x_c}\right) - \frac{3}{4} \frac{x_t}{1-x_t} \left[ 1 - \frac{x_t}{1-x_t} \ln(x_t) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1.133)$$

Moyennant ces approximations,  $|\epsilon|$  prend la forme :

$$|\epsilon| = 4.4 B_K A^2 \eta [\eta_3 S(x_c, x_t) - \eta_1 x_c + A^2 \lambda^4 (1 - \rho) \eta_2 S(x_t)] \quad (1.134)$$

où nous négligeons l'erreur sur le paramètre  $\lambda = 0,2205$ . La valeur expérimentale de  $|\epsilon|$  étant [46] :

$$|\epsilon| = (2,258 \pm 0,018) 10^{-3} \quad (1.135)$$

l'équation (1.129) définit donc une hyperbole dans le plan  $(\rho, \eta)$ .

•  $\Delta m_d$  :

Nous avons établi l'expression de  $\Delta m_q$  en (1.113). En utilisant la paramétrisation de Wolfenstein,  $\Delta m_d$  se réécrit :

$$\Delta m_d = \frac{G_F^2}{6\pi^2} A^2 \lambda^6 [(1 - \rho)^2 + \eta^2] m_W^2 m_{B_d} \left( f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}} \right)^2 \eta_{B_d} S\left(\frac{\overline{m}_t^2}{m_W^2}\right) \quad (1.136)$$

La mesure de  $\Delta m_d$  fournit donc une nouvelle contrainte sur le triangle d'unitarité : un cercle de centre (1,0), et de rayon :

$$R_d = \left( \frac{6\pi^2}{G_F^2 A^2 \lambda^6 m_W^2 m_{B_d} (f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}})^2 \eta_{B_d} S(\frac{\bar{m}_t^2}{m_W^2})} \Delta m_d \right)^{1/2} \quad (1.137)$$

Cependant, comme nous l'avons montré au paragraphe 1.4.3, les incertitudes théoriques sont nombreuses ( $f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}}$  étant l'incertitude dominante). Nous avons collecté dans la table 1.5.1, les valeurs numériques des variables nécessaires à nos estimations. On trouve alors :

$$R_d = 1,1 \quad (1.138)$$

Nous sommes maintenant en mesure de préciser la position de l'apex du triangle compte tenu des trois contraintes  $|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}|$ ,  $\epsilon_K$  et  $\Delta m_d$ . Un tirage aléatoire (Gaussien) est effectué afin de déterminer les valeurs numériques des paramètres intervenant dans les équations des contraintes (1.128, 1.129 et 1.137). Les valeurs centrales ainsi que les incertitudes sont indiquées dans la table 1.3. La densité de probabilité de l'apex, résultat du produit des probabilités de chaque contrainte est alors illustrée sur la figure 1.9.

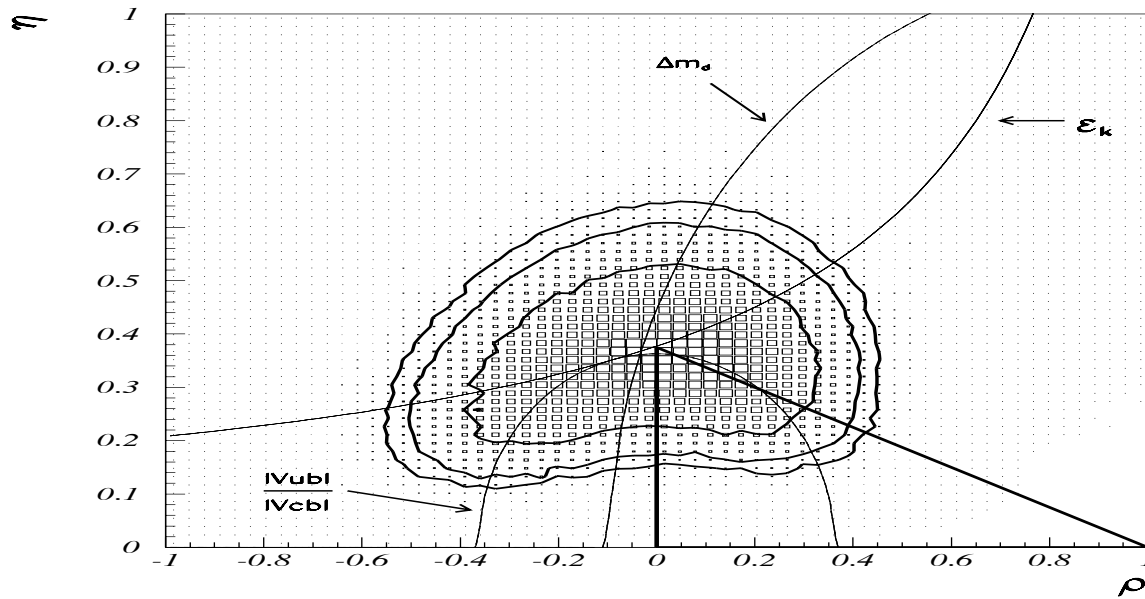


FIG. 1.9 – Les contraintes au triangle d'unitarité. On distingue les contours à 68%, 90% et 95% de niveau de confiance en forme de "haricot". La position de l'apex du triangle correspond à la valeur la plus probable.

A titre indicatif, les valeurs centrales de chaque contrainte sont représentées. Nous avons également tracé les contours à 68 % ( $1\sigma$ ), 90 % ( $1,64\sigma$ ) et 95 % ( $\sim 2\sigma$ ) de niveau de confiance. On constate que l'apex du triangle appartient à une région en forme de "haricot" dont les dimensions sont importantes. L'apex est donc fort peu contraint.

Il est intéressant d'étudier l'impact des incertitudes théoriques sur la taille du haricot. En les négligeant ( $\sigma(B_K) = 0$  et  $\sigma(f_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}) = 0$ ), la région autorisée est considérablement réduite (voir figure 1.10). Les incertitudes théoriques sont donc dominantes, principalement celles portant sur  $f_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}$ , responsable de l'extension horizontale du "haricot".

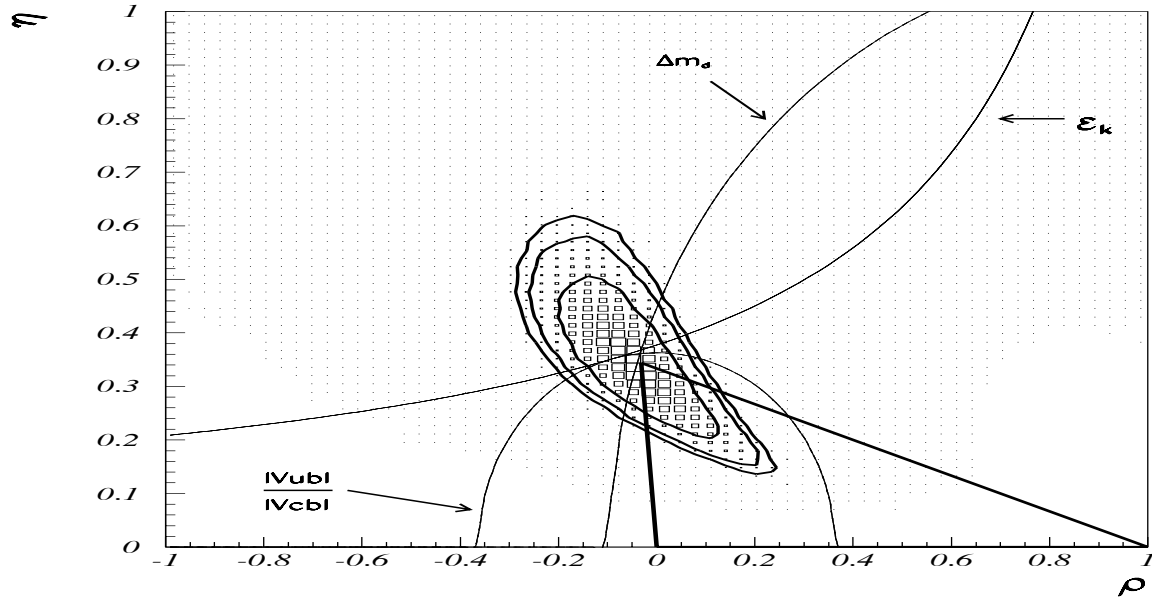


FIG. 1.10 – Résultat des contraintes au triangle d'unitarité lorsque les incertitudes théoriques sont négligées.

Nous allons voir maintenant, en quoi une mesure de  $\Delta m_s$ , permettrait d'apporter une contrainte supplémentaire au triangle d'unitarité.

| Valeurs numériques                                                   |                                                                                                       | incertitudes |
|----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| $M_W$                                                                | $= 80,22 \pm 0,26 \text{ GeV}/c^2$                                                                    | négligée     |
| $M_{B_d}$                                                            | $= 5,279 \pm 0,002 \text{ GeV}/c^2$                                                                   | négligée     |
| $M_{B_s}$                                                            | $= 5,375 \pm 0,006 \text{ GeV}/c^2$                                                                   | négligée     |
| $M_k$                                                                | $= 0,4977 \pm 0,31 \text{ GeV}/c^2$                                                                   | négligée     |
| $A$                                                                  | $= 0,80 \pm 0,12$                                                                                     | $\pm 0,12$   |
| $\lambda$                                                            | $= 0,2205 \pm 0,0018$                                                                                 | négligée     |
| $ V_{ub}/V_{cb} $                                                    | $= 0,08 \pm 0,03$                                                                                     | $\pm 0,03$   |
| $\eta_1$                                                             | $= 1,38 \pm 0,20$                                                                                     | négligée     |
| $\eta_2$                                                             | $= 0,57 \pm 0,01$                                                                                     | négligée     |
| $\eta_3$                                                             | $= 0,47 \pm 0,04$                                                                                     | négligée     |
| $\eta_{B_d} = \eta_{B_s}$                                            | $= 0,55 \pm 0,01$                                                                                     | négligée     |
| $\overline{m}_c(m_c)$                                                | $= 1,3 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$                                                                       | négligée     |
| $\overline{m}_t(m_t)$                                                | $= 170 \pm 12 \text{ GeV}/c^2$                                                                        | $\pm 12$     |
| $f_K$                                                                | $= 0,161 \text{ GeV}$                                                                                 | négligée     |
| $B_K$                                                                | $= 0,80 \pm 0,20$                                                                                     | $\pm 0,20$   |
| $f_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}$                                              | $= 0,180 \pm 0,050 \text{ GeV}$                                                                       | $\pm 0,050$  |
| $\left(\frac{f_{B_s}\sqrt{B_{B_s}}}{f_{B_d}\sqrt{B_{B_d}}}\right)^2$ | $= 1,19 \pm 0,10$                                                                                     | $\pm 0,10$   |
| $\Delta m_K$                                                         | $= (3,510 \pm 0,018) 10^{-15} \text{ GeV}/c^2$<br>$= (0,5333 \pm 0,0027) 10^{-2} \hbar\text{ps}^{-1}$ | négligée     |
| $\Delta m_d$                                                         | $= 0,465 \pm 0,024 \hbar \text{ps}^{-1}$                                                              | $\pm 0,024$  |
| $ \epsilon_K $                                                       | $= (2,258 \pm 0,018) 10^{-3}$                                                                         | négligée     |

Table 1.3: Valeurs numériques des paramètres utilisés dans nos estimations théoriques

### 1.5.3 Apport de $\Delta m_s$ - Estimation théorique

Une estimation théorique de  $\Delta m_d$  n'est pas possible,  $\rho$  et  $\eta$  étant inconnus. En revanche,  $\Delta m_s$  ne dépend pas de ces 2 paramètres. En effet, en utilisant la paramétrisation de Wolfenstein, on trouve à partir de (1.113) :

$$\Delta m_s = \frac{G_F^2}{6\pi^2} A^2 \lambda^4 m_W^2 m_{B_s} (f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}})^2 \eta_{B_s} S\left(\frac{\overline{m}_t^2}{m_W^2}\right) \quad (1.139)$$

Soit en utilisant les valeurs de la table 1.3 :

$$\Delta m_s = 9,6 \text{ } \hbar ps^{-1} \quad (1.140)$$

Cependant, l'incertitude sur  $\Delta m_s$  est importante (issues de  $A$  et de  $f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}}$ ). Nous avons représenté sur la figure 1.11-a, la distribution de  $\Delta m_s$  lorsque chaque paramètre est distribué selon une loi Gaussienne en accord avec les incertitudes collectées dans la table 1.3. Nous avons négligé toute corrélation entre ces erreurs. On constate que  $\Delta m_s$  est situé dans l'intervalle :

$$0,4 \text{ } \hbar ps^{-1} \leq \Delta m_s \leq 23,6 \text{ } \hbar ps^{-1} \quad (1.141)$$

à 95 % de niveau de confiance. Ce résultat peut être comparé aux travaux théoriques d'Ali et London [42] qui ont obtenu, pour un intervalle de  $\pm 2\sigma$  :

$$3,6 \text{ } \hbar ps^{-1} \leq \Delta m_s \leq 21,6 \text{ } \hbar ps^{-1}. \quad (1.142)$$

Les incertitudes expérimentales et théoriques sont supposées jusqu'à présent obéir à des lois Gaussiennes. Cependant, cette hypothèse est loin d'être évidente en ce qui concerne les erreurs théoriques. Nous avons donc également illustré en 1.11-b la distribution en  $\Delta m_s$  obtenue dans le cas de distributions uniformes. Le nouvel intervalle à 95 % de niveau de confiance est alors :

$$2,8 \text{ } \hbar ps^{-1} \leq \Delta m_s \leq 19,6 \text{ } \hbar ps^{-1} \quad (1.143)$$

- $\Delta m_d / \Delta m_s$  :

La détermination expérimentale de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$  permettrait une mesure du rapport  $\Delta m_d / \Delta m_s$  pour lequel les incertitudes théoriques sont bien plus faibles :

- la dépendance vis-à-vis de la masse du top est éliminée, ainsi que celles rattachées à l'échelle QCD :  $\Lambda_{\overline{MS}}$ .

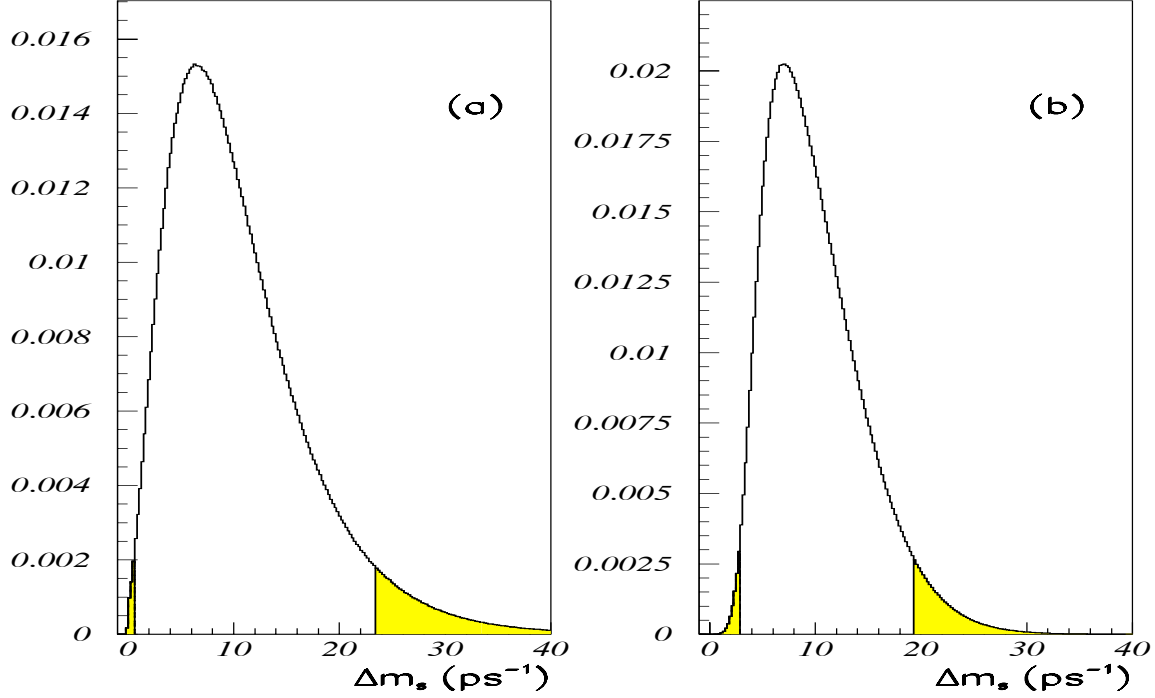


FIG. 1.11 – Distributions de la prédiction théorique sur  $\Delta m_s$  (eq. 1.139). En a), les erreurs expérimentales et théoriques sont supposées suivre une loi Gaussienne. En b), les erreurs théoriques sont distribuées uniformément. La portion grisée correspond à 5 % de probabilité.

- les incertitudes sur les éléments hadroniques liés à la brisure de symétrie de saveur  $SU(3)$ , sont petites, de l'ordre de  $\pm 10\%$ .

Ce rapport s'exprime par (voir 1.113) :

$$\frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} = \frac{m_{B_d} \eta_{B_d} f_{B_d}^2 B_{B_d}}{m_{B_s} \eta_{B_s} f_{B_s}^2 B_{B_s}} \left| \frac{V_{td}}{V_{ts}} \right|^2 \quad (1.144)$$

Sa mesure permet donc une détermination plus précise du rapport  $|V_{td}/V_{ts}|^2$ .

D'autre part,  $|V_{ts}| \simeq |V_{cb}|$  (il y a même égalité dans la paramétrisation de Wolfenstein). On a ainsi accès directement à  $|\frac{V_{td}}{V_{cb}}|$ , qui n'est autre que le côté droit du triangle d'unitarité. On comprend donc l'importance d'une mesure expérimentale de  $\Delta m_s$ . Afin de mieux illustrer cet effet, nous avons représenté sur la figure 1.12, la contrainte supplémentaire apportée par une limite hypothétique sur  $\Delta m_s$  à  $10 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  avec un niveau de confiance de 95 %. Cette contrainte définit un cercle de centre (1,0) et de rayon ( $\Delta m_s = 10 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$ ) :

$$R = \left( \frac{m_{B_s} \eta_{B_s} f_{B_s}^2 B_{B_s}}{m_{B_d} \eta_{B_d} f_{B_d}^2 B_{B_d}} \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} \frac{1}{\lambda^2} \right)^{1/2} = 1,08 \quad (1.145)$$

Comme nous nous y attendions, la région du plan  $(\rho, \eta)$  autorisée à l'apex du triangle est nettement plus faible de l'ordre d'un facteur 2.

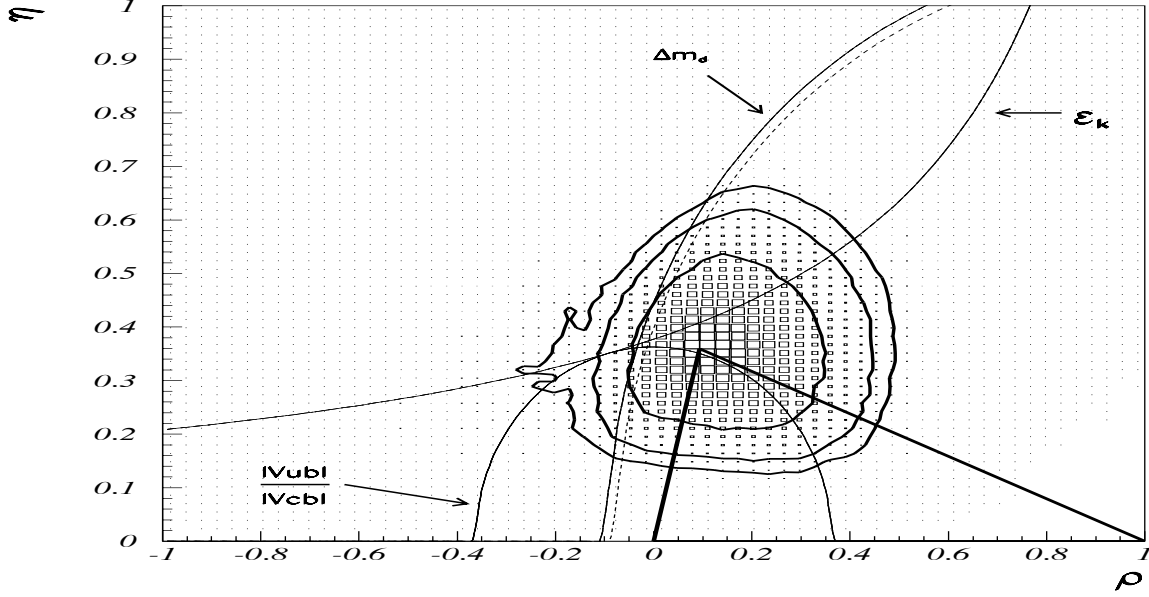


FIG. 1.12 – Apport de la contrainte supplémentaire due à  $\Delta m_s > 10 \text{ hps}^{-1}$  sur le triangle d'unitarité. La courbe en pointillé correspond à la contrainte apportée par  $\Delta m_s$ .

Réciproquement, il est possible d'utiliser la densité de probabilité dans le plan  $(\rho, \eta)$ , afin d'en déduire un domaine de variation possible en  $R$  et donc en  $\Delta m_s$ :

$$\Delta m_s = \frac{m_{B_s} \eta_{B_s} f_{B_s}^2 B_{B_s}}{m_{B_d} \eta_{B_d} f_{B_d}^2 B_{B_d}} \frac{\Delta m_d}{\lambda^2} \frac{1}{R^2} \quad (1.146)$$

La distribution de  $\Delta m_s$  obtenue, est représentée sur la figure 1.13. Elle est plus étroite que celle de la figure 1.11 issue de la formule (1.139). En effet, nous avons rajouté les informations supplémentaires dues aux contraintes  $|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}|$ ,  $\epsilon_k$  et  $\Delta m_d$ . Le domaine de variation obtenu dans 95 % des cas est :

$$4,3 \text{ hps}^{-1} \leq \Delta m_s \leq 20,1 \text{ hps}^{-1} \quad (1.147)$$

On constate cependant, que ces contraintes supplémentaires n'affectent que les faibles valeurs de  $\Delta m_s$  (on passe de  $0,4 \text{ hps}^{-1}$  à  $4,3 \text{ hps}^{-1}$ ).

Ces valeurs peuvent être comparées à celles obtenues par Buras et al. [28] (réévaluées à partir des valeurs données dans la Table 1.3) :

$$6.7 \, \hbar ps^{-1} \leq \Delta m_s \leq 22 \, \hbar ps^{-1} \quad (1.148)$$

La différence principale entre nos estimations et celles des auteurs cités précédemment est que nous avons cherché à donner la distribution de probabilité de la variable  $\Delta m_s$ . Cette distribution n'est pas une Gaussienne et le maximum de probabilité correspond à  $\Delta m_s \simeq 7,5 \, \hbar ps^{-1}$ .

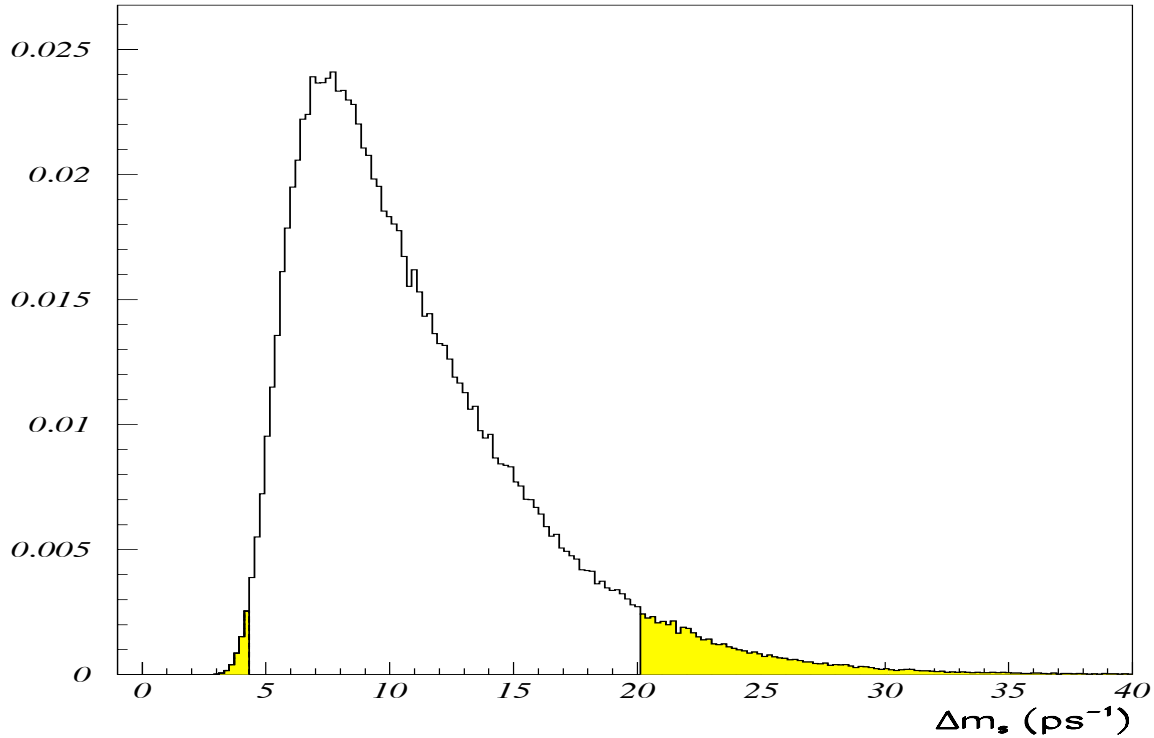


FIG. 1.13 – Distribution de la prédiction théorique sur  $\Delta m_s$  en utilisant l'ensemble des contraintes du triangle d'unitarité. La portion grisée correspond à 5 % de probabilité.

#### 1.5.4 Hors du Modèle Standard

Nous avons vu que le Modèle Standard prédit de grandes valeurs pour  $\Delta m_s$ . Il est donc intéressant, pour un expérimentateur, d'étudier si, hors du Modèle Standard, des valeurs plus faibles sont possibles.

**Modèles supersymétriques :**

De nouvelles contributions au mélange  $B_q^0 \overline{B}_q^0$  apparaissent. Elles correspondent à l'échange de gluinos et de squarks à la place du W et des quarks (voir figure 1.14).

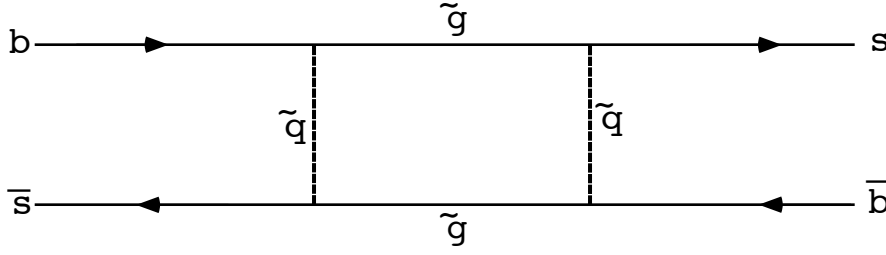


FIG. 1.14 – Contributions supersymétriques au mélange  $B_s^0 \overline{B}_s^0$ .

La matrice CKM demeure unitaire. Les contributions de ces diagrammes varient selon le modèle utilisé :

- Dans le modèle supersymétrique minimal, seuls les squarks gauches contribuent. Les couplages  $\tilde{g} - \tilde{q}_i - q_j$  (où  $\tilde{g}$ ,  $\tilde{q}_i$  et  $q_j$  désignent respectivement un gluino, un squark et un quark) sont proportionnels aux éléments  $V_{ij}$  de la matrice CKM [50]. De nouvelles phases n'apparaissent pas, la violation de CP reste donc identique à celle du Modèle Standard. On s'attend également à une valeur de  $\Delta m_s$  supérieure de 30% à celle de  $\Delta m_s$  dans le cadre du Modèle Standard [51].
- Dans le cadre de modèles supersymétriques non minimaux, les contributions de squarks droits deviennent importantes. Selon l'amplitude du couplage  $\tilde{g} - \tilde{q}_{Ri} - q_{Rj}$ , il est possible d'observer une annulation des contributions standard par celles provenant de diagrammes supersymétriques [52]. Dans ce cas, de faibles valeurs de  $\Delta m_s$  sont possibles.

### Modèles “left-right” :

Ces modèles respectent la symétrie de jauge  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$ . Il apparaît une deuxième matrice de mélange correspondant au secteur droit, et la violation de CP peut apparaître avec une seule génération. Dans le modèle minimal, la violation de CP spontanée, implique que les 2 matrices CKM (fermions droits et gauches) soient identiques ou conjuguées. Dans ce cas, les contraintes expérimentales existantes sur le mélange  $K^0 - \overline{K}^0$  imposent une masse très importante au boson W droit ( $m_{W_R} \geq 1,6 \text{ TeV}/c^2$ ) [53]. L'amplitude du mélange  $B\overline{B}$  est alors du même ordre que pour le Modèle Standard [50]. Néanmoins, on s'attend à une légère réduction du mélange. Si la violation de CP spontanée n'est pas satisfaite, les deux matrices CKM sont indépendantes l'une de l'autre. L'effet du boson W droit sur le mélange  $B\overline{B}$  reste faible,  $\Delta m_s$  demeure donc important à moins d'un ajustement très précis des paramètres du modèle [51].

## 1.6 Durées de vie des mésons beaux

Lors de la désintégration faible d'un hadron beau,  $(b\bar{q})$  seul le quark lourd  $b$  subit le changement de saveur. Au premier ordre, le quark léger peut être traité comme passif. Dans cette approximation dite du "quark spectateur", il est possible de calculer la largeur totale de désintégration du hadron (et donc sa durée de vie) [54] :

$$\tau_b = \frac{1}{\Gamma_{tot}} = \frac{BR_{sl}}{\Gamma_{sl}} = \frac{BR_{sl}}{\frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3} [F(x_u) |V_{ub}|^2 + F(x_c) |V_{cb}|^2]} \quad (1.149)$$

où  $BR_{sl}$  et  $\Gamma_{sl}$  désignent les rapports d'embranchement et la largeur semi-leptonique. La fonction  $F(x)$  tient compte de l'intégration sur l'espace de phase :

$$F(x) = 1 - 8x^2 + 8x^6 - x^8 - 24x^4 \ln x \quad (1.150)$$

avec  $x_q = \frac{m_q}{m_b}$ . L'expression (1.149) se complique si l'on considère des corrections QCD liées à l'émission de gluons dans l'état final et initial et l'échange de gluons virtuels au vertex  $b \rightarrow q_f W$ . La largeur semi-leptonique est alors multipliée par  $[1 - (2\alpha_s/3\pi)g(x_q)]$   $g$  étant une fonction également dépendante de  $x_q$  [55].

Ainsi, dans le cadre du modèle du quark spectateur, la durée de vie d'un hadron beau est indépendante du quark léger, et donc identique, quel que soit le hadron beau. Des différences ne peuvent provenir que des contributions des diagrammes non-spectateurs.

La figure 1.15 présente les trois diagrammes - d'annihilation, d'interférence et d'échange - à l'origine des différences de durée de vie entre le  $B^-$  et le  $\overline{B}_d^0$ .

Le cadre théorique permettant d'analyser les désintégrations inclusives des saveurs lourdes est, là encore (voir corrections QCD aux oscillations), le développement en produit d'opérateurs en puissances de  $1/m_Q$ , où  $m_Q$  désigne la masse du quark lourd  $Q$ . Les corrections non-perturbatives font alors apparaître des opérateurs de dimension 5 et 6. Les différences de durées de vie entre hadrons beaux s'insèrent pleinement dans ce cadre. Elles émergent à l'ordre  $1/m_Q^3$ <sup>†</sup> et s'expriment par des opérateurs à 4 fermions de dimension 6 [56].

$$O = [\overline{Q}_L \gamma_\mu q_L][\overline{q}_L \gamma^\mu Q_L] \quad (1.151)$$

$Q$  et  $q$  désignent respectivement les quarks lourd et léger contenus dans le méson. On retrouve donc l'opérateur décrivant le mélange  $B_q^0 \overline{B}_q^0$  (voir section 1.4.2) et qui fait apparaître le terme :

---

<sup>†</sup> pour les différences de durée de vie entre mésons uniquement. La différence baryon-méson apparaît à l'ordre  $1/m_Q^2$

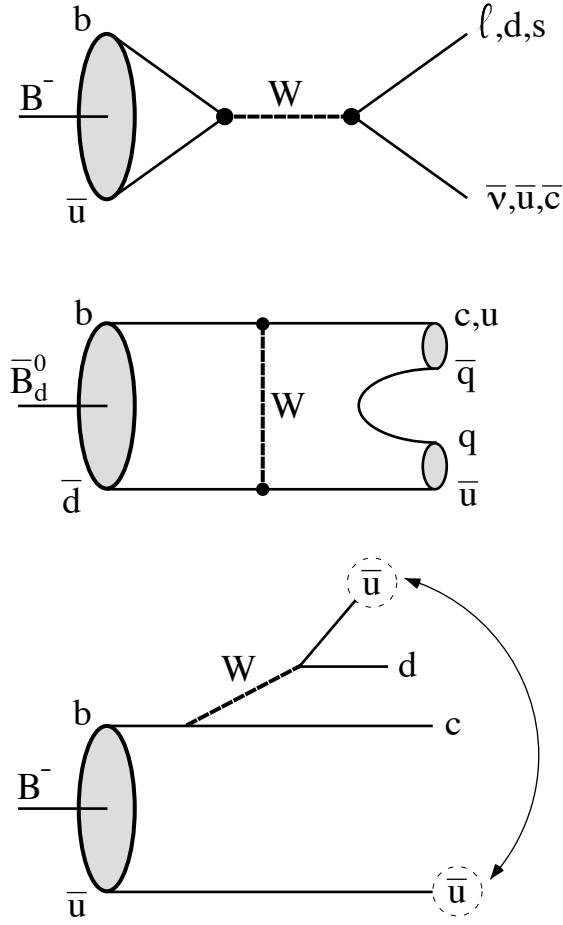


FIG. 1.15 – Diagrammes à l'origine des différences de durée de vie entre les  $B$  chargés et le  $B_d^0$ . De haut en bas: diagramme d'annihilation, d'échange et d'interférence

$$\langle B_q | O | B_q \rangle \simeq \frac{4}{3} f_B^2 m_b \quad (1.152)$$

où nous avons supposé l'approximation d'insertion du vide valide. On peut alors montrer que [56]:

$$\frac{\Gamma(B_d^0) - \Gamma(B^-)}{\Gamma(B)} \sim \frac{\Gamma_{non-spect}(B)}{\Gamma_{spect}(B)} \propto \frac{f_B^2}{m_b^2} \quad (1.153)$$

$\Gamma_{spect}$  et  $\Gamma_{non-spect}$  désignant respectivement les largeurs liées au diagramme spectateur et non-spectateur.

Examinons les contributions des diagrammes non-spectateurs représentés sur la figure 1.15 :

- le diagramme d’annihilation est fortement supprimé. En effet, son amplitude est proportionnelle à  $V_{ub}$ , dont le module est très faible. De plus, la conservation de l’hélicité contribue également à atténuer son effet.
- l’échange de W est en fait analogue au diagramme précédent, le W étant échangé soit dans la voie s, soit dans la voie t. Les opérateurs décrivant ces 2 diagrammes se mélangent déjà lors de la renormalisation à une boucle [56].

La contribution de ces 2 diagrammes ne peut changer la durée de vie du B de plus de 1 % [56]. A la limite, ils conduisent à augmenter la durée de vie du  $B_d^0$  vis à vis de celle du B chargé.

- le diagramme d’interférence : c’est en fait, la contribution dominante. Il ajoute une contribution négative à la largeur du B chargé, et donc un allongement de sa durée de vie. En fait, l’interférence dite de Pauli s’avère n’être destructive que lorsque l’on tient compte des corrections de QCD.

La somme des contributions non-spectatrices, a conduit I. Bigi [56] à prédire :

$$\frac{\tau(B^-)}{\tau(B_d^0)} \simeq 1 + 0,05 \frac{f_B^2}{(200 MeV)^2} \quad (1.154)$$

On s’attend donc à un excès de la durée de vie du  $B^\pm$  de quelques pour-cents. Cette valeur est à comparer à la mesure expérimentale actuelle [57] :

$$\frac{\tau(B^-)}{\tau(B_d^0)} = 1,02 \pm 0,04 \quad (1.155)$$

En principe, en utilisant l’équation (1.154), il est possible de mesurer la valeur de la constante de désintégration pseudo-scalaire  $f_B$ . Compte tenu de la faiblesse de l’effet attendu, une précision de mesure de l’ordre du pour-cent est nécessaire. D’autre part, si les durées de vie du  $B^-$  et du  $B_d^0$  étaient mesurées au pour-cent, l’incertitude obtenue sur  $f_B$ , serait d’après l’équation (1.154) de 15 %. Cette incertitude serait alors du même ordre que l’erreur théorique due aux termes d’ordre supérieur ( $1/m_b^4$ ) qui n’ont pas été pris en compte pour établir (1.154) [56].

En utilisant la même approche que précédemment, on ne s’attend pas à des différences significatives de durée de vie entre le  $B_s^0$  et le  $B_d^0$ . La brisure de symétrie  $SU(3)_{saveur}$  des éléments de matrice reste faible, ce qui conduit à prédire [56] :

$$\frac{\tau(B_d^0)}{\tau(B_s^0)} \simeq 1 \pm \mathcal{O}(1\%) \quad (1.156)$$

que l'on peut comparer à la valeur expérimentale [57] :

$$\frac{\tau(B_d^0)}{\tau(B_s^0)} = 0,99 \pm 0,07 \quad (1.157)$$

Rappelons que la durée de vie  $\tau(B_s^0)$  envisagée ici est la durée de vie moyenne, c'est à dire celle résultant de  $\tau(B_{s,short}^0)$  et  $\tau(B_{s,long}^0)$ . Il est intéressant de noter que la différence de durée de vie entre le  $B_{s,short}^0$  et le  $B_{s,long}^0$  doit être plus importante que la différence entre  $\tau(B_s^0)$  et  $\tau(B_d^0)$  (voir section 1.3.3). Ceci n'est plus vrai pour le  $B_d^0$ , puisque la différence de durée de vie entre les deux états physiques est supprimée par rapport au  $B_s^0$  par un facteur  $(\sin \theta_c)^2$ .

## 1.7 Conclusions

Au cours de cette introduction théorique, nous nous sommes efforcés d'exposer l'intérêt de l'étude des oscillations des mésons beaux. Nous avons montré, en quoi elle permettait d'accéder à deux éléments encore fort mal connus de la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa :  $V_{td}$  et  $V_{ts}$ .

Cependant, il est apparu que les incertitudes théoriques actuelles reposant sur les facteurs hadroniques reliant les fréquences d'oscillation des mésons beaux,  $\Delta m_d$  et  $\Delta m_s$ , à  $V_{td}$  et  $V_{ts}$  sont encore très importantes.

Néanmoins, on peut supposer que ces incertitudes vont diminuer dans un futur proche, notamment grâce au développement des calculs de QCD sur réseaux, ce qui devrait permettre de mesurer  $V_{td}$  à partir de  $\Delta m_d$ . D'autre part, nous avons montré que la possibilité d'une mesure combinée de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$  permet de s'affranchir notablement de ces incertitudes.

Nous avons également exposé en quoi une mesure précise des durées de vie des mésons  $B_d^0$  et  $B^-$  (de l'ordre du pour-cent) permet d'estimer la valeur de la constante de désintégration pseudo-scalaire  $f_B$  encore jamais mesurée.

Dans les chapitres qui suivent, nous exposerons les analyses permettant d'atteindre les précisions de mesure requises sur  $\Delta m_d$  et  $\tau_{B_d^0}$ . Nous parviendrons également à estimer une limite sur  $\Delta m_s$ .

# Bibliographie

- [1] G. Luders, “ Proof of the TCP theorem”, Annals of physics, vol 2, 1-15 (1957).  
Voir aussi : J.J Sakurai, Invariance Principle and Elementary Particles, Princeton, University Press (1964) P139.
- [2] S.L Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.  
S. Weinberg. *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.  
A. Salam, in Elementary Particle Theory, Ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, 1968).
- [3] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531.  
M. Kobayashi and T. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* **49** (1973) 65.
- [4] C. Jarlskog, in CP violation, ed. C. Jarlskog, World Scientific, Singapore.
- [5] L. Wolfenstein, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945.
- [6] C. Jarlskog, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1039.  
C. Jarlskog, *Zeit.f.Phys.* **C29** (1985) 491.
- [7] R. Aleksan, A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J.C. Raynal, *Phys. Lett.* **B316** (1993) 567
- [8] Particle Data Group, *Phys. Lett.* **239B** (1990) 1
- [9] H. Burckhardt et al., (NA31 Coll.), *Phys. Lett.* **206B** (1988) 169
- [10] J.R. Patterson et al., (E731 Coll), *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1491
- [11] I. Bigi, V. Khoze, N. Uraltsev and A. Sanda, in CP violation, ed. C. Jarlskog (World Scientific) (1989) 175
- [12] R. Aleksan et al., in B Physics Working Group Report, ECFA Workshop on a European B-meson factory, eds.  
R. Aleksan and A. Ali, ECFA 93/151, DESY 93-053 (1993)
- [13] A.J. Buras, W. Slominski and H. Steger, *Nucl. Phys.* **B245** (1984) 369
- [14] I.I. Bigi, CERN-TH/7050-93  
I.I. Bigi et al., in CP violation, ed. C. Jarlskog, P.175, World Scientific (1989)

- [15] R. Forty, CP violation and  $B^0 - \bar{B}^0$  mixing, in Proceedings of the XXVII<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, Glasgow (1994)
- [16] R. Aleksan, in European Physics Society Conference on High Energy Physics, Brussels (1995)
- [17] M.K. Gaillard and B.W. Lee, *Phys. Rev.* **D10** (1974) 897.
- [18] L. Wolfenstein, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 501.
- [19] a) J. Ellis, M.K. Gaillard and D.V. Nanopoulos, *Nucl. Phys.* **B109** (1976) 213.  
b) J. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos and S. Rudaz, *Nucl. Phys.* **B131** (1977) 285.
- [20] T. Inami and C.S. Lim, *Prog. Theor. Phys.* **65** (1981) 297.
- [21] a) J.S. Hagelin, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2893.  
b) J.S. Hagelin, *Nucl. Phys.* **B193** (1981) 123.
- [22] H.Y. Cheng, *Phys. Rev.* **D26** (1982) 143.
- [23] P.J. Franzini, *Phys. Rep.* **173**, N°1 (1989) 1-62.
- [24] G. Altarelli, CERN-TH. 4896 87, in : Proc. 1987 Cargèse School on Particle Physics (Cargèse, 1987).
- [25] S.L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285.
- [26] a) F. Abe et al., CDF Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626.  
b) S. Abachi et al., DØ Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.
- [27] A.J. Buras and M.K. Harlander in Heavy Flavours, A.J. Buras and M. Lindner (eds.), Advanced Series on Directions in High Energy Physics, (World Scientific, Singapore, 1992), Vol.10.
- [28] A.J. Buras, MPI-PHT/95-17 (1995)
- [29] T.P. Cheng and L.F. Li, Gauge Theory of Elementary Particles Physics, Oxford Science Publication. Voir aussi [25].
- [30] A.J. Buras, M. Jasmin, and P.H. Weisz, *Nucl. Phys.* **B347** (1990) 491.
- [31] F.J. Gilman and M.B. Wise, *Phys. Lett.* **93B** (1980) 129.
- [32] a) W.A. Kaufman, H. Steger and Y.P. Yao, *Mod. Phys. Lett.* **A3** (1989) 1479.  
b) A. Datta, J. Fröhlich and E.A. Paschos, *Z. Phys.* **C46** (1990) 63.  
c) G. Buchalla, A.J. Buras and M.K. Harlander, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 313.  
d) J.M. Flynn, *Mod. Phys. Lett.* **A5** (1990) 877.
- [33] A. Ali and D. London, DESY 92-075 (1992).

- [34] C.T. Sachrajda, in Heavy Flavours, A.J. Buras and M. Linder (eds.), Advanced Series on Directions in High Energy Physics, (World Scientific, Singapore, 1992), Vol.10.
- [35] R. Sommer, DESY 94-011 (1994).
- [36] H. Schröder in B. Decays (Revised 2nd edition), S. Stone (World Scientific, Singapore, 1994).
- [37] a) E.V. Shuryak, *Nucl. Phys.* **B198** (1982) 83.  
b) T.M. Aliev and V.L. Eletskii, *Sov. J. Nucl. Phys.* **38** (1983) 936.  
c) V.S. Mathur and T. Yamawaki, *Phys. Rev.* **D29** (1984) 2057.  
d) C.A. Dominguez and N. Paver, *Phys. Lett.* **197B** (1987) 423, *Phys. Lett.* **199B** (1987) 596 E.  
e) S. Narisson, *Phys. Lett.* **198B** (1987) 104.  
f) L.J. Reinders, *Phys. Rev.* **D38** (1988) 947.  
g) A. Pitch, *Phys. Lett.* **206B** (1988) 322.  
h) L.J. Reinders and S. Yazaki, *Phys. Lett.* **212B** (1988) 245.  
i) C.A. Dominguez and N. Paver, *Phys. Lett.* **246B** (1990) 493.  
j) C.A. Dominguez and N. Paver, *Phys. Lett.* **269B** (1991) 169.  
k) S. Narisson, CERN preprint, CERN-TH 6112/91 (1991).  
l) E. Bagan et al., *Phys. Lett.* **278B** (1992) 457.  
m) M. Neubert, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 2451.  
n) S. Narisson, *Phys. Lett.* **322B** (1994) 247.
- [38] a) M.B. Cavela et al., *Phys. Lett.* **206B** (1988) 113.  
b) C. Bernard et al., *Phys. Rev.* **D38** (1988) 3540.  
c) H.W. Hamber, *Phys. Rev.* **D39** (1989) 896.  
d) Ph. Boucaud, C.L. Lin, and O. Pène, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 1529, **D41** (1990) 3541.  
e) C.R. Allton et al., *Nucl. Phys.* **B349** (1991) 598.  
f) C. Alexandrou et al., *Phys. Lett.* **B256** (1991) 60.  
g) C. Alexandrou et al., *Nucl. Phys.* **B374** (1992) 263.  
h) A. Abada et al., *Nucl. Phys.* **B376** (1992) 172.  
i) C.W. Bernard, J.N. Labrenz, A. Soni, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 2536.
- [39] a) S. Capstick and S. Godfrey, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 2856.  
b) P. Colangelo, G. Nardulli and M. Pietroni, *Phys. Rev.* **D43** (1991) 3002.
- [40] S. Narisson and A. Pivovarov, *Phys. Lett.* **B327** (1994) 341.
- [41] J. Shigemitsu, lattice Gauge Theory in Proceedings of the XXVII<sup>th</sup> International Conference on High Energy Physics, Glasgow (1994).
- [42] A. Ali and D. London, *Z. Phys.* **C65** (1995) 431.
- [43] C.Jarlskog and R. Stora, *Phys. Lett.* **208B** (1988) 268

- [44] R. Aleksan, La violation de CP, Ecole d'été de physique des particules (Gif 91)
- [45] A. Buras and J.M. Gérard, Max-Planck-Institut report MPI-PAE/PTh-84/87, Oct., 1987.  
A.I. Sanda, in *Proceedings of the XXII International Conference on High Energy Physics*, ed., A. Meyer and E. Wieczorek, (Leipzig, july 1984).
- [46] Review of Particle Properties (PDG), *Phys. Rev. D* **50** (1994) 1173.
- [47] S. Sharpe, *Nucl. Phys.* (Proc. Suppl.) **B34** (1994) 403  
N. Ishizuka et al. *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 24
- [48] a) G. Buchalla, A.J. Buras and M.K. Harlander, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 313  
b) W. A. Kaufman, H. Steger and Y. P. Yao, *Mod. Phys. Lett.* **A3** (1989) 1479  
c) J. M. Flynn, *Mod. Phys. Lett.* **A5** (1990) 877  
d) A. Datta, J. Frölich and E. A. Paschos, *Z. Phys.* **C46** (1990) 63
- [49] a) S. Herrlich and U. Nierste, *Nucl. Phys.* **B419** (1994) 292  
b) S. Herrlich and U. Nierste, TUM-T31-81/95; hep-ph 9507262
- [50] G. Altarelli and P. Franzini, *Z. Phys.* **C37** (1988) 271
- [51] A. Ali and D. London, DESY REPORT 92-075 (1992)
- [52] I. I. Bigi and F. Gabbiani, *Nucl. Phys.* **B352** (1991) 309
- [53] J. M. Frere, introduction à la violation de CP, Ecole d'été de physique des particules (Gif 91)
- [54] J.L. Cortes, X.Y. Pham and A. Tounsi, *Phys. Rev. B* **25** (1982) 188
- [55] N. Cabibbo and L. Maiani, *Phys. Lett.* **B 79** (1978) 109  
N. Cabibbo, G. Corbo and L. Maiani, *Nucl. Phys.* **B 155** (1979) 93
- [56] I.I. Bigi, "The QCD perspective on lifetimes of heavy- flavour hadrons", UND-HEP-95-BIG02. (1995)
- [57] I.J. Kroll, in Proceedings of the 17th international symposium on lepton-photon interactions, Beijing (1995)
- [58] J. Gasser and H. Leutwyler, *Phys. Rep.* **87** (1982) 77
- [59] L.L. Chau and W.Y. Keung, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1802



## Chapitre 2

### Dispositif expérimental et analyse des données

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                               |           |
|------------|---------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Le détecteur DELPHI . . . . .</b>                          | <b>63</b> |
| 2.1.1      | Structure générale du détecteur . . . . .                     | 63        |
| 2.1.2      | Performances du détecteur de vertex . . . . .                 | 65        |
| 2.1.3      | Identification des muons . . . . .                            | 66        |
| 2.1.4      | Identification des électrons . . . . .                        | 67        |
| <b>2.2</b> | <b>Chaîne d'analyse et sélection des événements . . . . .</b> | <b>67</b> |
| 2.2.1      | Analyse des données . . . . .                                 | 68        |
| 2.2.2      | Sélection des événements . . . . .                            | 68        |

---

Après avoir décrit les fonctions des sous-détecteurs de DELPHI nous indiquons comment sont analysées les données.

## 2.1 Le détecteur DELPHI

Nous décrivons brièvement ci-dessous la structure du détecteur DELPHI [1] en nous attachant plus particulièrement aux sous-détecteurs qui jouent un rôle important dans notre étude: le système d'identification des leptons et le détecteur de vertex.

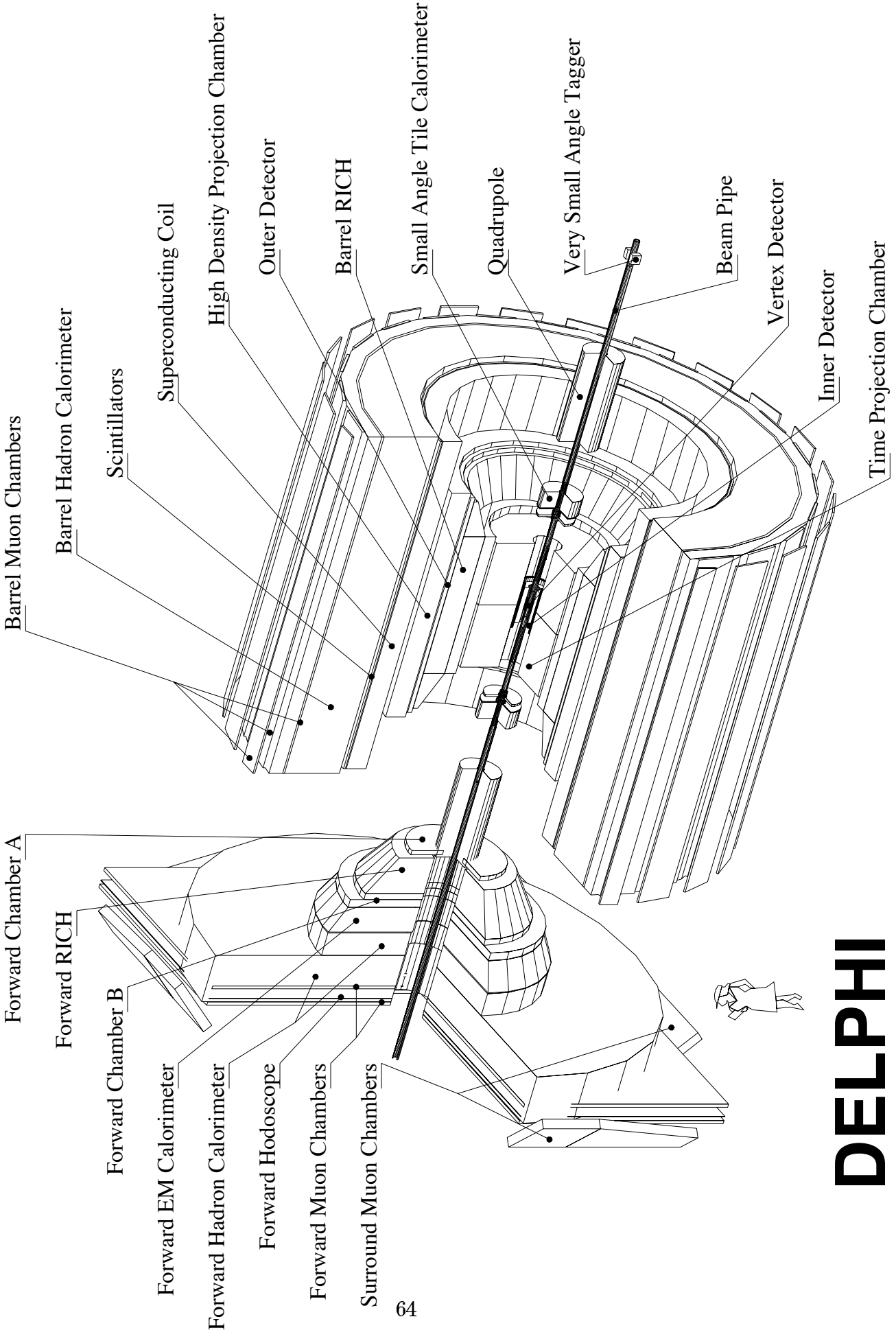
### 2.1.1 Structure générale du détecteur

DELPHI (DEtector with Lepton, Photon and Hadron Identification) a été conçu pour mesurer précisément les paramètres et identifier la nature des particules chargées et neutres émises lors de l'interaction des faisceaux à LEP. Une vue schématique du détecteur est représentée sur la figure 2.1 Compte-tenu de la multiplicité élevée des traces et de la présence de jets, une granularité fine des détecteurs est nécessaire et la plupart fournissent pour cela une mesure dans les trois dimensions.

La mesure des particules chargées est assurée par un ensemble de détecteurs cylindriques, emboîtés, pour la partie dite "tonneau" et par deux ensembles de chambres à dérive circulaires situées à l'avant et à l'arrière par rapport à la direction des faisceaux. Les événements que nous avons étudiés comportent tous au moins deux particules chargées associées à des informations dans le détecteur de vertex aussi allons-nous considérer uniquement les détecteurs correspondant à la partie "tonneau".

En partant de l'axe des faisceaux, nous trouvons successivement:

- *le détecteur de vertex (VD)* formé de trois cylindres concentriques de détecteurs au Silicium qui sont situés à des rayons de 6,3, 9 et 10,9 cm. Une particule dont l'angle polaire  $\theta$  (angle par rapport à l'axe des faisceaux) est compris entre  $44^\circ$  et  $136^\circ$  traverse les trois cylindres.
- *le détecteur interne (ID)* formé de deux parties. Une chambre à dérive divisée en 24 secteurs d'axes parallèles au faisceau occupe la région située entre les rayons de 12 et 23 cm. Ce détecteur donne 24 points de mesure en azimuth et la position d'une trace énergétique est ainsi connue avec une précision de  $50\mu m$ . A l'extérieur on trouve 5 couches de chambres à fils fonctionnant en régime proportionnel dont les cathodes circulaires permettent une mesure suivant la direction des faisceaux ( $z$ ). Ces chambres, dont la précision est grossière, sont utilisées dans le déclenchement et pour lever les ambiguïtés dans les chambres à dérive
- *la chambre à projection temporelle (TPC)* qui est un cylindre rempli de gaz divisé en deux parties, en son milieu, par une plaque portée à haute tension. A chacune des deux extrémités on trouve des chambres à fils réparties en 6 secteurs. Chaque chambre possède 192 fils et 16 couronnes de cathodes divisées en zones dont les dimensions sont voisines du centimètre. En calculant le barycentre des signaux induits sur les cathodes on peut mesurer l'azimut des traces au niveau de chaque



# DELPHI

rangée avec une précision voisine de  $250\mu\text{m}$ . Le temps d'arrivée des signaux est utilisé pour connaître la position des traces en  $z$  avec une précision inférieure au mm. La TPC mesure les traces pour des rayons allant de 36 à 106 cm avec 16 points lorsque  $\theta$  est compris entre  $38^\circ$  et  $142^\circ$ . Elle joue un rôle primordial dans la reconstruction des traces chargées puisqu'elle fournit des points dans l'espace diminuant ainsi les probabilités de recouvrement des informations. L'ionisation du gaz engendrée par le passage des particules chargées est enregistrée sur les fils et permet de distinguer les électrons, pions, kaons et protons dans certains domaines d'impulsion.

- *le détecteur externe (OD)* est formé de 5 couches de tubes à dérive fonctionnant en mode streamer limité et situés entre 197 et 206 cm de rayon. Son acceptance angulaire correspond aux angles  $\theta$  compris entre  $42^\circ$  et  $138^\circ$ . La précision en azimuth est de  $110\mu\text{m}$  et de 3,5 cm en  $z$ .

Les particules développant une gerbe électromagnétique (électrons et photons) sont absorbées dans deux calorimètres: la High density Projection Chamber (HPC) pour la partie “tonneau” et le FEMC pour les “bouchons”. Considérons les propriétés de la HPC qui est utilisée pour l'identification des électrons que nous avons analysés. Ce calorimètre est formé de 144 modules situés à une distance allant de 208 à 260 cm de l'axe des faisceaux. Chaque module consiste en une petite TPC dans laquelle on a disposé des couches de matériau dense (du plomb) au milieu du volume gazeux. L'épaisseur totale de chaque module, mesurée perpendiculairement à sa face d'entrée, est de  $18 X_0$ . Pour des électrons de haute énergie la précision angulaire de ce détecteur est de 1 mrad en azimuth et de 1,7 mrad en  $\theta$  et la précision sur l'énergie est 6,5%.

Nous ne décrivons pas le système d'identification des hadrons chargés, le RICH, car il n'a pas été utilisé dans cette thèse.

Le calorimètre hadronique (HCAL) utilise le retour de fer de l'aimant et couvre la majeure partie de l'angle solide (de  $11^\circ$  à  $169^\circ$ ). La partie active est constituée de tubes fonctionnant en mode streamer limité installés dans des espaces de 18 mm situés entre les plaques de fer de 50 mm d'épaisseur. La lecture se fait à partir de cathodes segmentées qui sont regroupées en tours pointant vers la zone d'interaction. La résolution en énergie du calorimètre s'exprime par la formule suivante:

$$\frac{\sigma(E)}{E} = 0,21 \oplus \frac{1,12}{\sqrt{E}}$$

Les muons sont identifiés par des chambres dites “à muons” situées dans la partie la plus externe du calorimètre hadronique. Elles sont formées de deux couches situées, pour la partie “tonneau” à des rayons respectifs de 445 et 485cm. Chaque couche comprend plusieurs plans de mesure par des chambres à dérive équipées d'une ligne à retard pour mesurer la position de la particule suivant  $z$ . Les précisions obtenues dans chaque couche sont de 1 mm en azimuth et de 10 mm en  $z$ .

## 2.1.2 Performances du détecteur de vertex

Jusqu'en 1994 les plaquettes de Silicium équipant les trois cylindres étaient divisées en zones de  $25\mu\text{m}$  de large (sur environ 6 cm de longueur). Le pas de l'électronique de

lecture est de  $50\mu m$  mais, en utilisant le couplage capacitif entre les zones et en appliquant une méthode de barycentre, la précision de mesure en chaque point est d'environ  $8\mu m$ . C'est le nombre de couches associées à une trace chargée qui va déterminer la précision sur la position de cette trace au voisinage du point d'interaction des faisceaux. Comme la plupart de nos analyses sont basées sur la reconstruction de vertex de désintégration de hadrons B il va falloir s'assurer que la simulation du détecteur est en accord avec les données réelles.

A partir de 1994 les couches interne et externe ont été remplacées et équipées avec des détecteurs mesurant aussi la position suivant  $z$ . Ces détecteurs ont des pistes perpendiculaires aux précédentes situées sur l'autre face de la plaquette. Leur pas est variable allant, pour la couche interne, de  $50\mu m$  à  $150\mu m$  lorsque l'on s'éloigne du centre du détecteur c'est à dire pour  $\theta$  variant de  $90^\circ$  à  $25^\circ$ . Ceci permet d'avoir une précision sur l'angle  $\theta$  relativement constante. La précision sur la position en  $z$  d'une trace passe ainsi de  $1mm$  à quelques dizaines de  $\mu m$ .

### 2.1.3 Identification des muons

Le rejet de la contamination hadronique est basé sur la comparaison entre les positions mesurée et prédite de la trace candidate, au niveau des chambres à muons [1]. Les traces chargées, reconstruites dans le détecteur central, sont extrapolées à travers la bobine de l'aimant et le fer du HCAL, jusqu'aux plans de chambres à muons. L'incertitude sur la position trouvée est évaluée en tenant compte de la diffusion multiple, de la perte d'énergie et des erreurs de mesure. Une première sélection des informations présentes dans les chambres est effectuée compte tenu de ces incertitudes. On détermine ensuite quelle est la meilleure combinaison de points de mesure pouvant être associés à la trace. Plusieurs niveaux d'identification peuvent être utilisés qui correspondent à des efficacités aux vrais muons et à des taux de contamination par des hadrons plus ou moins élevés. Dans notre analyse nous avons utilisé les niveaux dits "standard" et "tight".

L'efficacité des algorithmes d'identification des muons a été mesurée à partir des données en utilisant les canaux  $Z^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ ,  $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$  où un des  $\tau$  se désintègre leptoniquement en émettant un muon et  $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Ces canaux peuvent être isolés à partir de critères topologiques et en utilisant les informations des calorimètres électromagnétique et hadronique mais sans faire appel aux chambres à muons.

De même la probabilité qu'un hadron soit identifié à tort comme un muon a été mesurée en utilisant les réactions  $Z^0 \rightarrow \tau^+\tau^-$ , où un des  $\tau$  se désintègre en émettant trois pions chargés, et  $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$  dans lesquelles on a identifié un méson  $K_S^0$  se désintégrant en  $\pi^+\pi^-$ . Pour des traces ayant une impulsion supérieure à  $3\text{ GeV}/c$ , ce qui correspond à la coupure utilisée dans cette thèse, et situées dans l'acceptance géométrique des chambres à muons, les efficacités et les niveaux de contamination donnés dans la Table 2.1 ont été mesurés.

Le niveau de contamination et l'efficacité peuvent dépendre du canal étudié. Par exemple si l'on considère un lepton émis à grande impulsion transverse par rapport à l'axe du jet, la densité de traces hadroniques ayant les mêmes caractéristiques est plus faible que si le lepton est émis dans le cœur du jet. Nous indiquons, au chapitre 6, comment nous

| Critère<br>de sélection | $\mathcal{P}_{\mu \rightarrow \mu}$<br>(%) | $\mathcal{P}_{h \rightarrow \mu}$<br>(%) |
|-------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------|
| “standard”              | $86,14 \pm 0,15$                           | $0,69 \pm 0,07$                          |
| “tight”                 | $76,01 \pm 0,19$                           | $0,44 \pm 0,06$                          |

TAB. 2.1 – *Efficacité d’identification de vrais muons et probabilité pour un hadron d’être confondu avec un muon.*

avons contrôlé le niveau de contamination hadronique dans le lot de candidats leptons sélectionnés.

### 2.1.4 Identification des électrons

L’identification des électrons est obtenue à partir de l’ionisation déposée dans le gaz de la TPC et par l’énergie mesurée dans la HPC [1]. Cette dernière est comparée à l’impulsion de la trace mesurée dans les détecteurs centraux. La position prédite de la trace au niveau de la HPC est également comparée à celle mesurée dans le calorimètre de même que le profil longitudinal de l’énergie de la gerbe est comparé à celui attendu pour une gerbe électromagnétique.

La résolution sur l’énergie déposée par ionisation dans le gaz de la TPC est 6,7% pour des traces situées dans des jets.

De même que pour les muons, des désintégrations  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  sélectionnées dans des événements hadroniques ont été utilisées pour mesurer la contamination en hadrons du lot de candidats électrons.

Pour des traces d’impulsion supérieure à 3 GeV/c, on obtient les résultats donnés dans la Table 2.2.

| Critère<br>de sélection | $\mathcal{P}_{e \rightarrow e}$<br>(%) | $\mathcal{P}_{h \rightarrow e}$<br>(%) |
|-------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| “standard”              | 65                                     | 0,4                                    |
| “tight”                 | 60                                     | 0,1                                    |

TAB. 2.2 – *Efficacité d’identification de vrais électrons et probabilité pour un hadron d’être confondu avec un électron.*

## 2.2 Chaîne d’analyse et sélection des événements

Nous rappelons brièvement les étapes utilisées dans l’analyse des données.

### 2.2.1 Analyse des données

Connaissant les paramètres géométriques qui donnent les positions des plaquettes du VD, mesurées mécaniquement lorsque le détecteur n'est pas en place, les événements dileptons sont tout d'abord utilisés afin de mesurer de manière plus précise l'alignement relatif des différents sous-détecteurs. Le programme DELANA (DELphi ANALysis program) est ensuite passé sur l'ensemble des événements et des DST sont créées.

Un ensemble de logiciels est alors appliqué pour:

- corriger les distorsions résiduelles au niveau de chaque sous-détecteur de traces chargées et vérifier que les incertitudes calculées sur les différents paramètres des traces sont réalistes (DSTFIX),
- calibrer le dépôt par ionisation dans la TPC,
- identifier les leptons,
- identifier les hadrons,
- reconstruire la position moyenne du point d'interaction des faisceaux (tous les 100 événements hadroniques environ),
- etc, ...

Certaines informations disponibles au niveau de la DST sont alors abandonnées et le résultat de ces logiciels est incorporé dans ce que l'on désigne par SDST (Short DST).

Les événements d'annihilation  $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$  sont simulés à partir du programme DELSIM qui utilise le générateur JETSET de LUND. Les paramètres de ce programme ont été modifiés de façon à décrire au mieux la physique des événements réels. Ce programme produit des données brutes qui ont le même format que les données réelles et qui vont être analysées en utilisant les mêmes procédures.

On s'assure que les efficacités et les précisions de mesure des détecteurs sont similaires dans la simulation et dans la réalité en incorporant des tables d'efficacité au niveau de la simulation. Une comparaison est aussi effectuée au niveau de la DST et un deuxième niveau de corrections est effectué sur les données simulées (DSTFIX) avant leur écriture sous forme de SDST.

### 2.2.2 Sélection des événements

Pour les analyses présentées dans cette thèse nous avons utilisé les événements correspondant à des désintégrations hadroniques du  $Z^0$  tels qu'ils sont isolés par les critères standard définis dans DELPHI. Ceci correspond à un total de 3,265 millions d'événements qui se répartissent en 275K (1991), 751K (1992), 755K (1993) et 1484K (1994).

# Bibliographie

- [1] P. Abreu et al., (DELPHI Coll.), “ Performance of the DELPHI detector.”, **CERN-PPE/95-194**.



# Chapitre 3

Outils nécessaires à l'étude  
temporelle du mélange  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                                                            |            |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>3.1</b> | <b>Choix de la méthode . . . . .</b>                                                                       | <b>73</b>  |
| 3.1.1      | Les méthodes intégrales . . . . .                                                                          | 73         |
| 3.1.2      | Méthode dépendant du temps . . . . .                                                                       | 77         |
| <b>3.2</b> | <b>Étiquetage du quark beau à la désintégration . . . . .</b>                                              | <b>78</b>  |
| 3.2.1      | Coupures cinématiques . . . . .                                                                            | 80         |
| 3.2.2      | Compositions . . . . .                                                                                     | 81         |
| 3.2.3      | Pureté de l'étiquetage utilisant un lepton . . . . .                                                       | 82         |
| <b>3.3</b> | <b>Etiquetage à la production . . . . .</b>                                                                | <b>84</b>  |
| 3.3.1      | Présentation de la méthode . . . . .                                                                       | 84         |
| 3.3.2      | Pureté de l'étiquetage . . . . .                                                                           | 86         |
| 3.3.3      | Pureté de l'étiquetage et produits de désintégration . . . . .                                             | 88         |
| <b>3.4</b> | <b>Reconstruction du temps propre . . . . .</b>                                                            | <b>90</b>  |
| 3.4.1      | Estimation de la distance de vol . . . . .                                                                 | 91         |
| 3.4.1.1    | Reconstruction du vertex primaire . . . . .                                                                | 92         |
| 3.4.1.2    | Reconstruction du vertex de désintégration du méson B . . . . .                                            | 93         |
| 3.4.1.3    | Performances de l'algorithme de reconstruction . . . . .                                                   | 95         |
| 3.4.2      | Estimation de l'énergie . . . . .                                                                          | 97         |
| 3.4.2.1    | Principe . . . . .                                                                                         | 97         |
| 3.4.2.2    | Performances de la mesure de l'impulsion du B . . . . .                                                    | 99         |
| 3.4.3      | Ajustement combiné du vol et de l'énergie . . . . .                                                        | 99         |
| 3.4.3.1    | Principe . . . . .                                                                                         | 99         |
| 3.4.3.2    | Résultats . . . . .                                                                                        | 102        |
| <b>3.5</b> | <b>Résolutions temporelles . . . . .</b>                                                                   | <b>103</b> |
| 3.5.1      | Accord données - simulation . . . . .                                                                      | 103        |
| 3.5.1.1    | Contrôle de la distance de vol . . . . .                                                                   | 103        |
| 3.5.1.2    | Contrôle de la mesure de l'impulsion . . . . .                                                             | 107        |
| 3.5.2      | Paramétrisation des fonctions de résolution temporelle . . . . .                                           | 108        |
| 3.5.2.1    | Paramétrisation des désintégrations directes $b \rightarrow \ell$ . . . . .                                | 110        |
| 3.5.2.2    | paramétrisation pour les désintégrations en cascade:<br>$b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ . . . . . | 115        |
| 3.5.2.3    | paramétrisations du charme et du fond . . . . .                                                            | 117        |
| 3.5.3      | Paramétrisation de la fonction d'acceptance . . . . .                                                      | 117        |

---

## 3.1 Choix de la méthode

Il existe deux approches pour mesurer le mélange  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . La première consiste en une simple mesure de la fraction d'événements contenant deux mésons ou deux anti-mésons beaux. Dans la seconde on étudie directement l'évolution temporelle du système  $B-\overline{B}$ . Nous verrons que seule cette dernière permet d'approcher le domaine des fréquences d'oscillation élevées, dans le cas des mésons  $\overline{B}_s^0$ , et d'obtenir des mesures précises, pour le  $\overline{B}_d^0$ , à LEP.

### 3.1.1 Les méthodes intégrales

Historiquement, les méthodes intégrales (terme équivalent à celui de comptage) ont été étudiées les premières. Le principe en est simple : on classe en deux catégories les événements contenant chacun une paire de hadrons beaux. La catégorie dite "oscillante" est formée des événements où les deux mésons ont le même contenu en beauté (présence de deux quarks  $b$  ou de deux quarks  $\overline{b}$ ). La catégorie dite "non oscillante" se caractérise par un contenu en beauté opposé dans chaque méson (un méson ( $b\overline{q}_1$ ) et l'autre ( $\overline{b}q_2$ )). On comptabilise ensuite chacune des deux catégories, ce qui permet d'en déduire une mesure du rapport :

$$R = \frac{N_{BB} + N_{\overline{B}\overline{B}}}{N_{B\overline{B}} + N_{\overline{B}B}} = 2\chi(1 - \chi) \quad (3.1)$$

où  $\chi$ , défini par l'équation (1.72), représente la probabilité qu'un méson ait oscillé avant de se désintégrer (probabilité intégrée). Remarquons qu'à l'  $\Upsilon(4S)$  où l'on produit un état cohérent  $\frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0\rangle + |\overline{B}^0\rangle - |B^0\rangle + |\overline{B}^0\rangle)$ , le rapport  $R$  est égal à  $\chi$ . La mesure de la fréquence d'oscillation  $x$  se déduit alors de la relation (voir 1.72) :

$$x = \sqrt{\frac{2\chi}{1 - 2\chi}} \quad (3.2)$$

Le premier signal expérimental d'oscillation  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$  a ainsi été obtenu par ARGUS [1] (qui fonctionnait à l'accélérateur DORIS à DESY, à une énergie dans le centre de masse égale à la masse de l'  $\Upsilon(4S)$ ) en 1987 en utilisant le canal "dilepton" dans lequel chaque méson  $B$  se désintègre semi-leptoniquement. La catégorie "oscillante" est alors composée d'événements ayant deux leptons de même signe. Ces mesures furent confirmées par CLEO (également à l'  $\Upsilon(4S)$  sur l'accélérateur CESR à CORNELL) [2] et par UA1 [3] fonctionnant auprès du collisionneur  $p\overline{p}$  du CERN. CLEO et ARGUS, travaillant à l'  $\Upsilon(4S)$ , ne produisent que des  $B^\pm$  et des  $\overline{B}_d^0$  ( $B_d^0$ ) et ne sont donc sensibles qu'au mélange  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . La valeur moyenne de  $\chi_d$  mesurée à l'  $\Upsilon(4S)$  par les méthodes intégrales est actuellement [4] :

$$\chi_d = 0,156 \pm 0,024 \quad (3.3)$$

D'autres expériences ont réalisé des mesures à plus haute énergie, sur des collisionneurs  $e^+e^-$ , dans le continuum (MARK II) ou bien au pôle du  $Z^0$  (expériences au LEP). Dans ce cas, les quarks  $b$  se fragmentent en un mélange de hadrons beaux contenant entre autres, des mésons  $B_d^0$  et  $B_s^0$  pouvant osciller. Les mesures intégrées sont alors sensibles à un  $\bar{\chi}$  moyen défini par :

$$\bar{\chi} = P_d \chi_d + P_s \chi_s \quad (3.4)$$

où  $P_d$  et  $P_s$  désignent respectivement les taux de production des mésons  $B_d^0$  et  $B_s^0$ . Extraire  $\chi_d$  de la relation précédente suppose la connaissance de  $P_d$  et de  $P_s$  (en admettant que  $\chi_s = 0,5$  si  $x_s$  est grand), ce qui ajoute une incertitude, dans l'évaluation de  $\chi_d$ , par rapport aux mesures effectuées à l' $\Upsilon(4S)$ . Dans la suite, nous utiliserons plutôt les mesures combinées de  $\chi_d$  et de  $\bar{\chi}$  pour extraire  $P_d$  et  $P_s$ . A LEP, le canal dilepton est également utilisé, et la valeur moyenne actuelle est [6] :

$$\bar{\chi} = 0,116 \pm 0,006 \quad (3.5)$$

Voyons l'application de ces méthodes à l'étude des oscillations  $B_s^0 - \bar{B}_s^0$  pour lesquelles il faut mesurer  $\chi_s$  ce qui suppose une bonne précision sur les paramètres  $P_d$  et  $P_s$  (voir équation 3.4).

L'interaction forte conservant la beauté :

$$P_u + P_d + P_s + P_\Lambda = 1 \quad (3.6)$$

où  $P_u = P(b \rightarrow B^-)$ ,  $P_d = P(b \rightarrow \bar{B}_d^0)$ ,  $P_s = P(b \rightarrow \bar{B}_s^0)$  et  $P_\Lambda = P(b \rightarrow \text{baryon beau})$ . Contrairement au charme, pour la beauté on aura, avec une excellente approximation :

$$P_u = P_d \quad (3.7)$$

En effet, l'invariance d'isospin, de l'interaction forte ainsi que la très faible différence de masse entre les mésons  $\bar{B}_d^0$  et  $B^-$  ( $0,34 \pm 0,24$  MeV) implique que l'on produira des taux similaires d'états liés ( $b\bar{q}$ ) pour  $q = u$  ou  $d$ . D'autre part, les désintégrations des mésons  $B^*$  étant électromagnétiques, elles n'introduiront aucune asymétrie supplémentaire. Une

différence entre les taux de  $B^-$  et de  $\overline{B}_d^0$  peut provenir de la désintégration des états  $B^{**}$  pour lesquels, à cause de la différence de masse entre les pions neutre et chargé, on doit avoir :

$$BR(B^{*-} \rightarrow B^- \pi^0) > BR(B^{*0} \rightarrow B^- \pi^+) \quad (3.8)$$

Cet effet sera surtout sensible pour les états étroits et de spin élevé. Compte tenu du taux de production et de la masse de ces états récemment mesurés, cette asymétrie ne peut dépasser quelques  $10^{-3}$ . La relation  $P_u = P_d$  est donc valable avec une erreur théorique inférieure au pour-cent.

Le taux de baryons beaux dans les jets a été évalué, à LEP [7], à partir des mesures des deux chaînes de réactions :

$$P(b \rightarrow \Lambda_b) \times BR(\Lambda_b \rightarrow \Lambda \ell X) = (3,0 \pm 0,4 \pm 0,4) \times 10^{-3} \quad (3.9)$$

et

$$P(b \rightarrow \Lambda_b) \times BR(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c \ell X) = (8,1 \pm 1,4 \pm 1,2) \times 10^{-3} \quad (3.10)$$

où le  $\Lambda_c^+$  est reconstruit dans des modes exclusifs et où l'on a utilisé  $BR(\Lambda_c \rightarrow pK\pi) = (4,4 \pm 0,6)\%$  [4]. Dans le premier cas, on suppose généralement que le  $\Lambda$  observé est issu de la désintégration d'un  $\Lambda_c$  ( $BR(\Lambda_c \rightarrow \Lambda X) = (35 \pm 11)\%$  [4]). Il faut également utiliser un modèle donnant la contribution de l'état final  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c \ell X$  parmi les désintégrations semi-leptoniques du  $\Lambda_b$  ainsi qu'une évaluation du rapport d'embranchement semi-leptonique inclusif du  $\Lambda_b$ . Nous avons supposé qu'un  $\Lambda_c$  est produit dans  $(80 \pm 10)\%$  des désintégrations du  $\Lambda_b$  et que la largeur semi-leptonique du baryon beau est la même que celle des mésons B. Nous en déduisons:

$$P(b \rightarrow \Lambda_b) = \begin{cases} (12,4 \pm 4,9)\% & \text{d'après l'equ. 3.9} \\ (11,7 \pm 3,0)\% & \text{d'après l'equ. 3.10} \end{cases}$$

Une autre approche, qui est celle que nous avons retenue, est de considérer que la production des baryons charmés et des baryons beaux est similaire dans les jets respectivement de  $c$  ou de  $b$ . Les mesures combinées de ARGUS et de CLEO [8] conduisent alors à:

$$P(c \rightarrow \Lambda_c) = (9,6 \pm 2,5)\% \quad (3.11)$$

à laquelle nous ajoutons  $2 \pm 2\%$  de baryons étranges d'où :

$$P_\Lambda = (11,6 \pm 3,2)\% \quad (3.12)$$

Les mêmes sources d'incertitude sont présentes lorsque l'on veut évaluer  $P_s$  à partir du taux de production d'états finals enrichis en  $\overline{B}_s^0$ . A partir de la mesure :

$$P(b \rightarrow \overline{B}_s^0) \times BR(\overline{B}_s^0 \rightarrow \ell^- D_s^+ X) \times BR(D_s^+ \rightarrow \phi \pi^+) = (3,1 \pm 0,4) \times 10^{-4} \text{ [9]} \quad (3.13)$$

il faut utiliser, tout comme précédemment, un modèle pour évaluer les rapports d'embranchement  $BR(\overline{B}_s^0 \rightarrow \ell^- D_s^+ X)$ ,  $BR(\overline{B}_s^0 \rightarrow \ell^- X)$ , et l'on dépend aussi de l'incertitude sur le rapport d'embranchement absolu du  $D_s^+$  en  $\phi \pi^+$  qui est connu avec une erreur relative de l'ordre de 25%. En faisant les mêmes hypothèses que pour le  $\Lambda_b$ , on en déduit :

$$P_s = (10 \pm 3)\% \quad (3.14)$$

Compte tenu de la situation expérimentale actuelle dans laquelle on ne dispose pas de mesure de taux d'embranchements absolus du  $\overline{B}_s^0$  et où ces mêmes mesures sont incertaines pour le  $D_s^+$ , les valeurs combinées de  $\bar{\chi}$  et de  $\chi_d$  sont plutôt utilisées pour déterminer les valeurs expérimentales les plus précises de  $P_s$  et de  $P_d$  :

$$P_s = \frac{2\bar{\chi} - (1 - P_\Lambda)\chi_d}{2\chi_s - \chi_d} \quad (3.15)$$

$$P_d = \frac{(1 - P_\Lambda)\chi_s + \bar{\chi}}{2\chi_s - \chi_d} \quad (3.16)$$

soit après application numérique:  $P_d = 38,8 \pm 2,1 \%$  et  $P_s = 10,2 \pm 2,2\%$

La deuxième difficulté, inhérente aux méthodes intégrales, résulte de la non-linéarité de la relation qui lie  $x_s$  à  $\chi_s$  (3.2). Dès que  $x_s$  devient grand (de l'ordre de quelques unités),  $\chi_s$  devient insensible à  $x_s$ . Ceci est illustré sur la figure 3.1 où nous avons supposé une erreur sur  $\chi_s$  égale à celle sur  $\chi_d$  soit 0,024 (ce qui est déjà plus qu'optimiste).

On y observe que, même si l'on avait réussi à sélectionner un lot d'événements ne contenant que des désintégrations de mésons  $\overline{B}_s^0$ , dès que  $x_s \sim 3$ , toute mesure à partir de  $\chi_s$  devient trop incertaine.

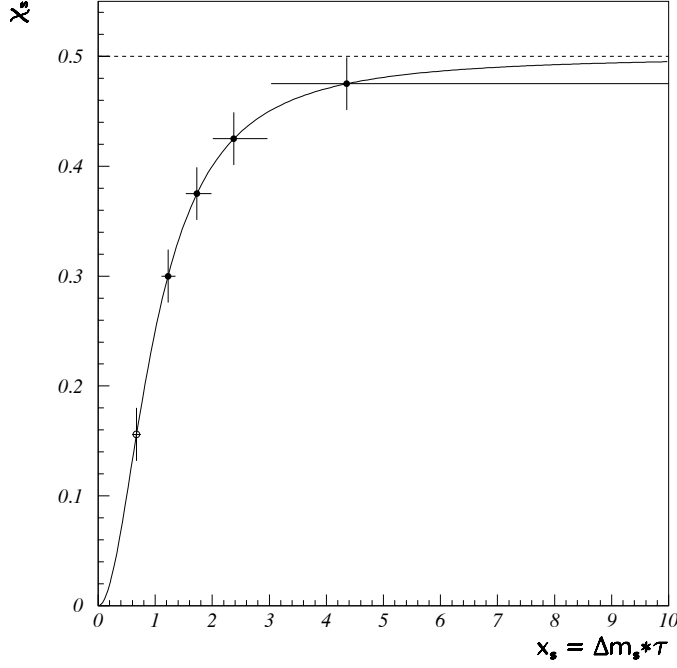


FIG. 3.1 – Effet d’une incertitude de  $\pm 0,024$  en  $\chi_s$  sur la précision de la mesure de  $x_s$ .

### 3.1.2 Méthode dépendant du temps

Elle consiste à observer directement la dépendance temporelle du mélange  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ . On reconstruit point par point la probabilité d’oscillation  $\mathcal{P}^{osc}(t)$  ou de non-oscillation  $\mathcal{P}^{non-osc}(t)$  d’un méson beau en fonction du temps (formule établie en 1.71). On a ainsi accès directement à la fréquence d’oscillation  $\frac{\Delta m}{2\pi}$  et donc à  $x$  (en multipliant par la durée de vie). Pour déterminer  $\mathcal{P}^{osc}(t)$  et  $\mathcal{P}^{non-osc}(t)$ , il est nécessaire de connaître pour chaque événement :

- la valeur du temps propre,  $t$ , de désintégration du méson  $B_q^0$  (ou  $\overline{B}_q^0$ ),
- si la particule produite à  $t = 0$  est un méson ou un anti-méson : étiquetage du quark  $b$  ou  $\bar{b}$  à la production,
- si la particule qui se désintègre à l’instant  $t$ , est un méson ou un anti-méson : étiquetage du quark  $b$  ou  $\bar{b}$  à la désintégration.

La méthode de mesure utilisée, exploite le fait qu’à l’énergie du  $Z^0$ , à LEP, les quarks  $b$  et  $\bar{b}$  sont émis le plus souvent dans des directions opposées. Chaque événement est divisé en deux hémisphères par un plan perpendiculaire à l’axe de sphéricité défini par le vecteur unitaire  $\vec{S}$ . Cet axe est déterminé de façon à minimiser  $\Sigma P_{T,i}^2$  où  $P_{T,i} = |\vec{P}_i \wedge \vec{S}|$  représente l’impulsion transverse de la particule  $i$  par rapport à l’axe  $\vec{S}$ . La valeur de la sphéricité de l’événement est égale à :

$$S = \frac{3}{2} \times \frac{\min\{\Sigma_i P_{T,i}^2\}}{\Sigma_i P_i^2} \quad (3.17)$$

$S = 1$  pour un événement parfaitement sphérique et  $S = 0$  pour des particules colinéaires. L'axe de sphéricité reflète la direction d'émission des 2 quarks initiaux. Dans le premier hémisphère, appelé "hémisphère de mesure", on va mesurer le temps propre et la nature du méson se désintégrant. A cette fin, toutes les analyses présentées dans cette thèse utilisent un lepton de grande impulsion transverse émis lors d'une désintégration semi-leptonique du méson B. Une technique inclusive de recherche de vertex et d'évaluation de l'impulsion du méson B est employée (voir §3.4) qui permet de mesurer le temps de désintégration. Le signe de la charge électrique du lepton détermine le contenu en quark  $b$  ou  $\bar{b}$  à la désintégration du méson (voir §3.2). Dans le second hémisphère noté "hémisphère d'étiquetage", on détermine la nature  $b$  ou  $\bar{b}$  du quark qui a donné naissance aux particules présentes dans cet hémisphère. On en déduit ainsi le type de quark produit à l'instant initial dans l'hémisphère de mesure. Pour cela on calcule la charge moyenne des traces dans cet hémisphère (voir §3.3).

La figure 3.2 présente cette approche sous forme d'un schéma ; les détails sont développés dans les sections suivantes.

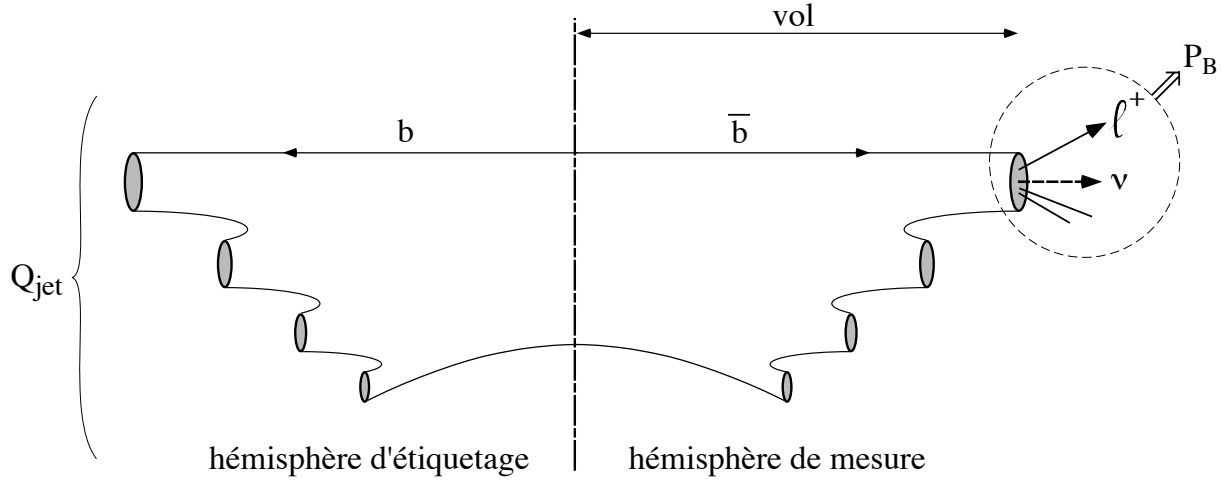


FIG. 3.2 – *Principe des méthodes employées. Dans "l'hémisphère de mesure", le signe du lepton détermine la nature du méson beau, et l'on mesure sa distance de vol et son impulsion. Dans l'hémisphère d'étiquetage, le signe d'un lepton ou bien la charge moyenne des traces présentes dans l'hémisphère détermine la charge du quark à la production.*

## 3.2 Étiquetage du quark beau à la désintégration

L'approche adoptée dans cette thèse est d'utiliser les désintégrations semi-leptoniques des mésons beaux. Il y a trois avantages à cela :

- Le rapport d'embranchement semi-leptonique des hadrons B est élevé comparé à celui des modes exclusifs ; la statistique disponible est donc importante. En effet, ces désintégrations procèdent uniquement via le diagramme spectateur de la figure 3.3.

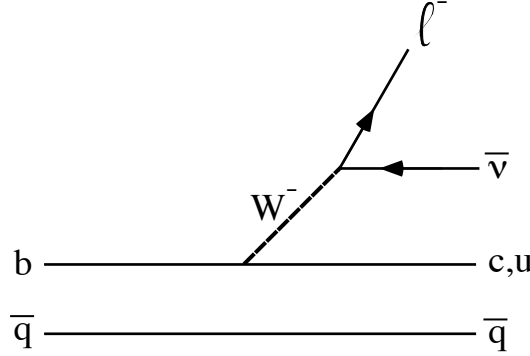


FIG. 3.3 – Diagramme de désintégration semi-leptonique d'un méson  $\overline{B}$ .

Une évaluation naïve du rapport d'embranchement conduit à :

$$BR_{sl}^b = \frac{\Gamma_{sl}(B \rightarrow X \ell \nu)}{\Gamma_{sl}(B) + \Gamma_{nl}(B)} \sim 16\% \quad (3.18)$$

où  $\Gamma_{sl}$  désigne la largeur semi-leptonique ( $e^- + \mu + \tau$ ) et  $\Gamma_{nl}$  la largeur non-leptonique.

Cependant, les valeurs expérimentales sont bien en deçà de cette estimation [10] :

$$BR_{sl}^b = 10,37 \pm 0,20 \pm 0,23\% \text{ } (\Upsilon(4S)) \quad (3.19)$$

$$BR_{sl}^b = 10,93 \pm 0,17 \pm 0,21\% \text{ } (Z^0) \quad (3.20)$$

Si l'on tient compte des corrections QCD qui tendent à augmenter  $\Gamma_{nl}(B)$ , on obtient des valeurs de l'ordre de 12,5 à 13,5 % [11]. Enfin, de récents travaux de Bagan et al. [12], montrent que le calcul complet à l'ordre  $\alpha_s$  des corrections perturbatives de QCD, augmente  $\Gamma_{nl}$  (essentiellement par la contribution  $b \rightarrow c\bar{c}s$ ). Par conséquent, l'évaluation théorique de  $BR_{sl}^b$  diminue et devient compatible avec les mesures expérimentales :

$$BR_{sl}^b(\text{théorie}) = 11,2 \pm 1,7\% \quad (3.21)$$

Précisons toutefois, que ces mêmes calculs s'accommodent difficilement de la mesure du nombre de hadrons charmés produits par désintégration d'un hadron B (ils le surestiment).

En résumé, nous retiendrons que dans environ 44 % des événements  $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$  l'un des hadrons beaux se désintègre semi-leptoniquement (en électron ou en muon).

- Le second avantage est que la charge électrique du lepton indique directement la saveur du quark  $b$  au moment de la désintégration du hadron beau (figure 3.3)

- Le troisième avantage est lié à la cinématique de la désintégration semi-leptonique. Le lepton possède majoritairement une grande impulsion transverse par rapport à l'axe du jet, alors que le bruit de fond est dominant à plus faible  $P_T$ .

### 3.2.1 Coupures cinématiques

Nous allons à présent exposer les coupures cinématiques permettant de sélectionner les leptons issus de désintégrations semi-leptoniques de hadrons B, en nous attachant à décrire et à évaluer les différentes sources de bruit de fond qui sont les suivantes:

- *Les leptons de cascade*, issus d'une désintégration semi-leptonique du hadron charmé produit lors de la désintégration du hadron B (figure 3.4). Cette source doit être minimisée puisque la charge du lepton étant opposée à celle du quark  $b$ , ces événements simulent une oscillation  $B_q^0 - \bar{B}_q^0$ .

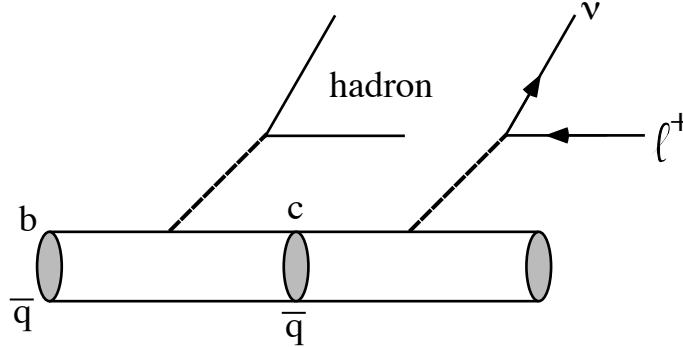


FIG. 3.4 – *Lepton de cascade issu de la transition  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ .*

- *Les leptons ne provenant pas d'événements beaux*. Nous distinguerons, les leptons d'événements charmés de ceux issus de quarks légers ( $u, d, s \rightarrow \ell$ ).
- *Les faux leptons*, c'est-à-dire des hadrons (le plus souvent pions ou kaons) identifiés à tort en tant que leptons.

Lorsqu'une trace est identifiée "lepton" par les algorithmes standards de DELPHI (voir chapitre expérimental), on calcule son impulsion transverse par rapport à l'axe du jet dont elle est issue. Cet axe est déterminé en utilisant l'algorithme de LUND, LUCCLUS [13], dont le principe est le suivant : initialement, toutes les traces sont considérées comme des agrégats, la distance entre chaque agrégat est calculée selon la formule :

$$d_{ij}^2 = \frac{1}{2}(|\vec{P}_i| |\vec{P}_j| - \vec{P}_i \cdot \vec{P}_j) \times \frac{4 |\vec{P}_i| |\vec{P}_j|}{(|\vec{P}_i| + |\vec{P}_j|)^2} \quad (3.22)$$

où  $\vec{P}_i$  et  $\vec{P}_j$  désignent les impulsions des agrégats  $i$  et  $j$ . Les plus proches sont ensuite regroupés deux à deux si leur distance n'excède pas une valeur maximale  $d_{join}^2$ . Le processus se poursuit ainsi, et les agrégats finalement formés constituent les “jets”. La valeur choisie pour  $d_{join}^2$  est  $(2,5 \text{ GeV})^2$ . L'impulsion transverse du lepton, notée  $P_T^{out}$  est ensuite calculée par rapport à l'axe du jet, en excluant le lepton des traces formant le jet. Cette méthode de calcul de l'impulsion transverse, proposée dès le début du fonctionnement de LEP, permet un meilleur compromis entre l'efficacité et la pureté, c'est-à-dire la fraction de leptons directs issus des hadrons B, que celle où le lepton est inclus dans la définition de la direction du jet.

Les leptons issus de désintégrations semi-leptoniques de B ont un spectre en  $P_T^{out}$  plus étendu que les autres composantes (voir fig. 3.5). De même, on observe que leur spectre en impulsion, est également plus “dur”. En effet, les désintégrations semi-leptoniques, procédant par interaction faible, obéissent à un couplage en  $V - A$ . Leur amplitude de transition,  $A$ , vérifie donc :

- pour la désintégration du muon :  $\mu^- \rightarrow \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$ ,  $A \propto (\mu^- \bar{\nu}_e)(\nu_\mu e^-)$
- pour celle du charme :  $c \rightarrow s e^+ \nu_e$ ,  $A \propto (c e^+)(s \nu_e)$
- et pour celle de la beauté :  $b \rightarrow c e^- \bar{\nu}_e$ ,  $A \propto (b \bar{\nu}_e)(c e^-)$

Les désintégrations du  $b$  et du  $\mu$  sont de la même forme et les spectres en énergie du lepton chargé issu de leur désintégration seront donc semblables (aux différences de masse près).

Dans la pratique, nous ne conserverons que les leptons satisfaisant aux deux conditions suivantes :

$$P_\ell \geq 3 \text{ GeV}/c, \quad P_{T,\ell}^{out} \geq 1,2 \text{ GeV}/c \quad (3.23)$$

La coupure sur l'impulsion transverse a été choisie en maximisant le rapport  $(N_\ell^b - N_\ell^{bc})/\sqrt{N_\ell^{tot}}$ , car comme nous le verrons plus tard, le signal d'oscillation est proportionnel à  $N_\ell^b - N_\ell^{bc}$ . Cette optimisation n'est toutefois pas critique.

### 3.2.2 Compositions

La composition de l'échantillon sélectionné avec les coupures précédentes est déterminée dans la simulation Monte-Carlo, les résultats sont donnés dans la table 3.1.

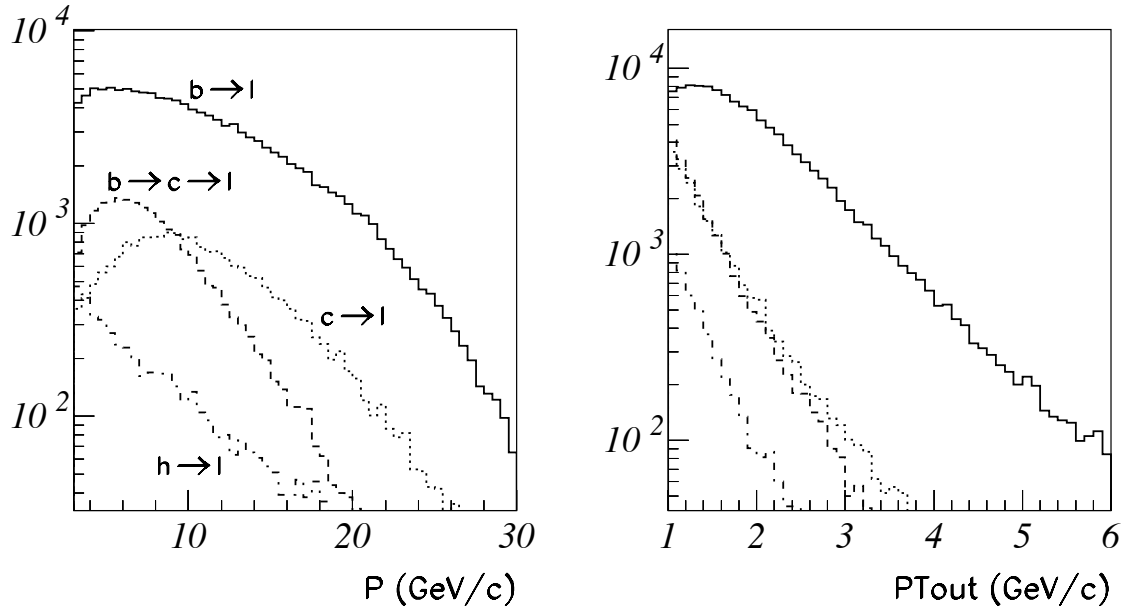


FIG. 3.5 – Distributions de l'impulsion (à gauche) et de l'impulsion transverse (à droite) pour des leptons issus de mésons  $B$ , de cascades, d'événements  $c\bar{c}$  et d'événements  $s\bar{s}$ ,  $d\bar{d}$  et  $u\bar{u}$ . Les coupures minimales appliquées ici sont:  $P_T^{out} > 1 \text{ GeV}/c$  et  $P > 3 \text{ GeV}/c$ . Les mêmes conventions sont adoptées dans les deux figures.

Nous avons tenu compte de la contribution des faux leptons. La probabilité qu'un hadron soit identifié en tant que lepton a été mesurée dans les données réelles (voir l'identification des leptons au chapitre 2). Le lepton  $\tau$  n'est pas répertorié dans la table 3.1. C'est pourquoi la chaîne de désintégrations  $b \rightarrow \tau^- \rightarrow \mu^-$  est classée dans la catégorie  $P_{b \rightarrow \ell^-}$ . Par contre,  $b \rightarrow \tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^-$ , avec  $\pi^-$  identifié en tant que lepton, est classé dans  $P_{b \rightarrow h^-}$ .

Enfin, par  $P_{q=u,d,s \rightarrow \ell^\pm, h^\pm}$ , nous désignons un "lepton" issu d'événements  $Z^0 \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \ell$  avec  $q = u, d, s$ , ou bien issu de la fragmentation d'un quark  $b$  ou  $c$ , c'est-à-dire produit au vertex primaire.

### 3.2.3 Pureté de l'étiquetage utilisant un lepton

Le lepton sélectionné est utilisé pour étiqueter la nature du méson  $B$  à l'instant de sa désintégration : une charge électrique négative signe un méson de type  $(b\bar{q})$  et inversement pour la charge positive.

A partir de la classification, basée sur les mécanismes physiques, établie dans la table 3.1, nous avons regroupé les catégories qui conduisaient à la même charge électrique, que le lepton soit vrai ou non. Quatre catégories de "leptons" sont alors distinguées compte tenu de l'étude sur les oscillations  $B_q^0 - \bar{B}_q^0$  que nous allons réaliser :

- $b \rightarrow \ell$  : cette catégorie contient tous les candidats leptons dont la charge est du même signe que celle du quark  $b$  (ou  $\bar{b}$ ) contenu dans le hadron  $B$ . Elle regroupe les

| Catégories de “lepton”                             | fraction |       |        |
|----------------------------------------------------|----------|-------|--------|
| $P_{b \rightarrow \ell^-}$                         | 69,9     | $\pm$ | 0,3%   |
| $P_{b \rightarrow c \rightarrow \ell^+}$           | 7,5      | $\pm$ | 0,1%   |
| $P_{b \rightarrow \bar{c} \rightarrow \ell^-}$     | 1,1      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{c \rightarrow \ell^+}$                         | 8,6      | $\pm$ | 0,1%   |
| $P_{c \rightarrow \ell^-} (J/\psi \text{ etc...})$ | 0,1      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{q=u,d,s \rightarrow \ell^\pm}$                 | 2,3      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{b \rightarrow h^-}$                            | 1,4      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{b \rightarrow h^+}$                            | 0,8      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{c \rightarrow h^+}$                            | 0,5      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{c \rightarrow h^-}$                            | 0,5      | $\pm$ | < 0,1% |
| $P_{q=u,d,s \rightarrow h^\pm}$                    | 7,3      | $\pm$ | 0,1%   |

TAB. 3.1 – Proportion des différentes catégories de “leptons” sélectionnés après coupures cinématiques. La lettre  $h$  désigne un hadron identifié à tort comme un lepton. Voir texte pour la description des catégories. La notation  $\pm < 0,1\%$  pour certaines incertitudes signifie que le nombre est connu à mieux que 0,1%.

leptons des désintégrations semi-leptoniques de  $B$  (notés dans la table 3.1,  $P_{b \rightarrow \ell^-}$ ), mais aussi les cascades de type  $\bar{B} \rightarrow DD_s^- X$  avec  $D_s^- \rightarrow \ell^- X$  ( $P_{b \rightarrow \bar{c} \rightarrow \ell^-}$ ) ainsi que les faux leptons provenant d’une désintégration de  $B$ , et dont la charge est en accord avec celle du quark  $b$  ( $P_{b \rightarrow h^-}$ ).

- $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ : regroupe les leptons provenant d’une chaîne de désintégration d’un hadron  $B$  mais dont le signe est opposé à celui du quark  $b$  contenu dans le hadron. Les composantes  $P_{b \rightarrow c \rightarrow \ell^+}$  et  $P_{b \rightarrow h^+}$  sont donc incluses dans cette catégorie.

- $c \rightarrow \ell$ : concerne les candidats leptons issus d’un hadron charmé produit dans un événement  $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$ . Cette catégorie regroupe donc  $P_{c \rightarrow \ell^+}$ ,  $P_{c \rightarrow \ell^-}$ ,  $P_{c \rightarrow h^+}$ ,  $P_{c \rightarrow h^-}$ .

- $h \rightarrow \ell$ : ce sont de faux leptons non issus de mésons beaux ou charmés. Il y a également une contribution de vrais leptons provenant de désintégrations de hadrons légers, de conversions de photons etc... Cette catégorie correspond donc à  $P_{q=u,d,s \rightarrow \ell^\pm} + P_{q=u,d,s \rightarrow h^\pm}$ .

Avec cette classification, seules les deux premières catégories  $b \rightarrow \ell$  et  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  sont affectées par l’oscillation des mésons beaux. Elles correspondent respectivement aux “leptons” dits de bon signe et de mauvais signe. Leur importance est donnée dans la table 3.2.

| Catégories                                   | fraction |       |      |
|----------------------------------------------|----------|-------|------|
| $f_{b \rightarrow \ell}$                     | 72,4     | $\pm$ | 0,3% |
| $f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$ | 8,3      | $\pm$ | 0,1% |
| $f_{c \rightarrow \ell}$                     | 9,7      | $\pm$ | 0,1% |
| $f_{h \rightarrow \ell}$                     | 9,6      | $\pm$ | 0,1% |

TAB. 3.2 – Importance relative des 4 catégories de candidats leptons sélectionnés après coupures cinématiques.

### 3.3 Etiquetage à la production

Dans cette partie, nous présentons la méthode utilisée pour évaluer le contenu en quark  $b$  ou  $\bar{b}$ , lors de la production du hadron beau.

#### 3.3.1 Présentation de la méthode

Elle exploite le fait que la charge de l'ensemble des particules contenues dans un hémisphère conserve une trace de la charge du quark qui y a été émis. Lorsqu'un quark est produit, il s'hadronise de façon à donner naissance à des objets non colorés. L'hadronisation ou encore fragmentation, est un processus de nature non perturbative qui nécessite le recours à des modèles phénoménologiques permettant la description des distributions en énergie des hadrons produits à partir de celle du quark initial. Par exemple, dans les modèles de type “jets de quarks indépendants” [15], la fragmentation a lieu selon un processus récurrent, où le quark  $q_0$  initial crée un champ de couleur dans lequel une paire  $q_1 \bar{q}_1$  est produite, formant ainsi un méson  $q_0 \bar{q}_1$  d'impulsion  $z_1 P_{q_0}$  ( $z_1 \in [0;1]$  ; cette variable est en réalité la fraction emportée de la quantité  $E_q + P_q^L$  suivant la direction de la corde). Le quark célibataire  $q_1$  peut alors à son tour amorcer ce même processus et ainsi de suite (voir figure 3.6).

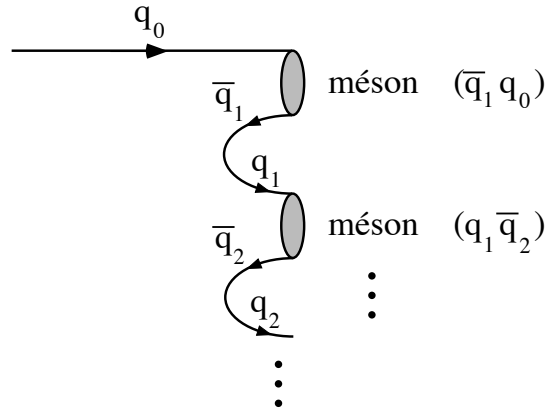


FIG. 3.6 – Chaîne de fragmentation selon le modèle des “jets de quarks indépendants”.

Les mésons ainsi formés, ont en moyenne des impulsions de plus en plus faibles. Lorsque le quark initial est un  $b$ , la fonction de fragmentation est fortement piquée en  $z \sim 1$ , le méson beau emportant une large part de l'énergie initiale. Ceci vient de ce que la masse des hadrons B est bien supérieure à l'échelle des masses hadroniques ( $\Lambda_{QCD}$ ).

Voyons à présent, comment à partir des mésons formés, on retrouve la charge du quark initial. Prenons l'exemple du  $B^-$  de la figure 3.7-a. Sa charge  $Q_1 < 0$ , reflète directement celle du quark  $b$ . La deuxième particule produite, de charge  $Q_2$  opposée à celle du  $b$ , a néanmoins une impulsion  $P_2$  petite devant  $P_1$ . Au total,  $Q_1 P_1 + Q_2 P_2$  va donc être du même signe que le quark initial.

L'exemple du  $\overline{B}_d^0$  illustré sur la figure 3.7-b est plus délicat puisque il s'agit d'un méson neutre :  $Q_1 = 0$ . Seul la deuxième particule reflète le signe du  $b$ , mais statistiquement son impulsion sera plus grande que celle de la troisième particule. Au total  $Q_1 P_1 + Q_2 P_2 + Q_3 P_3 \leq 0$ .

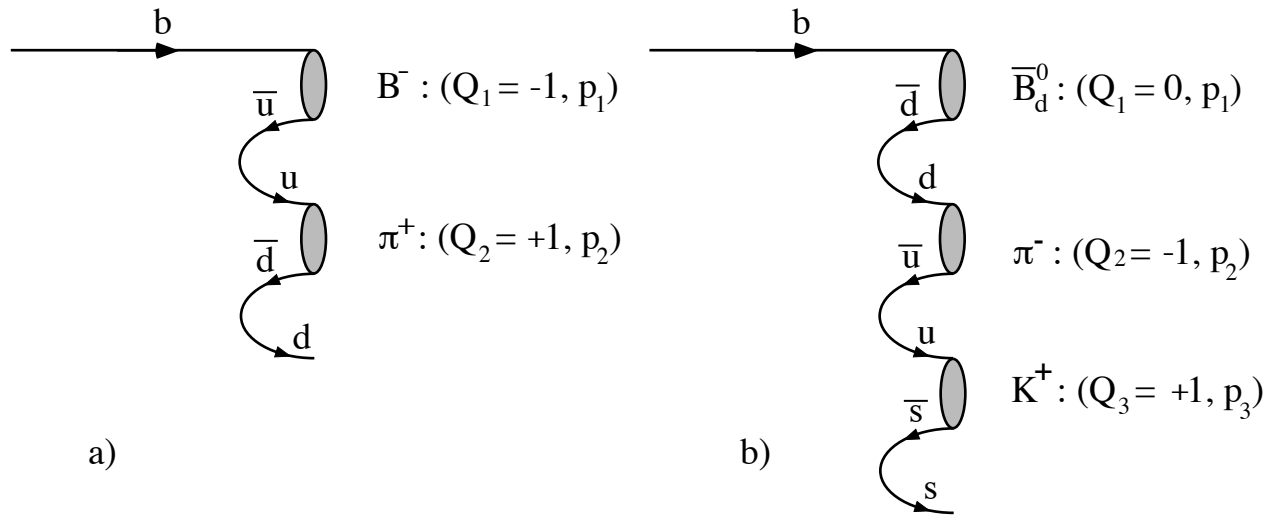


FIG. 3.7 – Exemple de fragmentation du  $B^-$  en a) et du  $\overline{B}_d^0$  en b).  $Q$  et  $P$  désignent respectivement la charge et l'impulsion des particules produites.

Ces explications simplistes sont en fait confirmées par la simulation Monte-Carlo comme nous allons le voir à présent. Définissons la charge du jet par :

$$Q_{jet} = \frac{\sum_i q_i (\vec{P}_i \vec{S})^\kappa}{\sum_i (\vec{P}_i \vec{S})^\kappa} \quad (3.24)$$

La somme a lieu sur les particules chargées présentes dans un hémisphère.  $q_i$  et  $\vec{P}_i$  sont respectivement la charge et l'impulsion de la particule  $i$ .  $\vec{S}$  est l'axe de sphéricité. En projetant l'impulsion sur cet axe, on diminue la contribution des traces éloignées de la direction du quark initial (donnée de manière approchée par celle de l'axe de sphéricité).  $\kappa$  est un coefficient à ajuster de façon à avoir la meilleure séparation entre les quarks  $b$  et  $\overline{b}$ .

Cette méthode a l'avantage de pouvoir être utilisée pour tous les événements. La figure 3.8 présente les distributions en  $Q_{jet}$  pour les quarks  $b$  et  $\bar{b}$ . Nous avons utilisé ici  $\kappa = 0,6$ .

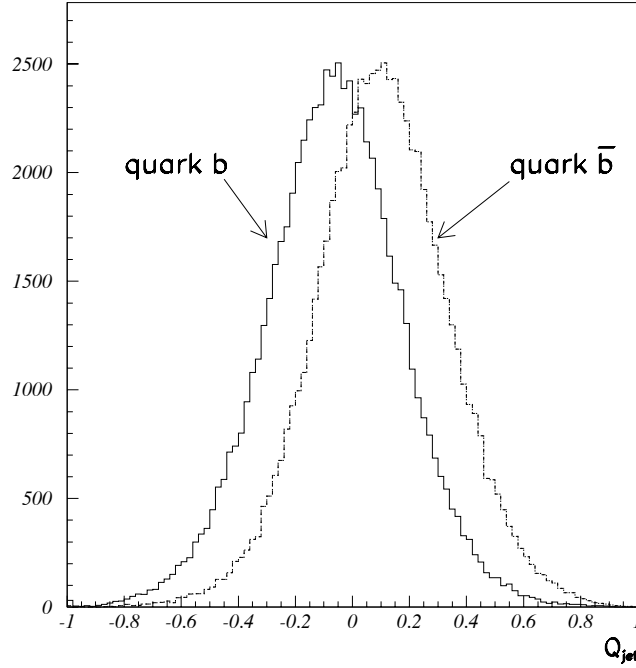


FIG. 3.8 – *Distribution de la charge du jet pour les événements  $b\bar{b}$ .*

On y distingue clairement une séparation entre les deux distributions. Ainsi, un enrichissement de 64,2 % en quarks  $\bar{b}$  est obtenu, pour les événements satisfaisant  $Q_{jet} > 0$ . L'enrichissement peut être augmenté avec des conditions plus sévères :  $Q_{jet} > \delta Q_{jet} = 0,15$  sélectionne des événements contenant 71,4 % de  $\bar{b}$  avec une efficacité de 59,6 %. Un compromis est donc à trouver.

### 3.3.2 Pureté de l'étiquetage

La pureté notée  $\epsilon_{jet}^b$  correspond à la proportion des événements correctement étiquetés. L'efficacité de l'étiquetage,  $\epsilon_{jet}$ , est le rapport entre les nombres d'événements étiquetés et le total.

Ainsi, le critère suivant :

$$\begin{cases} Q_{jet} > +\delta Q_{jet} \rightarrow \text{quark } \bar{b} \text{ étiqueté} \\ Q_{jet} \leq -\delta Q_{jet} \rightarrow \text{quark } b \text{ étiqueté} \end{cases} \quad (3.25)$$

avec  $\delta Q_{jet} = 0$  correspond à  $\epsilon_{jet}^b = 64,2$  % pour une efficacité  $\epsilon_{jet} = 100$  % (tous les événements sont classés  $b$  ou  $\bar{b}$ ). Or, en anticipant sur le chapitre 4, la probabilité de classer un événement dans la catégorie “oscillante” est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{P}(t) = \text{bonne réponse de } Q_{\text{jet}} \times \text{l'événement a oscillé} \\ \quad + \text{mauvaise réponse de } Q_{\text{jet}} \times \text{l'événement n'a pas oscillé} \\ = \epsilon_{\text{jet}}^b \times \frac{e^{-t/\tau}}{2\tau} (1 - \cos \Delta mt) + (1 - \epsilon_{\text{jet}}^b) \times \frac{e^{-t/\tau}}{2\tau} (1 + \cos \Delta mt) \\ = \frac{e^{-t/\tau}}{2\tau} (1 - (2\epsilon_{\text{jet}}^b - 1) \cos \Delta mt) \end{array} \right. \quad (3.26)$$

L'amplitude des oscillations est donc de la forme  $(2\epsilon_{\text{jet}}^b - 1)$ . Il en est de même pour les événements classés "non-oscillants". On comprend aisément l'importance d'une pureté élevée : une amélioration de la pureté de 0,6 à 0,7, soit 17 %, modifie l'amplitude de 0,2 à 0,4 soit 100 % d'augmentation !

D'autre part, la signification statistique d'un signal d'oscillation est proportionnelle à :

$$S = \sqrt{\epsilon_{\text{jet}}^b} \times (2\epsilon_{\text{jet}}^b - 1) \quad (3.27)$$

Nous avons tracé sur la figure 3.9 pour différentes valeurs de  $\kappa$ , les courbes donnant la pureté ainsi que la variable  $S$  en fonction de l'efficacité. Chaque point correspond à une valeur différente de la coupure en  $\delta Q_{\text{jet}}$  (le  $i$ ème point vérifie  $\delta Q_{\text{jet}} = 0,05(i - 1)$ ,  $i = 1$  étant le point correspondant à une efficacité de 100%).

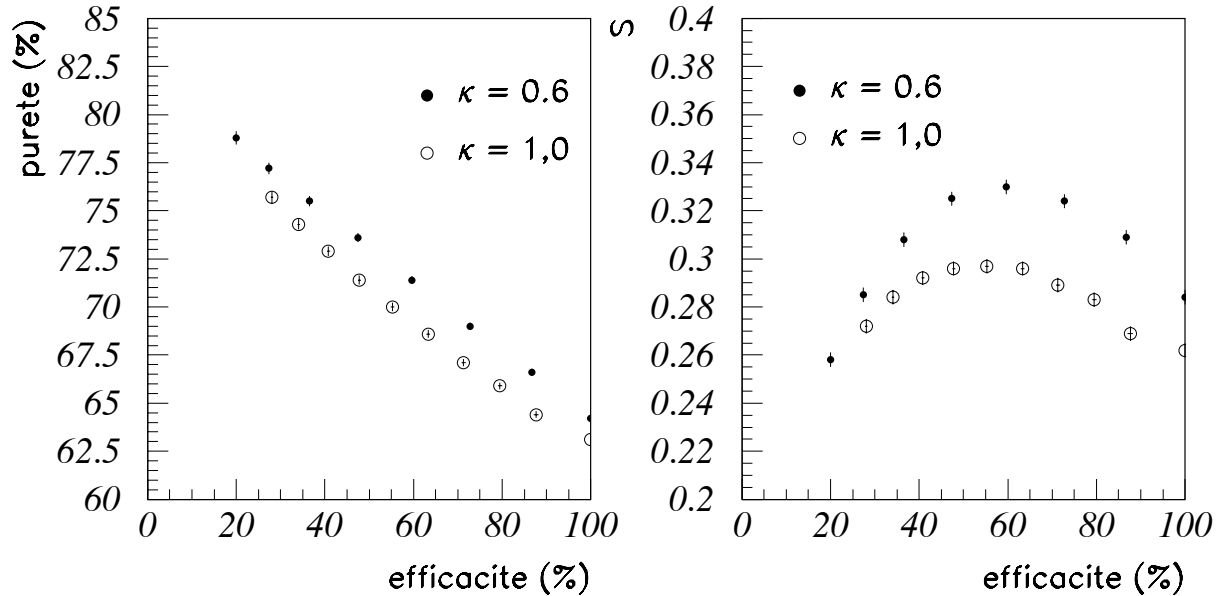


FIG. 3.9 – A gauche : pureté de l'étiquetage avec la charge du jet en fonction de son efficacité. A droite :  $S$ , variable proportionnelle à la signification statistique de cet étiquetage en fonction de son efficacité. Les résultats obtenus avec  $\kappa = 0.6$  et  $\kappa = 1.0$  ont été comparés.

On y distingue un optimum peu prononcé pour  $\epsilon_{jet}$  compris entre 45 % et 75 %. Plusieurs valeurs de  $\kappa$  ont été testées. Avec  $\kappa = 0.6$ , on obtient les meilleurs résultats. Le critère que nous avons appliqué correspondant à cet optimum est :

$$\begin{cases} \kappa = 0.6 \\ \delta Q_{jet} = 0.10 \end{cases}$$

La pureté  $\epsilon_{jet}^b$  sera mesurée dans les données (voir chapitre 5). La valeur obtenue avec ce critère est :

$$\epsilon_{jet}^b(data) = 0,674 \pm 0,005 \quad (3.28)$$

que l'on peut comparer à la valeur déterminée précédemment dans la simulation Monte-Carlo :

$$\epsilon_{jet}^b(MC) = 0.690 \pm 0,002 \quad (3.29)$$

La différence entre ces deux valeurs  $0,016 \pm 0,005$  illustre le fait que l'on doit mesurer ce paramètre à partir des données réelles. En effet, la valeur de  $\epsilon_{jet}^b$  dépend de manière détaillée de la composition des jets de quarks  $b$  en fonction des différents hadrons  $B$ , de la modélisation de leurs désintégrations et des performances du détecteur pour la reconstruction des traces chargées (voir aussi la discussion en 3.3.3).

La figure 3.9 montre que le choix du critère optimal n'est toutefois pas critique.

### 3.3.3 Pureté de l'étiquetage et produits de désintégration

#### – Cas des mésons $B$ :

Les puretés déterminées au 3.3.2 correspondaient à des événements  $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$  dans lesquels les hadrons beaux apparaissent en proportion “naturelle” (soit  $\sim 40$  % de mésons  $B_d^0$  et  $B^-$ , 10 % de mésons  $B_s^0$  et 10 % de baryons beaux). De même, tous les canaux de désintégration étaient possibles. La pureté obtenue est donc une valeur moyenne. Cependant, en reprenant l'explication naïve du 3.3.1, on comprend que cette pureté dépende des mésons étudiés ainsi que de leur modes de désintégration. En effet, le  $B_d^0$  étant neutre, ce n'est que la deuxième particule de la fragmentation qui porte la charge du quark  $b$  produit (voir figure 3.9). La pureté devrait donc être moins élevée, pour les mésons neutres que pour les mésons chargés. De plus, dans le calcul de  $Q_{jet}$ , la somme s'effectue sur les particules stables d'un hémisphère (voir équation 3.24), et donc, non sur les mésons beaux eux-mêmes mais sur leurs produits de désintégration. Dans le cas des désintégrations semi-leptoniques on trouve en prenant  $\delta Q_{jet} = 0,10$  :

$$\begin{aligned}
\epsilon_{jet}^b(B^+ \rightarrow \ell^+ \nu X) &= 94,5 \% \\
\epsilon_{jet}^b(B_d^0 \rightarrow \ell^+ \nu X) &= 79,6 \% \\
\epsilon_{jet}^b(B_s^0 \rightarrow \ell^+ \nu X) &= 57,0 \%
\end{aligned} \tag{3.30}$$

On obtient une pureté importante pour les B chargés. La raison en est simple : le lepton ayant une impulsion élevée, sa contribution à la charge du jet est importante.  $Q_{jet}$  ne reflète donc, dans ce cas, que la charge du lepton. Ceci explique également la pureté plus faible lorsque le méson est un  $B_s^0$ . Ces derniers oscillant dans 50 % des cas, la charge du lepton est une fois sur deux opposée à la charge du quark présent dans l'hémisphère. Cet effet apparaît clairement lorsque l'on distingue les mésons oscillants et non-oscillants :

$$\begin{aligned}
\epsilon_{jet}^b(B_d^0 \rightarrow B_d^0 \rightarrow \ell^+ \nu X) &= 93,4 \% \\
\epsilon_{jet}^b(B_d^0 \rightarrow \overline{B_d^0} \rightarrow \ell^- \bar{\nu} X) &= 12,1 \% \\
\epsilon_{jet}^b(B_s^0 \rightarrow B_s^0 \rightarrow \ell^+ \nu X) &= 91,1 \% \\
\epsilon_{jet}^b(B_s^0 \rightarrow \overline{B_s^0} \rightarrow \ell^- \bar{\nu} X) &= 17,9 \%
\end{aligned} \tag{3.31}$$

La pureté de l'étiquetage pour des hémisphères contenant des mésons  $B_d^0$  ou  $B_s^0$  n'ayant pas oscillé est par contre très proche de celle où des B chargés ont été produits.

En conclusion, dans le cas d'une désintégration semi-leptonique, la charge du jet est fortement corrélée au caractère oscillant ou non oscillant du méson beau. Nous avons donc décidé de ne pas utiliser  $Q_{jet}$  évaluée dans l'hémisphère où nous sélectionnons les désintégrations semi-leptoniques. Dans le cas contraire, il faudrait tenir compte du biais introduit au niveau des erreurs systématiques dans nos analyses. Ceci semble extrêmement difficile compte tenu du niveau de précision que nous recherchons pour la mesure de  $\Delta m_d$ .

#### – Cas du charme et des quarks légers :

Nous verrons aux chapitres 6 et 7 consacrés à la mesure de  $\Delta m_d$  et de  $\Delta m_s$  qu'il est nécessaire de connaître la pureté de l'étiquetage pour des événements non -  $b\bar{b}$ . Les distributions de  $Q_{jet}$  pour les quarks  $c$  et  $\bar{c}$  ainsi que pour  $q$  et  $\bar{q}$  ( $q$  désignant un quark léger) sont représentées sur les figures 3.10 (a) et (b).

La séparation est moins bonne que pour les événements beaux. Ceci est dû au processus de fragmentation beaucoup plus "mou", la "mémoire" du quark initial étant répartie parmi les mésons de la fragmentation, et aussi au fait que l'on ait un mélange de quarks légers de charges différentes.

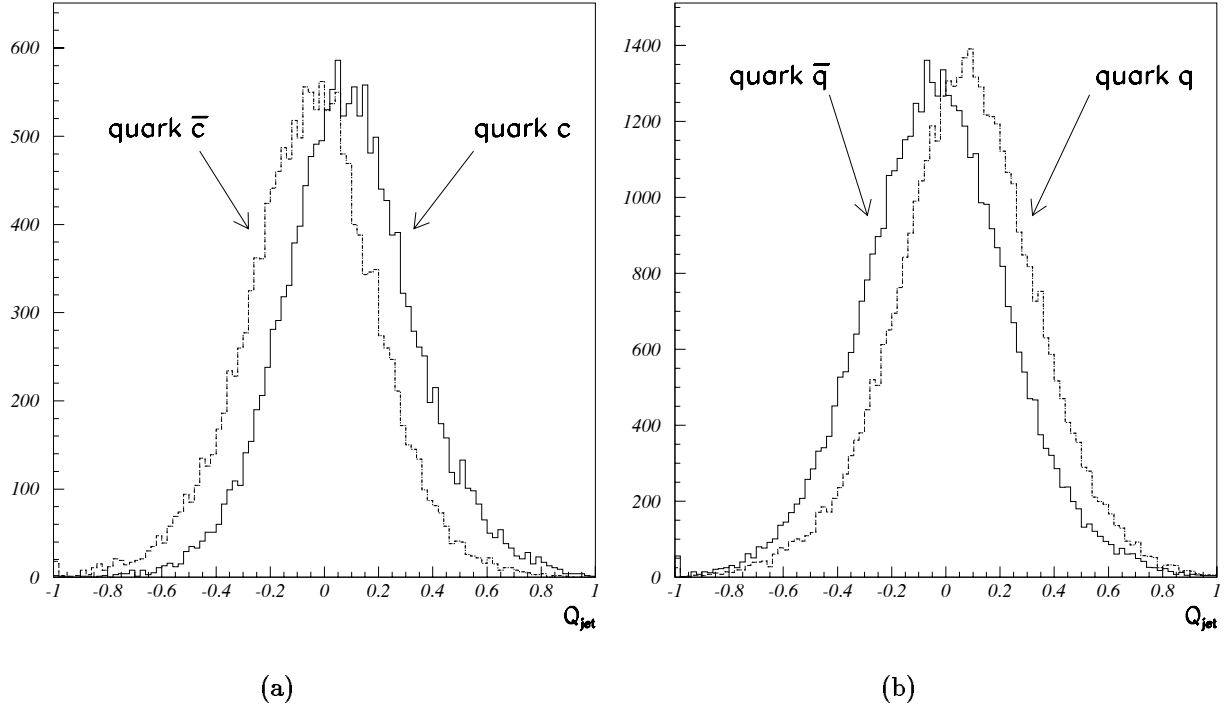


FIG. 3.10 – Distribution de la charge du jet dans le cas d'événements  $c \bar{c}$  (a) et  $q \bar{q}$  (b) où  $q$  désigne un quark  $u$ ,  $d$  ou  $s$ .

Plus précisément, il nous faut connaître l'asymétrie de charge des catégories  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $h \rightarrow \ell$ . En coupant à  $\delta Q_{jet} = 0, 10$ , on trouve:

$$\epsilon_{jet}^c = 0,370 \pm 0,005 \quad (3.32)$$

et

$$\epsilon_{jet}^h = 0,451 \pm 0,005 \quad (3.33)$$

### 3.4 Reconstruction du temps propre

Cette section est consacrée aux développements des algorithmes nécessaires à la reconstruction du temps propre des hadrons beaux se désintégrant par voie semi-leptonique. Le temps propre est défini par :

$$t_B = \frac{m_B}{P_B c} d_B \quad (3.34)$$

où  $m_B$ ,  $P_B$  et  $d_B$  sont respectivement la masse, l'impulsion et la distance de vol du hadron beau. Les deux premiers paragraphes traitent donc de la mesure de  $d_B$  et de  $P_B$ . Ensuite nous serons en mesure de reconstruire  $t_B$  et nous pourrions évaluer et paramétrer la résolution temporelle de notre algorithme.

### 3.4.1 Estimation de la distance de vol

La durée de vie des mésons beaux est de l'ordre 1,5 ps et leur énergie, à LEP, est en moyenne proche de 30 GeV. Par conséquent, pour une masse voisine de 5 GeV/c<sup>2</sup>, ils parcourent une distance moyenne de 2,5 mm. L'avènement des détecteurs de vertex au silicium a permis de mesurer de telles distances avec une précision relative de l'ordre de 10 %.

Les événements étudiés dans cette thèse sont issus de désintégrations semi-leptoniques et leur topologie est représentée sur la figure 3.11.

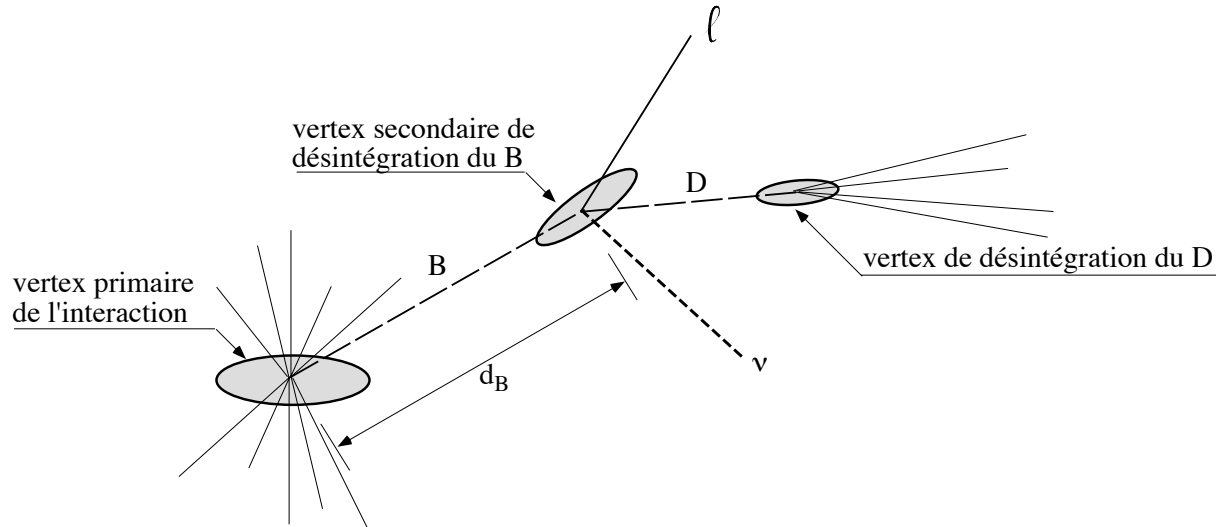


FIG. 3.11 – Topologie d'une désintégration semi-leptonique d'un hadron B.

La mesure de la distance de vol,  $d_B$ , nécessite la reconstruction de la position du vertex primaire de l'interaction et de celle du vertex de désintégration du méson B.

Comme nous ne nous intéressons qu'aux modes de désintégration inclusifs comportant un lepton, le méson D n'est pas explicitement reconstruit et nous avons développé les algorithmes permettant, à partir de la seule trace du lepton, une estimation assez précise de la position du point de désintégration du méson B.

### 3.4.1.1 Reconstruction du vertex primaire

En période de stabilité des faisceaux du LEP, une évaluation de la position du point d'interaction est effectuée en moyennant la position reconstruite du vertex primaire pour une centaine d'événements hadroniques de désintégration du  $Z^0$ . Cette opération est répétée tout au long de la période d'acquisition des données. La position transverse centrale du faisceau est ainsi connue avec une incertitude de l'ordre de  $20 \mu$  dans les directions horizontale ( $x$ ) et verticale ( $y$ ). La taille du point d'interaction est respectivement de l'ordre de  $150 \mu m$  et de  $10 \mu m$  dans ces deux directions. Dans la recherche du vertex primaire, on détermine le point d'interaction commun aux traces chargées présentes dans l'événement qui est compatible avec le point d'interaction des faisceaux à l'intérieur des tolérances  $\sigma_x^{faisc.} = 150 \mu m$  et  $\sigma_y^{faisc.} = 40 \mu m$ .

Le candidat lepton est exclu des traces sélectionnées précédemment. Si l'ajustement obtenu a une probabilité de  $\chi^2$  inférieure à  $10^{-3}$ , la trace contribuant le plus au  $\chi^2$  est retirée tour à tour, et la position du vertex primaire ainsi que sa probabilité de  $\chi^2$  est à nouveau calculée. Il s'agit là d'une procédure standard utilisée dans DELPHI.

La précision obtenue sur la position du vertex primaire est illustrée sur la figure 3.12, où nous avons utilisé la simulation Monte-Carlo afin de comparer la position mesurée à celle générée. On obtient  $\sigma_x^{prim.} \simeq 68 \mu m$  et  $\sigma_y^{prim.} \simeq 30 \mu m$ .

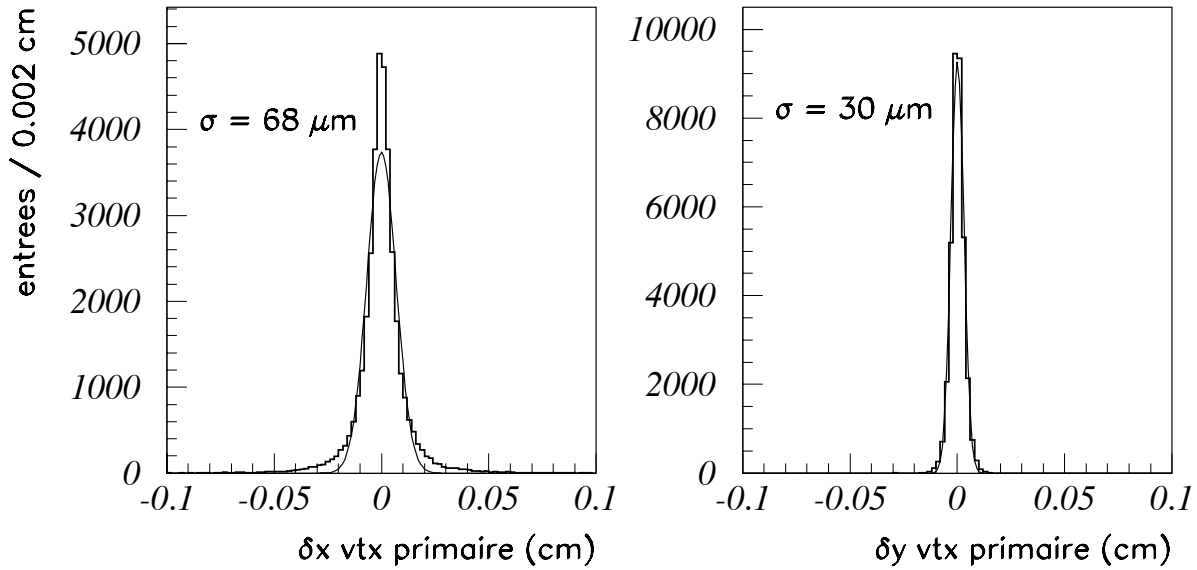


FIG. 3.12 – Précision de reconstruction du vertex primaire selon l'axe  $x$  (à gauche) et l'axe  $y$  (à droite) ( $\delta x = x$  mesuré -  $x$  simulé)

Nous avons également représenté sur la figure 3.13, la précision le long de l'axe du faisceau ( $z$ ) en 1993 et en 1994. On voit une nette amélioration en 94, où le nouveau détecteur de vertex mesurant  $z$  a été installé.

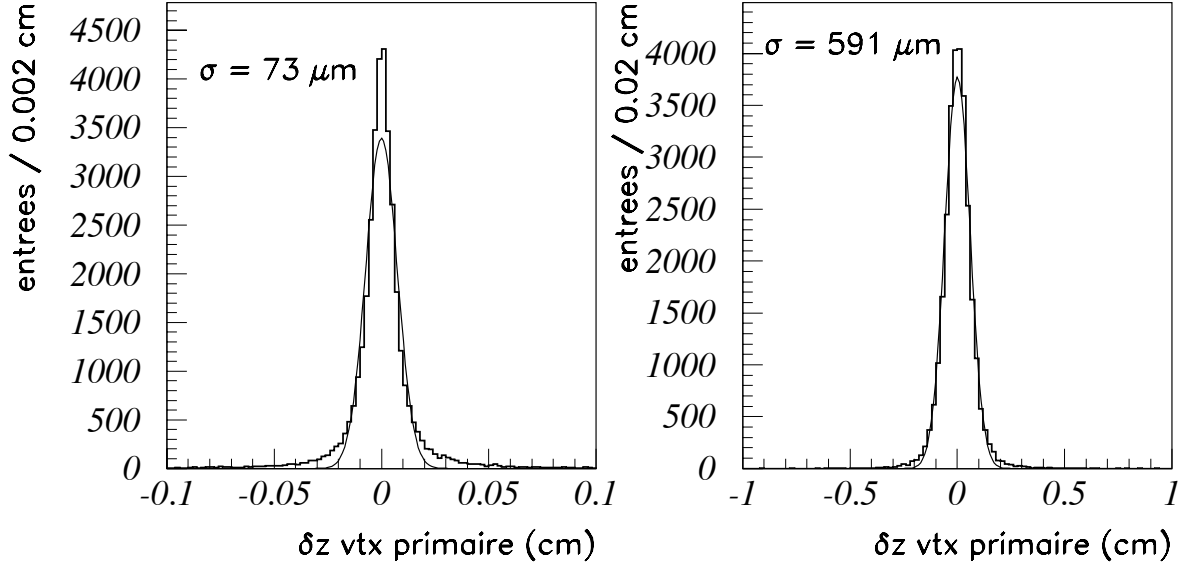


FIG. 3.13 – Précision de reconstruction du vertex primaire selon  $z$ : à gauche en 1994, et à droite en 1993.

Cette amélioration sera prise en compte dans la forme des fonctions de résolution temporelle (voir §3.5).

#### 3.4.1.2 Reconstruction du vertex de désintégration du méson B

Dans un premier temps, on cherche à sélectionner grossièrement un lot de traces susceptibles de provenir du vertex du B ou du D. A cette fin, on utilise l'algorithme de jet, LUCCLUS (voir 3.2.1), avec une distance maximale,  $d_{join}^2 = 5 (GeV)^2$ .

Les jets ainsi formés sont suffisamment larges pour contenir l'ensemble des traces du D et du B. On cherche ensuite à isoler les traces du vertex charmé. On forme alors de petits agrégats parmi les traces sélectionnées précédemment, le lepton étant exclu. La distance maximale utilisée,  $d_{join}^2$ , est  $0,5 (GeV)^2$ . Dans une désintégration semi-leptonique, le lepton et le charme peuvent avoir une impulsion transverse importante. Il est donc raisonnable de supposer que les traces issues du charme sont suffisamment distinctes des traces du primaire pour être isolées sous forme d'agrégats. La figure 3.14 représente une vue schématique de la topologie recherchée.

Au sein de chaque agrégat, les traces sont classées par valeurs décroissantes de leur pseudo-rapacité mesurée par rapport à la direction de l'agrégat. Si la masse invariante des deux premières est inférieure à une masse maximale  $M_{max} = 2,2 GeV/c^2$ , on rajoute la troisième, et ainsi de suite jusqu'à obtenir un système dont la masse soit inférieure à  $M_{max}$ . Le système ainsi formé a une masse proche de celle d'un méson charmé. Un vertex est déterminé à partir des traces sélectionnées qui possèdent au moins une mesure dans le

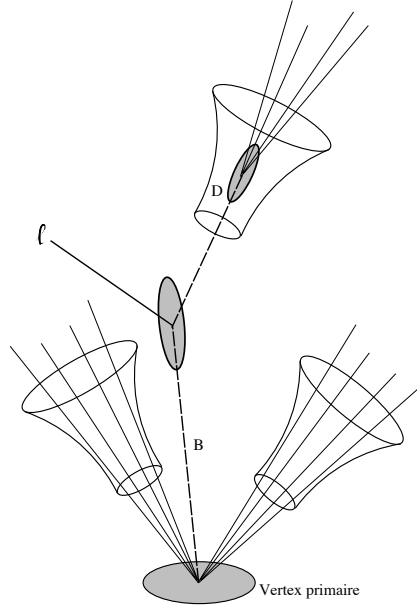


FIG. 3.14 – *Isolation des traces du méson D en recherchant de petits agrégats obtenus par l'algorithme LUCLUS avec  $d_{join}^2 = 0,5 \text{ (GeV)}^2$ .*

détecteur de vertex ; seules les traces chargées d'impulsion supérieure à 500 MeV/c sont utilisées.

S'il n'y a qu'une seule trace retenue, son intersection avec le lepton fournit une première estimation de la position du point de désintégration du méson B. Sinon, la trace du D est reconstruite à partir des traces formant le vertex précédent. Nous imposons au D une charge opposée à celle du lepton comme il se doit dans une désintégration semi-leptonique de  $B_d^0$  ou de  $B_s^0$ .

Si, à l'issue de cette procédure, plusieurs vertex sont trouvés, on garde celui dont le poids statistique est le plus élevé (le poids statistique est défini par la longueur de vol dans le plan transverse divisée par son erreur de mesure).

On va ensuite chercher à retrouver, parmi les traces appartenant aux autres agrégats, celles qui proviendraient en réalité du méson D.

On ordonne donc à nouveau par rapidité décroissante (la rapidité étant alors calculée par rapport à la direction de l'ensemble des traces composant le vertex sélectionné) les traces appartenant au jet du lepton en y incluant éventuellement les neutres.

Si, ajoutées aux traces déjà retenues, elles forment un système dont la masse n'excède pas  $M_{max}$ , une nouvelle évaluation du vertex du D est effectuée.

Deux méthodes sont alors utilisées pour évaluer la position du point de désintégration du B à partir des traces retenues :

- on forme un vertex en incluant le lepton et l'ensemble des traces chargées associées à au moins une mesure dans le détecteur de vertex. De même que dans la recherche du vertex primaire, une élimination itérative des traces ayant la plus forte contribution au  $\chi^2$  est effectuée jusqu'à obtenir une probabilité du  $\chi^2$  acceptable.

- on calcule le point de désintégration du D, on corrige la direction de l'impulsion résultante des traces formant ce vertex pour tenir compte de l'ensemble des traces chargées et neutres retenues et on forme l'intersection de “la trace du D” avec le lepton.

Si les deux méthodes ont convergé on retient celle ayant l'erreur en position transverse minimale.

La distance de vol du hadron B est évaluée en projection sur le plan transverse à la direction des faisceaux. On calcule ensuite, la distance  $d_{\perp}$  projetée le long de la direction du B dans le plan transverse, entre le vertex primaire et celui du B. La direction du B est évaluée à partir de celle de son impulsion  $\vec{P}_B$  (voir le paragraphe qui suit). On en déduit la distance de vol totale du B (dans l'espace) :

$$d_B = \frac{d_{\perp}}{\sin \theta} \quad (3.35)$$

où  $\theta$  représente l'angle polaire de la direction du B (voir figure 3.15)

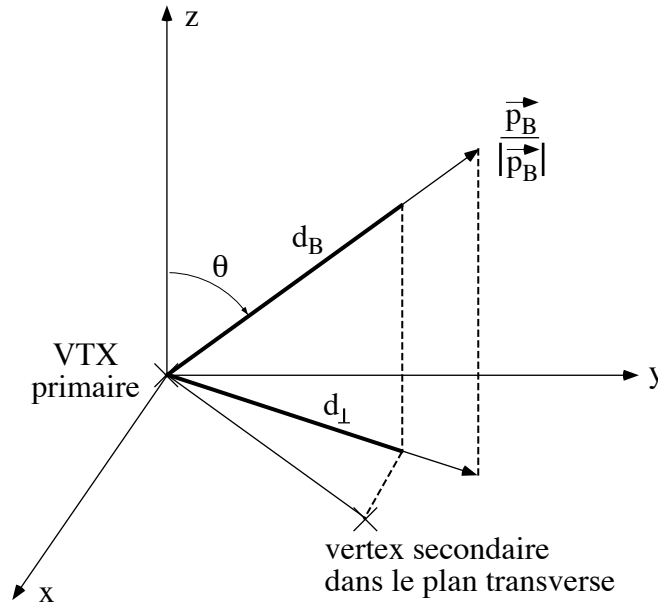


FIG. 3.15 – Détermination de la distance de vol  $d_B$ , à partir de la position dans le plan transverse des vertex primaire et secondaire.

### 3.4.1.3 Performances de l'algorithme de reconstruction

Nous avons évalué l'efficacité de cet algorithme appliqué à des événements simulés. La mesure de la distance de vol est disponible dans 94 % des événements contenant un lepton d'impulsion transverse supérieure à 1,2 GeV/c associé à une couche (ou plus) dans le détecteur de vertex.

Nous avons également estimé la résolution obtenue en ajustant la distribution de la différence entre les distances de vol reconstruite et simulée avec trois Gaussiennes (voir figure 3.16-a).

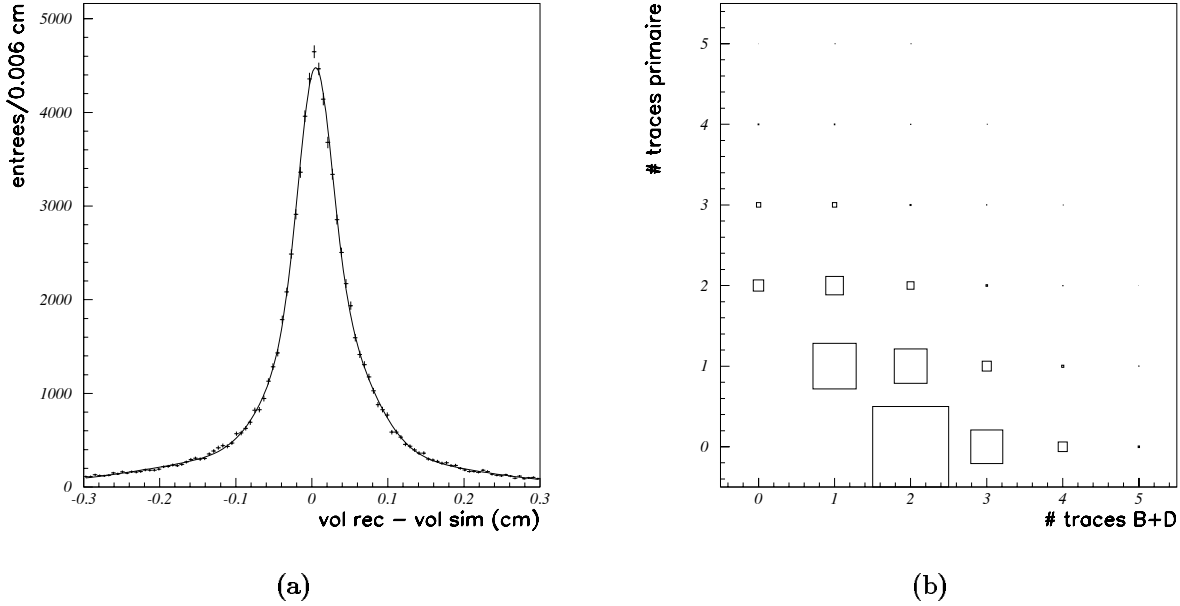


FIG. 3.16 – (a) : Précision sur la détermination de la distance de vol des mésons beaux. (b) : Caractéristiques des traces associées au vertex du “B” selon qu’elles appartiennent réellement aux produits de désintégration du B, ou au vertex primaire d’interaction.

La Gaussienne la plus étroite a un sigma de  $215 \mu m$  et contient 23,7 % des événements. La seconde correspond à 37,5 % des événements avec un sigma de  $530 \mu m$ . Enfin, la dernière a une largeur de  $1,7 mm$ .

Nous avons mesuré la fraction de traces réellement issues du D ou du B parmi les traces attribuées au vertex secondaire du “B” (voir figure 3.16-b). Dans 51 % des cas, le vertex n’est formé que de deux traces dont la répartition est la suivante : 59 % sont 2 traces du B, 33 %, une trace du B et une du primaire, et 8 % deux traces du primaire. Au total, seul 6 % des vertex ne contiennent aucune trace du B. Dans ce cas, le point de désintégration du “B” est confondu avec le vertex primaire d’interaction. Cet effet est observable sur la figure 3.17-a où est représentée la corrélation entre la distance de vol reconstruite et la distance simulée. Une légère accumulation aux distances de vol proches de zéro est visible quel que soit le vol vrai du B. Cette effet sera pris en compte ultérieurement (voir §3.5.2.1).

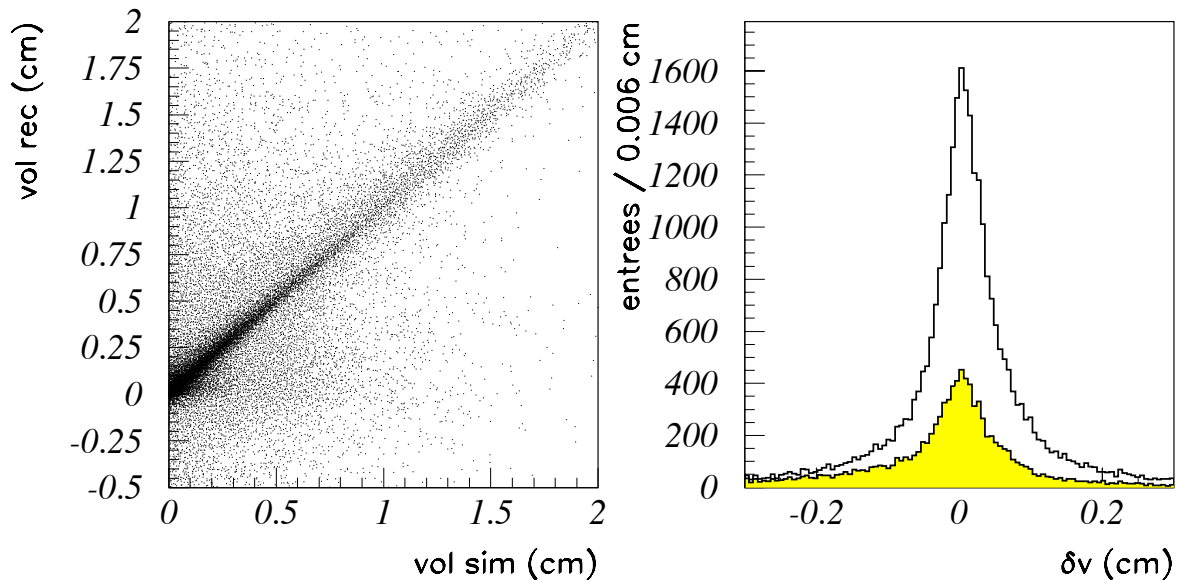


FIG. 3.17 – (a) *corrélation distance de vol reconstruite - distance de vol simulée.* (b) *résolution sur la distance de vol. La portion hachurée correspond aux vertex dont le nombre de traces appartenant réellement au B est inférieur au nombre de traces provenant du primaire.*

### 3.4.2 Estimation de l'énergie

#### 3.4.2.1 Principe

Le première étape consiste à utiliser la conservation de l'énergie - impulsion appliquée à l'ensemble de l'événement. Notons  $(E_1, \vec{P}_1)$  l'énergie - impulsion de l'hémisphère contenant le lepton, et  $(E_2, \vec{P}_2)$  les variables de l'hémisphère opposé.  $E_1$  et  $E_2$  résultent de plusieurs contributions :

- l'énergie “chargée” qui correspond à l'énergie des traces chargées auxquelles on a affecté une masse de pion,
- l'énergie “neutre” qui est l'énergie attribuée à des traces de charge nulle, ayant développé une gerbe électromagnétique ou hadronique dans les calorimètres (HPC, FEMC et HCAL). Nous rajoutons également les énergies mesurées dans le calorimètre hadronique lorsqu'elles sont en fort excès par rapport à l'impulsion des traces chargées auxquelles elles ont été attribuées initialement.

Nous avons également utilisé une méthode particulière pour assurer la conservation de l'énergie-impulsion en supposant que, comme l'on étudie des événements semi-leptoniques, il pouvait exister un vecteur manquant correspondant au neutrino.

$(E_1, \vec{P}_1)$  et  $(E_2, \vec{P}_2)$  sont ensuite corrigés d'un facteur  $\alpha$  satisfaisant :

$$\begin{cases} \alpha \times (\vec{P}_1 + \vec{P}_2) + \vec{P}_\nu = \vec{0} \\ \alpha(E_1 + E_2) + E_\nu = 2E_{beam} \end{cases}$$

où  $E_{beam}$  est l'énergie du faisceau. On en déduit :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2E_{beam}}{E_1 + E_2 + (\vec{P}_1^2 + \vec{P}_2^2 + 2\vec{P}_1 \cdot \vec{P}_2)^{1/2}} \\ \vec{P}_\nu = -\alpha(\vec{P}_1 + \vec{P}_2) \end{cases}$$

L'impulsion mesurée du hadron B,  $P_B^{mes}$ , est obtenue en soustrayant, à l'impulsion corrigée de l'hémisphère contenant le B, celle des traces non utilisées pour déterminer le vertex du B. La contribution du "neutrino" est rajoutée à celle de l'hémisphère, si l'angle entre  $\vec{P}_\nu$  et la direction D-lepton est inférieur à 400 mrad.

Une évaluation plus précise,  $P_B^{corr}$ , est ensuite obtenue à partir de la simulation en corrigeant l'impulsion reconstruite en fonction de l'impulsion vraie du B (voir figure 3.18-a).

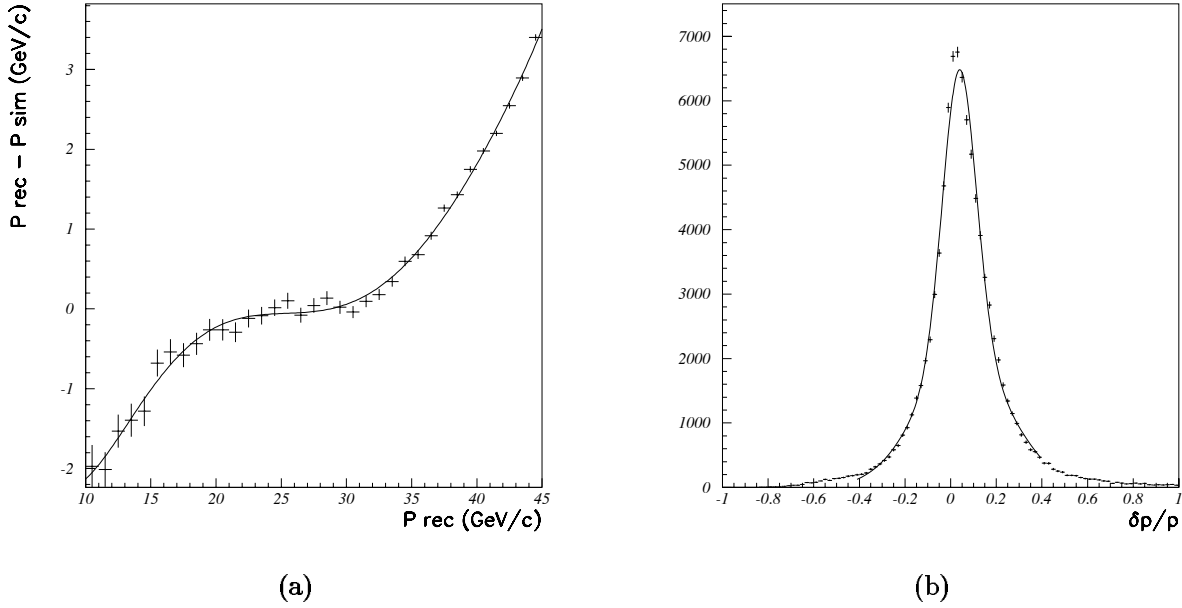


FIG. 3.18 – (a): Différence entre l'impulsion reconstruite et l'impulsion simulée en fonction de l'impulsion simulée. (b): Différence relative entre l'impulsion reconstruite et l'impulsion vraie du hadron B (simulation Monte-Carlo).

### 3.4.2.2 Performances de la mesure de l'impulsion du B

La résolution en impulsion est évaluée sur la figure 3.18-b, où nous avons ajusté avec deux Gaussiennes, la distribution correspondant à la différence relative entre l'impulsion reconstruite et l'impulsion simulée pour des événements issus de désintégrations semi-leptoniques de hadron B. La Gaussienne la plus étroite de largeur 7,3 % contient 43,7 % des événements. Sa valeur centrale est déplacée de +3,9 %.

## 3.4.3 Ajustement combiné du vol et de l'énergie

### 3.4.3.1 Principe

Dans les paragraphes précédents, nous avons développé les méthodes permettant d'obtenir des estimateurs de la distance de vol et de l'impulsion du B. Cependant, nous n'avons encore jamais exploité le fait que nous étudions des désintégrations semi-leptoniques de mésons beaux. Nous allons donc rajouter la contrainte :  $E_B^2 - P_B^2 = M_B^2$ .

De plus, la direction définie par l'axe joignant le vertex primaire au vertex secondaire du B, doit être la même que celle définie par la direction de l'impulsion  $\vec{P}_B$ .

Ceci nous conduit à réévaluer le vol et l'énergie du B. Les variables mesurées jusqu'ici sont illustrées sur la figure 3.19. Elles correspondent à la position des vertex primaire et secondaire, et aux impulsions des traces du lepton, du D et du B. Rappelons que l'impulsion du B est obtenue à partir de l'énergie totale de l'hémisphère à laquelle on a soustrait celle du système des traces non attribuées au B. Nous allons ajuster ces 15 variables de façon à satisfaire aux deux contraintes pré-citées (masse du B et direction) compte tenu des erreurs de mesure.

Les précisions de reconstruction des positions du vertex primaire et secondaire sont données par les matrices d'erreur issues des ajustements des vertex respectifs. Les erreurs sur l'impulsion et sur la direction du lepton sont fournies par le programme de reconstruction de traces général. Les incertitudes sur l'impulsion et la direction du B et du D ont été fixées à partir de la simulation :

$$\begin{aligned} \sigma(P_B)/P_B &= 0,286 - 0,0048 \times P_B & , & \sigma(P_D)/P_D = 0,1 \\ \sigma(\theta_B) &= 35 \text{ mrad} & , & \sigma(\theta_D) = 20 \text{ mrad} \\ \sigma(\varphi_B) &= 40 \text{ mrad} & , & \sigma(\varphi_D) = 20 \text{ mrad} \end{aligned} \quad (3.36)$$

#### – Contraintes en direction:

Les angles  $\theta_{12}$  et  $\varphi_{12}$  du vecteur unitaire joignant le vertex primaire au vertex secondaire, doivent être égaux aux angles  $\theta_B$  et  $\varphi_B$  de l'impulsion du B :

$$\theta_{12} = \theta_B \leftrightarrow C_1 \equiv z_2 - z_1 - \cos \theta_B \left( (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \right)^{1/2} = 0$$

$$\varphi_{12} = \varphi_B \leftrightarrow C_2 \equiv (x_2 - x_1) \sin \varphi_B - (y_2 - y_1) \cos \varphi_B = 0$$

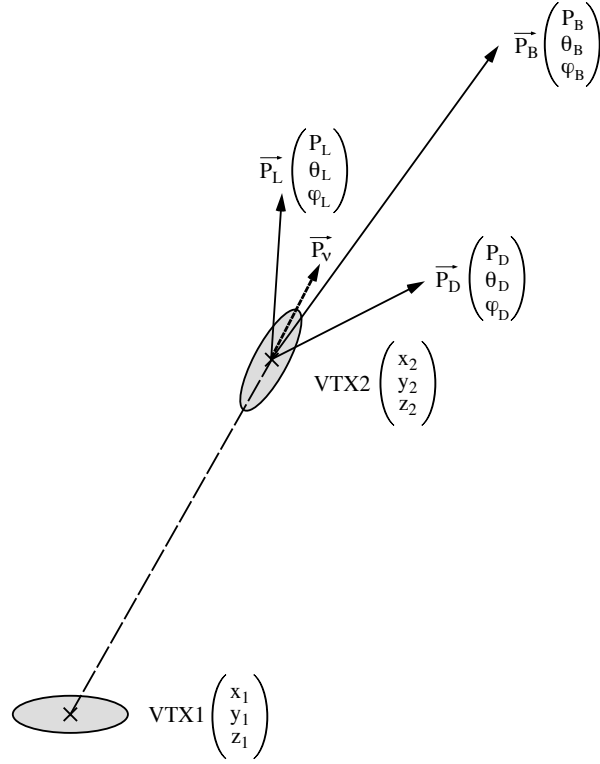


FIG. 3.19 – Variables mesurées pour des événements semi - leptoniques de B.

– **Contrainte en masse:**

L'énergie - impulsion du B doit satisfaire  $E_B^2 - |\vec{P}_B|^2 = M_B^2$ . Or,  $E_B = E_D + E_\ell + E_\nu$  et  $E_\nu = P_\nu = |\vec{P}_B - \vec{P}_D - \vec{P}_\ell|$ . Nous prenons une valeur fixe pour  $M_D = 2 \text{ GeV}/C^2$ . D'où la troisième contrainte :

$$C_3 \equiv \left\{ (P_\ell^2 + M_\ell^2)^{1/2} + (P_D^2 + M_D^2)^{1/2} + (P_B^2 + P_\ell^2 + P_D^2 - 2P_B P_\ell [\sin \theta_B \cos \varphi_B \sin \theta_\ell \cos \varphi_\ell + \sin \theta_B \sin \varphi_B \sin \theta_\ell \sin \varphi_\ell + \cos \theta_B \cos \theta_\ell] - 2P_B P_D [\sin \theta_B \cos \varphi_B \sin \theta_D \cos \varphi_D + \sin \theta_B \sin \varphi_B \sin \theta_D \sin \varphi_D + \cos \theta_B \cos \theta_D] + 2P_D P_\ell [\sin \theta_\ell \cos \varphi_\ell \sin \theta_D \cos \varphi_D + \sin \theta_\ell \sin \varphi_\ell \sin \theta_D \sin \varphi_D + \cos \theta_\ell \cos \theta_D])^{1/2} \right\}^2 - P_B^2 - M_B^2 = 0$$

Désignons par  $\vec{\eta}$ , l'ensemble des paramètres que nous cherchons à ajuster :

$$\vec{\eta}^* = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, P_\ell, \theta_\ell, \varphi_\ell, P_D, \theta_D, \varphi_D, P_B, \theta_B, \varphi_B) \quad (3.37)$$

Les valeurs initiales de  $\vec{\eta}$  sont désignées par  $\vec{\eta}_0$  et correspondent à celles déterminées à l'issue des algorithmes précédents. Nous connaissons également la matrice de covariance globale,  $cov(\vec{\eta})$  :

$$cov(\vec{\eta}) = \begin{pmatrix} cov(VTX1) & & & & 0 \\ & cov(VTX2) & & & \\ & & cov(\ell) & & \\ & & & cov(D) & \\ 0 & & & & cov(B) \end{pmatrix}$$

où  $cov(VTX1)$  et  $cov(VTX2)$  désignent les matrices d'erreur des vertex primaire et secondaire, et  $cov(\ell)$ ,  $cov(D)$  et  $cov(B)$ , les matrices d'erreur sur  $P$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  du lepton, du  $D$  et du  $B$ . Chaque matrice de covariance est donc une matrice  $3 \times 3$ .

Enfin désignons par  $\vec{C}$  et  $D_C$ , le vecteur des contraintes et la matrice des dérivées de ces contraintes (le jacobien) :

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}$$

$$D_C = \begin{pmatrix} \frac{\partial C_1}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial C_1}{\partial \eta_{15}} \\ \frac{\partial C_2}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial C_2}{\partial \eta_{15}} \\ \frac{\partial C_3}{\partial \eta_1} & \dots & \frac{\partial C_3}{\partial \eta_{15}} \end{pmatrix}$$

En utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange, il est alors possible d'en déduire les corrections  $\vec{\epsilon}$  à apporter aux paramètres initiaux [16] :

$$\vec{\epsilon} = cov(\vec{\eta}) D_C^t [D_C cov(\vec{\eta}) D_C^t]^{-1} \vec{C} \quad (3.38)$$

et donc,

$$\vec{\eta} = \vec{\eta}_0 - \vec{\epsilon} \quad (3.39)$$

Cette méthode fournit également le  $\chi^2$  de l'ajustement [16] :

$$\chi^2 = \vec{\epsilon}^t [cov(\vec{\eta})]^{-1} \vec{\epsilon} \quad (3.40)$$

Nous réitérons cette procédure tant qu'il n'y a pas convergence du  $\chi^2$  soit:

$$\chi_i^2 - \chi_{i-1}^2 \leq 10^{-3} \quad (3.41)$$

où  $\chi_i^2$  désigne la valeur obtenue à la  $i$ ème itération. L'égalité (3.39) devient dans ce cas :

$$\vec{\eta}_i - \vec{\eta}_{i-1} = \vec{\epsilon} \quad (3.42)$$

Finalement, la probabilité du  $\chi^2$  à 3 degrés de liberté (les 3 contraintes) est calculée.

### 3.4.3.2 Résultats

La méthode précédente fournit de nouvelles estimations de la distance de vol et de l'impulsion du B. S'il n'y a pas convergence du  $\chi^2$ , nous gardons les anciens estimateurs. La figure 3.20-a présente la résolution sur la distance de vol des hadrons beaux se désintégrant par voie semi-leptonique. L'ajustement de trois Gaussiennes est effectué pour les événements dont la probabilité de  $\chi^2$  est supérieure à  $10^{-4}$  soit dans 79 % des cas. l'histogramme hachuré correspond aux événements avec  $P(\chi^2) < 10^{-4}$ .

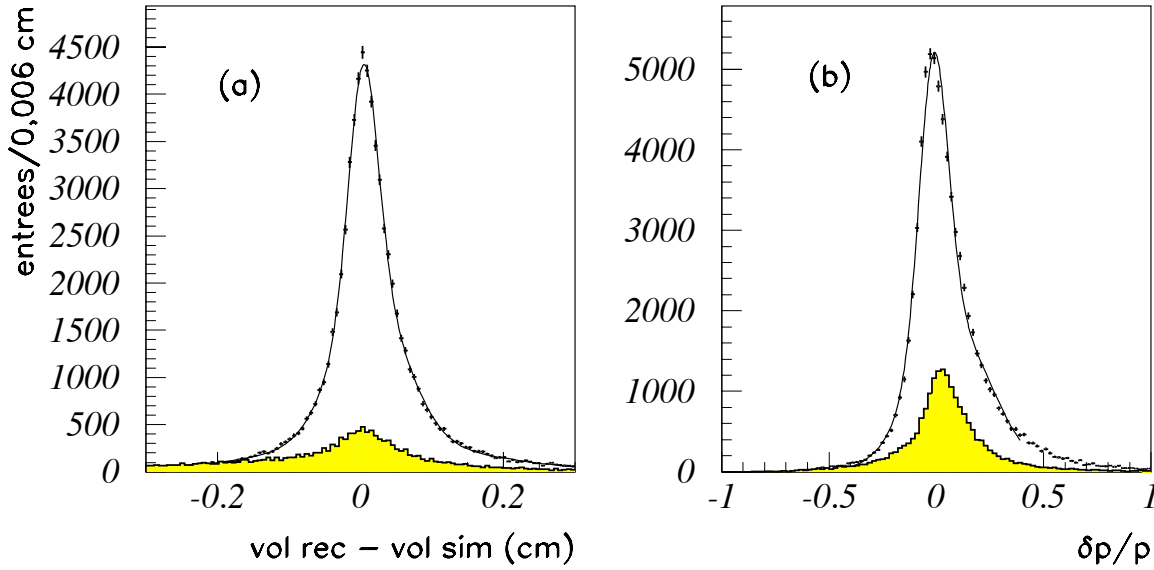


FIG. 3.20 – Résolution sur la distance de vol (à gauche) et l'impulsion (à droite) des hadrons beaux lorsque  $P(\chi^2) > 10^{-4}$ . L'histogramme hachuré correspond à  $P(\chi^2) < 10^{-4}$ .

28,4 % des événements avec  $P(\chi^2) > 10^{-4}$  ont une résolution de  $203 \mu m$ , 42,2 % une largeur de  $495 \mu m$ . La dernière Gaussienne a une largeur de  $1,5 \text{ mm}$ . La résolution est donc passée de  $215 \mu m$  (voir 3.4.1.3) à  $203 \mu m$ , pour une fraction d'événements supérieure.

La résolution relative sur l'impulsion est illustrée sur la figure 3.20-b avec les mêmes conventions que ci-dessus. 40,0 % des événements avec  $P(\chi^2) > 10^{-4}$ , ont une précision relative  $\frac{\sigma_P}{P} = 6,7\%$ . La valeur centrale est alors centrée contrairement aux performances avant fit-contraint (cf. §3.4.2.2).

## 3.5 Résolutions temporelles

Dans la section précédente, nous avons présenté des algorithmes permettant de mesurer la distance de vol et l'impulsion des mésons beaux se désintégrant par voie semi-leptonique. Nous sommes donc en mesure à présent, d'estimer le temps propre de désintégration via la relation 3.34. Au chapitre 4, nous montrerons qu'il est plus approprié de raisonner directement sur le temps et non pas sur le vol et l'énergie.

Cette section est consacrée à la détermination de la fonction de résolution temporelle qui est la distribution de probabilité de mesurer un temps de désintégration ( $t_m$ ) pour un temps propre exact fixé ( $t_s$ ). Pour l'étude des oscillations des mésons  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ , une résolution précise n'est pas nécessaire. Par contre, il en est tout autrement pour les oscillations  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ . En effet, l'atténuation de l'amplitude d'oscillation due à la résolution temporelle varie comme :  $e^{-(\Delta m \times \sigma_t)^2/2}$ . Ce résultat résulte de la convolution entre les probabilités d'oscillation et une résolution temporelle Gaussienne de largeur  $\sigma_t$ . Supposons que la résolution temporelle soit de 10 %, c'est-à-dire environ 0,15 ps. Si l'on considère que nous sommes capables d'effectuer une mesure tant que l'amplitude est supérieure à 20 % de sa valeur initiale, le  $\Delta m_s$  maximum que l'on pourra atteindre est de  $12 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  (ce qui n'est déjà pas si mal!).

On comprend donc l'importance du contrôle de la résolution temporelle si possible, à partir des données, dans l'analyse des oscillations  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ . Ceci fait l'objet du prochain paragraphe.

Nous nous attacherons ensuite à décrire la paramétrisation des fonctions de résolution temporelle.

### 3.5.1 Accord données - simulation

La résolution temporelle résulte d'une convolution entre la résolution sur la distance de vol et la résolution sur l'impulsion. L'accord entre les données et la simulation Monte-Carlo doit donc être vérifié pour ces deux variables.

#### 3.5.1.1 Contrôle de la distance de vol

Dans DELPHI, un ajustement systématique des performances de la simulation à celles du détecteur réel est réalisé à plusieurs niveaux:

- au moment de la production des DST de simulation un premier ajustement est réalisé sur les probabilités d'associer des informations enregistrées dans le VD aux traces chargées et sur les matrices d'erreur des paramètres cinématiques de ces traces (DSTFIX),

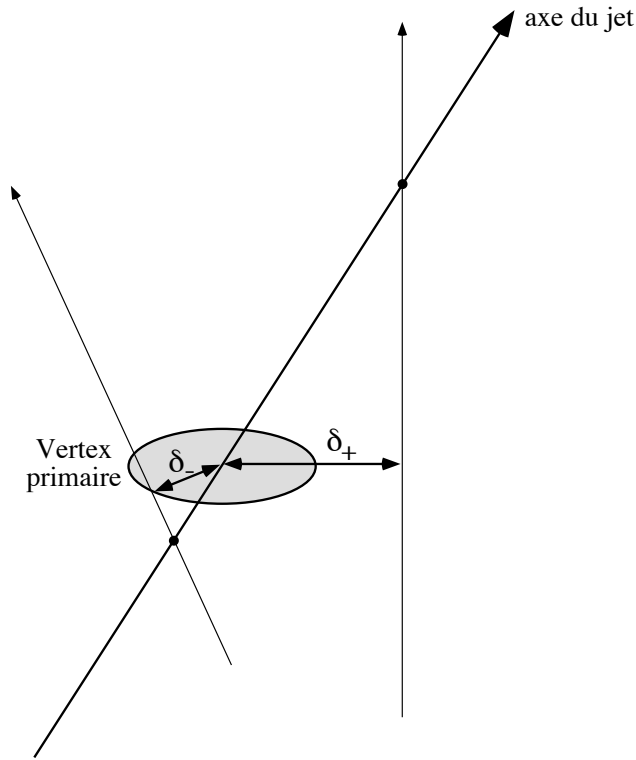


FIG. 3.21 – Définition du paramètre d’impact signé par rapport au vertex primaire.

- au moment des analyses de physique par l’utilisation du logiciel dit de “B-tagging” [17] qui s’assure que les distributions des paramètres d’impact ( $\delta_-$ ) des traces chargées par rapport au vertex primaire de l’interaction, provenant des erreurs de mesure ou d’association entre les traces reconstruites dans le détecteur central et le VD, sont similaires entre les données et la simulation.

Cependant ce dernier logiciel ne permet pas d’évaluer une incertitude sur ces ajustements aussi avons nous développé notre propre étude qui a été appliquée à l’analyse des données de la période 1991-1993. Pour celles enregistrées en 1994, les résultats du logiciel “B-tagging” ont été utilisés et nous avons considéré que l’incertitude liée à cette procédure était similaire à celle obtenue dans la période précédente.

Dans la suite nous étudions donc les différences résiduelles entre les données et la simulation après le passage de DSTFIX. Nous distinguons les traces associées à des informations dans 1, 2 ou 3 couches du détecteur de vertex car elles ont des précisions de reconstruction différentes et, surtout, des probabilités différentes de contenir des traces mal associées aux informations du VD. Pour la trace du candidat lepton les proportions dans ces trois catégories sont reportées dans la Table 3.3 (1993)

A partir de la simulation il a été mesuré que la précision sur le paramètre d’impact d’une trace associée dans deux couches du VD était 1,3 fois plus grande que pour une trace associée dans 3 couches. Entre 1 et 3 couches associées ce facteur vaut 2,0. Il est donc possible de changer, dans la simulation, les traces de catégorie en modifiant leur matrice d’erreur et en ajoutant un déplacement aléatoire à leur paramètre d’impact. Pour

|            | 3 couches            | 2 couches            | 1 couche            |
|------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| données    | $(67,61 \pm 0,35)\%$ | $(24,80 \pm 0,22)\%$ | $(7,59 \pm 0,12)\%$ |
| simulation | $(68,99 \pm 0,35)\%$ | $(23,62 \pm 0,20)\%$ | $(7,39 \pm 0,11)\%$ |

TAB. 3.3 – *Pourcentages des cas où la trace du lepton est associée à 3, 2 ou 1 couche dans le VD, dans les données et dans la simulation (1993).*

évaluer l’incertitude résiduelle liée à cette procédure nous avons considéré que la fraction de traces à 3 couches pouvait être contrôlée avec une erreur absolue de 1%.

La deuxième étape consiste à vérifier, pour chaque catégorie, si la distribution du paramètre d’impact des traces, par rapport au vertex primaire, divisé par son incertitude,  $\frac{\delta}{\sigma(\delta)}$ , est une Gaussienne de variance unité. Les distributions obtenues avec des données simulées et réelles ont été comparées (voir figure 3.22). Afin de minimiser l’effet de la taille de la zone d’interaction des faisceaux, seules les traces ayant un angle azimutal de  $\pm 30^\circ$  par rapport au plan horizontal ont été retenues. Dans cette comparaison, toutes les traces issues d’événements  $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$  ont été utilisées et l’on peut penser que les événements issus de charme ou de beauté vont contribuer à un élargissement naturel de ces distributions. Ceci a été évalué à partir de la simulation : la variance de la distribution augmente de 3,4% lorsque les événements issus de saveurs lourdes sont inclus. Les résultats sont donnés dans la Table 3.4. Dans les données réelles et la simulation nous avons vérifié que pour des traces d’impulsion voisine, dans une même catégorie, les erreurs évaluées sur le paramètre d’impact étaient similaires. La dégradation observée entre les données et la simulation provient d’une plus grande dispersion sur le paramètre d’impact reconstruit. Nous avons donc augmenté les erreurs de mesure, dans les données réelles et la simulation, de façon à avoir des lois normales pour les données et ajouté un déplacement aléatoire au paramètre d’impact calculé, dans la simulation.

|                       | 3 couches         | 2 couches         | 1 couche        |
|-----------------------|-------------------|-------------------|-----------------|
| données               | $1.094 \pm 0.006$ | $1.173 \pm 0.013$ | $1.40 \pm 0.06$ |
| simulation            | $1.052 \pm 0.005$ | $1.077 \pm 0.009$ | $1.45 \pm 0.04$ |
| facteur d’échelle     | 1,06              | 1,14              | 1,0             |
| Étalement additionnel | 0,30 $\sigma$     | 0,46 $\sigma$     | 0               |

TAB. 3.4 – *Variance de la distribution du paramètre d’impact divisé par son erreur pour des traces associées à 3, 2 ou 1 couche dans le VD, dans les données et dans la simulation (1993).*

La troisième étape consiste à vérifier si les fractions de traces “bien mesurées”, c’est à dire celles contenues dans les Gaussiennes précédentes, sont similaires dans les données et dans la simulation. Les distributions de la figure 3.22 indiquent qu’il y a une plus grande proportion de traces bien mesurées dans la simulation. La figure 3.23-a montre les

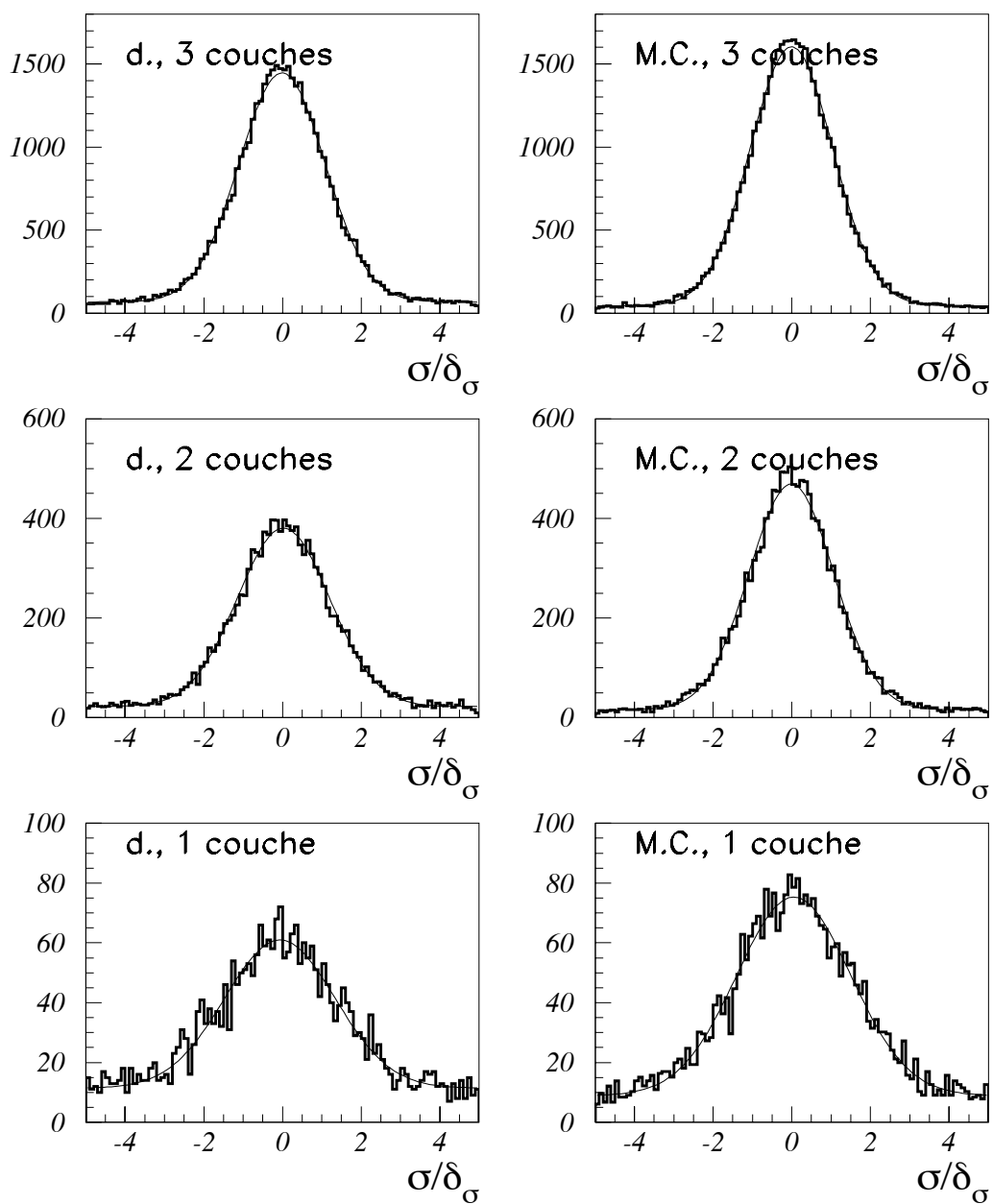


FIG. 3.22 – Distributions du paramètre d'impact divisé par son erreur dans les données et la simulation. Les distributions, pour les données et la simulation, correspondant au même nombre de couches associées sont normalisées au même nombre d'entrées.

différences entre les données et la simulation pour les événements mesurés dans les trois couches du VD. L'échelle choisie permet de voir les queues de la distribution et met en évidence un désaccord : la simulation est plus étroite que les données. Nous avons donc dégradé le pic central en ajoutant un déplacement aléatoire distribué suivant une loi de Breit-Wigner. Le résultat est illustré sur la figure 3.23-b.

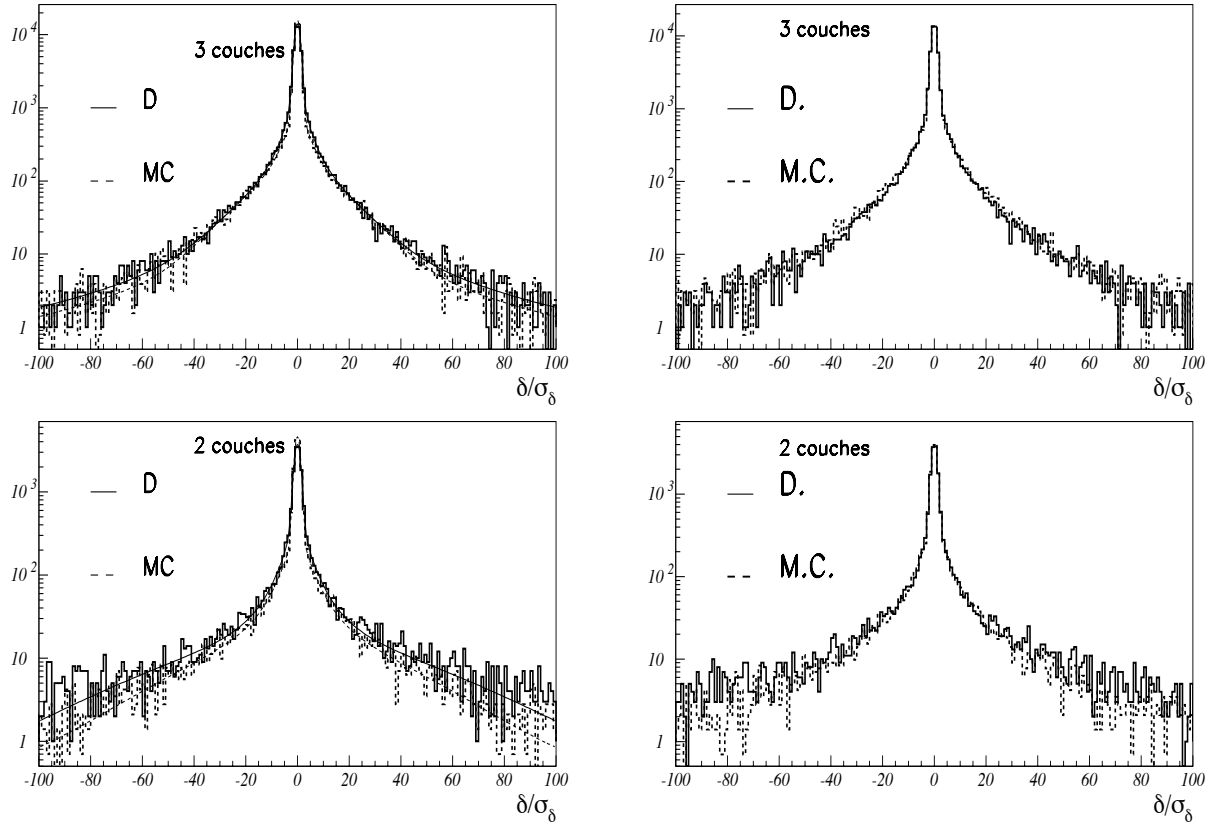


FIG. 3.23 – *Comparaison de la distribution du paramètre d'impact divisé par son erreur dans les données et la simulation. Les figures de droite représentent les mêmes distributions après le déplacement aléatoire supplémentaire de la simulation.*

Une autre procédure utilisant des déplacements aléatoires répartis suivant une loi Gaussienne a également été étudiée. Ces déplacements aléatoires concernent 6% des traces associées à 3 couches, 12% des traces à 2 couches et 7% des traces à 1 couche.

### 3.5.1.2 Contrôle de la mesure de l'impulsion

Nous avons comparé les distributions de l'impulsion des hadrons beaux dans les données et la simulation. Au préalable, nous nous sommes assurés que la fonction de

fragmentation du quark  $b$  dans la simulation était en accord avec celle mesurée dans les données. A cette fin, nous avons pondéré la simulation en utilisant un paramètre effectif  $\epsilon_b = 0,01505$  de la fonction de Peterson permettant de reproduire la valeur mesurée de l'énergie moyenne emportée par un  $B$  :  $\langle X_E \rangle = 0,71 \pm 0,01$  [18]. Bien entendu, l'énergie du faisceau dans la simulation a préalablement été repondérée de façon à être égale à celle des données. Le désaccord subsistant, attribuable aux différences de reconstruction est alors illustré sur la figure 3.24. Un bon accord est observé sur l'impulsion des traces chargées et neutres attribuées au vertex du  $B$ . Cependant, il subsiste des différences sur l'estimation de l'impulsion du  $B$ . Rappelons que cette dernière est obtenue par soustraction à l'énergie totale de l'hémisphère. Le désaccord observé est alors de  $0,64 \pm 0,04 \text{ GeV}/c$ , l'erreur étant liée à la statistique des données et de la simulation. Une erreur supplémentaire de  $\pm 0,12 \text{ GeV}/c$  provient de l'incertitude sur la mesure de  $\langle X_E \rangle$ . Enfin, nous avons également testé l'incertitude imputable à la forme de la fonction de fragmentation supposée jusqu'à présent être identique dans les données et la simulation (une "Peterson"). Une nouvelle pondération du Monte-Carlo a donc été testée et conduit à une différence de  $\pm 0,06 \text{ GeV}/c$ . Au total, la correction à apporter à la simulation est donc de :

$$\delta P = 0,6 \pm 0,2 \text{ GeV}/c \quad (3.43)$$

### 3.5.2 Paramétrisation des fonctions de résolution temporelle

La résolution temporelle résulte de la convolution de la résolution sur la distance de vol et sur l'impulsion pour un temps de désintégration donné du hadron  $B$ . Une telle approche est cependant trop complexe et trop coûteuse en temps de calcul pour que l'on puisse l'utiliser pour chaque événement, car elle fait intervenir des intégrales numériques à 2 et 3 dimensions. Par conséquent, nous avons décidé de paramétrer directement la résolution temporelle.

Les coefficients utilisés vont dépendre du temps réel de désintégration pour deux raisons : d'une part, dans environ 10 % des événements, le vertex reconstruit est confondu avec le vertex primaire. Cet effet n'a aucune conséquence visible lorsque le vol du  $B$  est faible, les deux vertex étant quasiment confondus, mais doit être pris en compte pour des vols supérieurs à la précision de mesure.

D'autre part, compte tenu de la relation 3.34 qui relie le temps à l'impulsion et au vol, l'erreur que l'on peut obtenir sur la mesure du temps s'exprime par la relation :

$$\frac{\sigma(t_B)}{\tau_B} = \frac{\sigma(d_B)}{\langle d_B \rangle} \oplus \frac{t_B}{\tau_B} \cdot \frac{\sigma(P_B)}{P_B} \quad (3.44)$$

où nous avons traité l'impulsion et le vol comme deux variables indépendantes, le symbole  $\oplus$  désignant la somme quadratique. Ainsi, plus le temps augmente, plus la résolution temporelle est dominée par la résolution sur l'impulsion, et plus elle se dégrade.

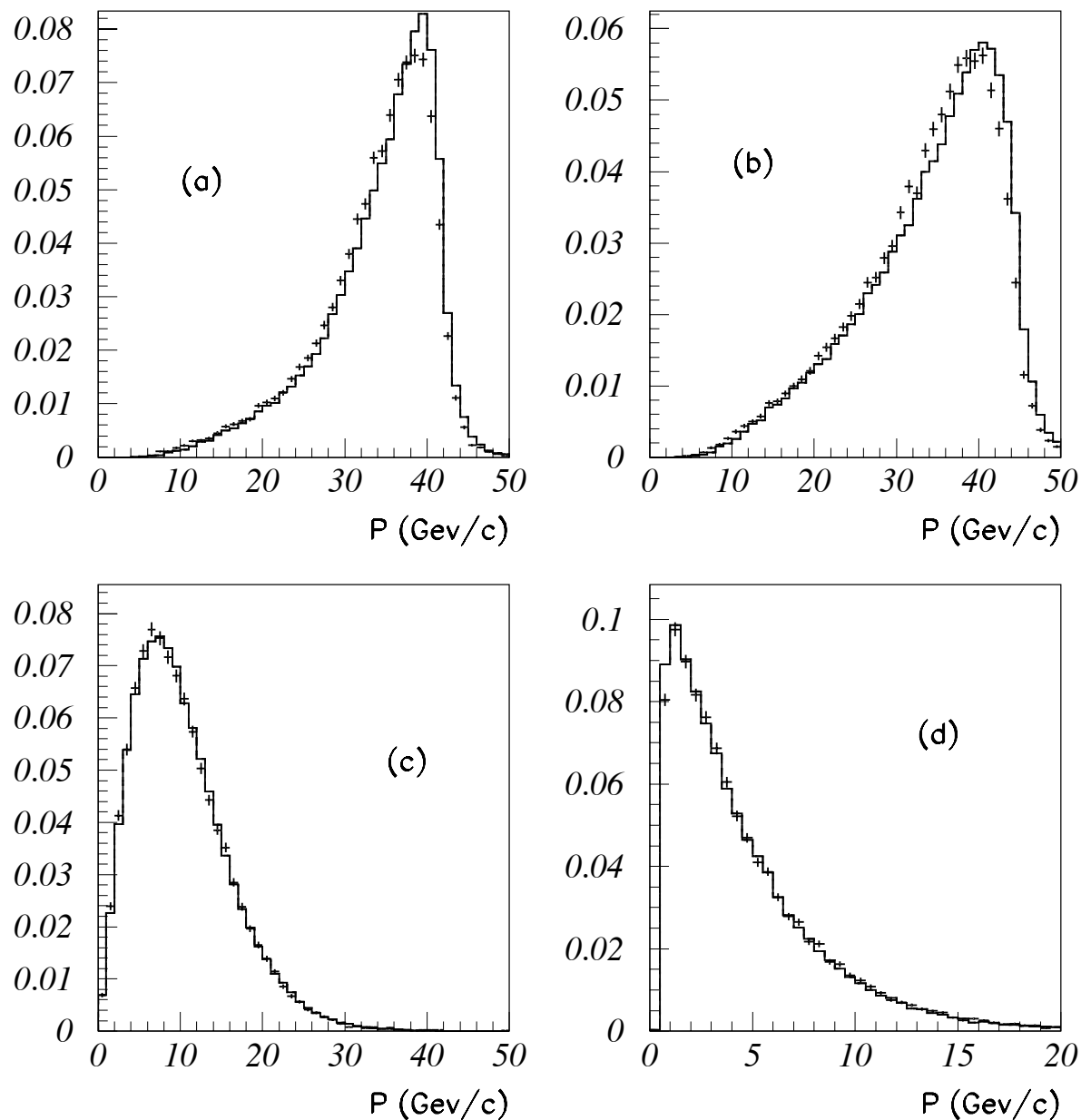


FIG. 3.24 – Comparaison entre l'impulsion mesurée dans les données et dans la simulation (histogramme). En (a): impulsion après l'ajustement combiné vol-énergie. En (b): impulsion avant l'ajustement combiné. En (c): impulsion des traces chargées attribuées au vertex du B. En (d): impulsion des traces neutres attribuées au vertex du B.

Nous avons déterminé pour chaque catégorie de lepton, les fonctions de résolution temporelles. En ce qui concerne les catégories,  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $h \rightarrow \ell$ , nous paramétrons directement les distributions du temps mesuré dans la simulation puisque nous ne sommes pas intéressés par la mesure du temps de vie réel de ces deux composantes.

Par contre, il sera nécessaire de distinguer les résolutions temporelles  $b \rightarrow \ell$  et  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ . En effet, la topologie d'un événement correspondant à une cascade semi-leptonique est nettement plus défavorable à notre algorithme de reconstruction (voir figure 3.25) et la paramétrisation de l'énergie a été optimisée pour les désintégrations semi-leptoniques directes.

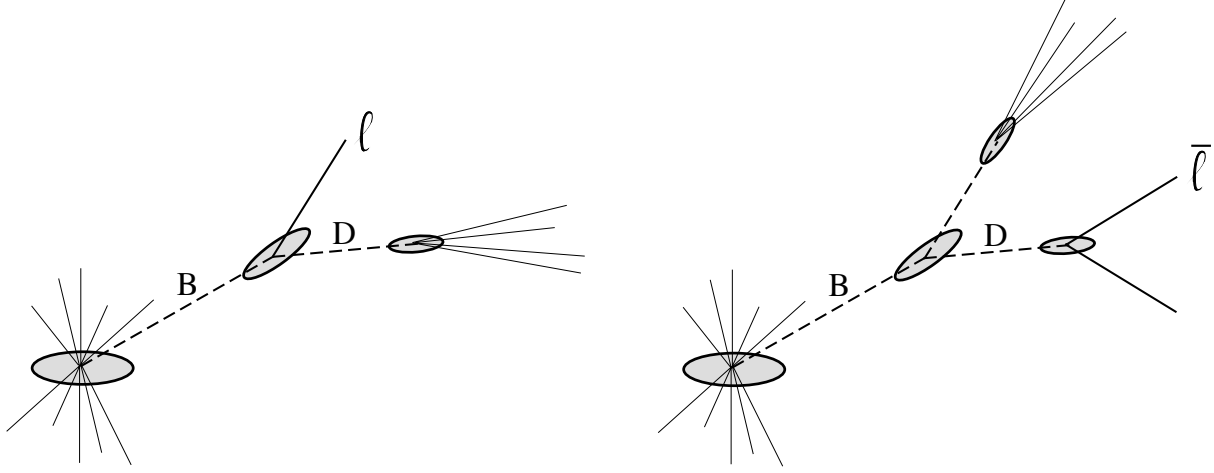


FIG. 3.25 – Différence de topologie entre un événement  $b \rightarrow \ell$  (à gauche) et un événement de cascade  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  (à droite).

### 3.5.2.1 Paramétrisation des désintégrations directes $b \rightarrow \ell$

Nous allons détailler dans ce paragraphe, la méthode utilisée pour paramétrer les résolutions temporelles. Cette méthode sera également utilisée pour les catégories  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ , ainsi que pour les autres canaux étudiés dans cette thèse. Les distinctions propres à chaque canal seront abordées dans leur chapitre respectif (voir par exemple, le cas des  $D^*$  inclusifs au §5.4).

Nous utilisons la simulation Monte-Carlo “corrigée” afin de reproduire au mieux les données (voir §3.5.1). La fonction de résolution temporelle choisie, doit être à même de décrire, et ce, pour un temps simulé quelconque :

- le pic étroit correspondant aux résolutions très précises (voir la figure 3.26 où est représentée la différence entre le temps mesuré et le temps simulé pour l'ensemble des événements retenus),
- les queues non-Gaussiennes dues aux événements mal mesurés,
- la dissymétrie entre les événements à  $\delta t = t_m - t_s > 0$  et  $\delta t < 0$  (voir figure 3.26)  $t_m$  et  $t_s$  désignant le temps mesuré et le temps simulé. Cette dissymétrie est plus

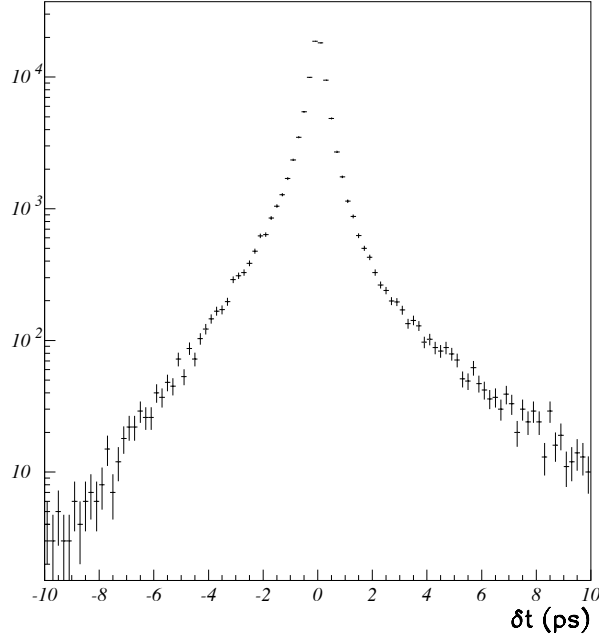


FIG. 3.26 – Différence entre le temps mesuré et le temps “vrai” du B (simulation).

prononcée dans le cas des  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  puisque on aura tendance à reconstruire un temps supérieur au temps propre du B.

- la contribution des événements pour lesquels on a reconstruit le vertex primaire à la place du vertex secondaire.

La fonction choisie est la suivante :

- deux Gaussiennes décrivant le pic central, l’une pour les  $\delta t > 0$  et l’autre pour  $\delta t < 0$ , notées respectivement  $g^+$  et  $g^-$ .
- deux Breit-Wigner, plus à même de décrire les queues.  $b_w^+$  pour les queues à droite et  $b_w^-$  pour les queues à gauche.
- enfin, une Breit-Wigner notée  $b_w^1$  décrivant les événements dans lesquels le vertex reconstruit correspond au vertex primaire.

Seuls les temps mesurés entre  $t_{min} = -3$  ps et  $t_{max} = 12$  ps sont considérés afin de rejeter les événements correspondant à des mesures non-physiques. La fonction de résolution, normalisée entre -3 et 12 ps s’écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}(t_m - t_s, t_s) = & (1 - f^1) \{ [(1 - f^+)g^+(t_m - t_s, t_s) + f^+b_w^+(t_m - t_s, t_s)](1 - f^0) \\ & + [(1 - f^-)g^-(t_m - t_s, t_s) + f^-b_w^-(t_m - t_s, t_s)](f^0) \} \\ & + f^1b_w^1(t_m - t_s, t_s) \end{aligned} \quad (3.45)$$

où  $f^1$  désigne la proportion attribuée à  $b_w^1$  (par rapport au total) et,  $f^+$  et  $f^-$  les proportions de  $b_w^+$  et  $b_w^-$ . Les fonctions  $g^+$ ,  $b_w^+$  et  $b_w^1$  s'écrivent :

$$g^+(t_m - t_s, t_s) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_+} e^{-\left(\frac{t_m - t_s - \mu}{\sqrt{2}\sigma_+}\right)^2} \cdot H(t_m - t_s - \mu)}{\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_+} e^{-\left(\frac{-t_m - t_s - \mu}{\sqrt{2}\sigma_+}\right)^2} \cdot H(t_m - t_s - \mu)} \quad (3.46)$$

$$b_w^+(t_m - t_s, t_s) = \frac{\frac{1}{(\Gamma_+)^2 + (t_m - t_s - \mu)^2} \cdot H(t_m - t_s - \mu)}{\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_m \frac{1}{(\Gamma_+)^2 + (t_m - t_s - \mu)^2} \cdot H(t_m - t_s - \mu)} \quad (3.47)$$

$$b_w^1(t_m - t_s, t_s) = \frac{\frac{1}{(\Gamma_1)^2 + (t_m - t_s - \mu_1)^2}}{\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_m \frac{1}{(\Gamma_1)^2 + (t_m - t_s - \mu_1)^2}} \quad (3.48)$$

$H$  désignant la fonction de Heaviside ( $H(x) = 1$  si  $x > 0$ ,  $H(x) = 0$  si  $x < 0$ ). Une expression identique est utilisée pour  $g^-$  et  $b_w^-$  en changeant les indices (+) en indices (-) et  $H(x)$  en  $1 - H(x)$ . Le facteur  $f^0$  est calculé de façon à satisfaire à la continuité des expressions pour  $t_m - t_s - \mu = 0$ . Les paramètres à ajuster en fonction de  $t_s$  sont  $\sigma_+$ ,  $\sigma_-$ ,  $\Gamma_+$ ,  $\Gamma_-$ ,  $\mu$ ,  $\Gamma_1$  et  $\mu_1$ . Les paramètres  $f^1$ ,  $f^+$  et  $f^-$  sont considérés comme étant constants au cours du temps. La figure 3.27 présente un exemple typique de la fonction  $\mathcal{R}(t_m - t_s, t_s)$ .

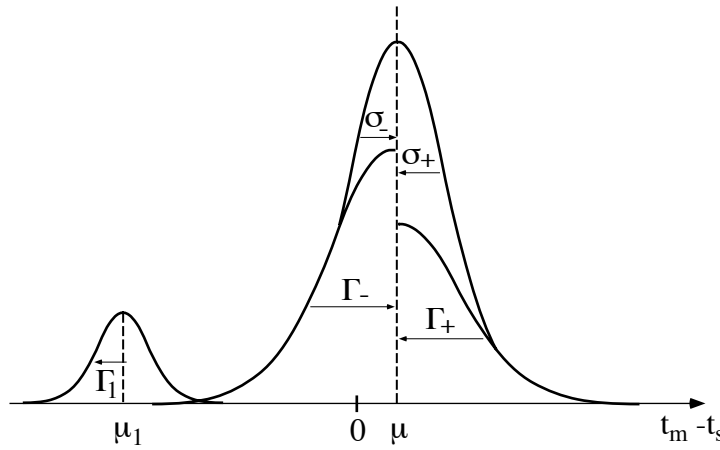


FIG. 3.27 – Profil typique des fonctions de résolution adoptées.

Deux approches sont alors possibles pour évaluer ces paramètres : la première consiste à les déterminer en ajustant des histogrammes qui correspondent à différents intervalles de temps simulé.

Cette approche, utilisée initialement, n'est cependant pas souhaitable : en effet, les intervalles choisis doivent être tels que les nombres d'événements dans chaque histogramme soient sensiblement identiques (ces intervalles ne sont donc pas de même taille). D'autre part, le nombre d'événements doit être suffisamment élevé pour que l'ajustement soit raisonnable. Ces deux conditions s'accommodent difficilement d'un ajustement précis pour les temps simulés faibles (où la statistique est importante), et les temps simulés élevés (peu de statistique). De plus, si l'on veut tenir compte des queues positives et négatives qui sont étendues, il est nécessaire de choisir des histogrammes de dimensions suffisamment larges. Or, ce choix est incompatible avec une description fine correspondant à une résolution précise.

Par conséquent, il nous a semblé plus approprié d'ajuster les paramètres grâce à la méthode du maximum de vraisemblance "non-binnée". Cette seconde approche suppose connue la dépendance fonctionnelle des paramètres avec  $t_s$ . Nous avons utilisé des paramétrisations polynomiales en  $e^{-t_s/\tau}$  ( $\tau = 1,6$  ps). Pour  $t_s$  proche de zéro, cette paramétrisation est équivalente à un polynôme en  $t_s$ . Par contre, lorsque  $t_s$  devient grand (ce qui est le cas lorsque nous aurons à normaliser les fonctions au chapitre suivant), une paramétrisation polynomiale en  $t_s$  conduit souvent à des valeurs non physiques. Ce n'est pas le cas avec  $e^{-t_s/\tau}$  où seul le terme constant domine (ainsi, si  $\sigma^+ = a_0 + a_1 e^{-t_s/\tau}$ , alors  $\sigma^+ \xrightarrow{t_s \rightarrow \infty} a_0$  alors que pour  $\sigma^+ = a_0 + a_1 t_s$ ,  $\sigma^+ \xrightarrow{t_s \rightarrow \infty} a_1 t_s$  qui peut devenir démesurément grand).

Nous avons tracé sur la figure 3.28, la paramétrisation de la résolution temporelle obtenue pour un temps vrai du B quelconque.

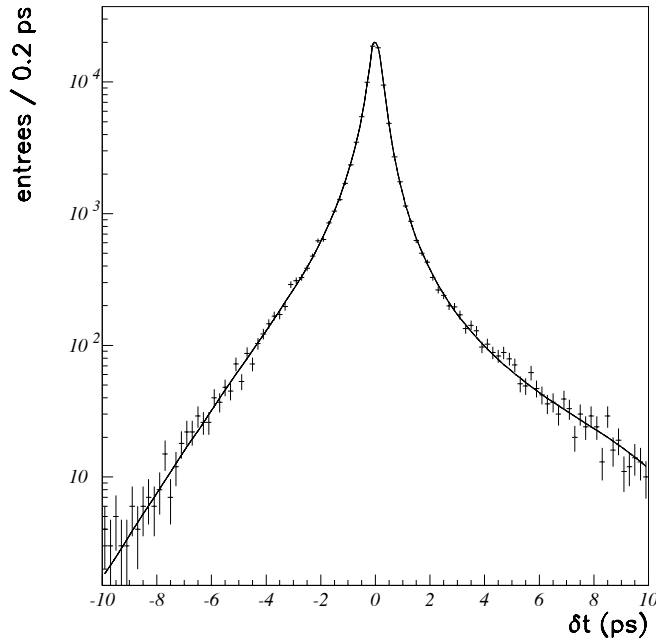


FIG. 3.28 – Comparaison entre les données simulées et la fonction de résolution (catégorie  $b \rightarrow \ell$ ) sans distinction de temps simulé.

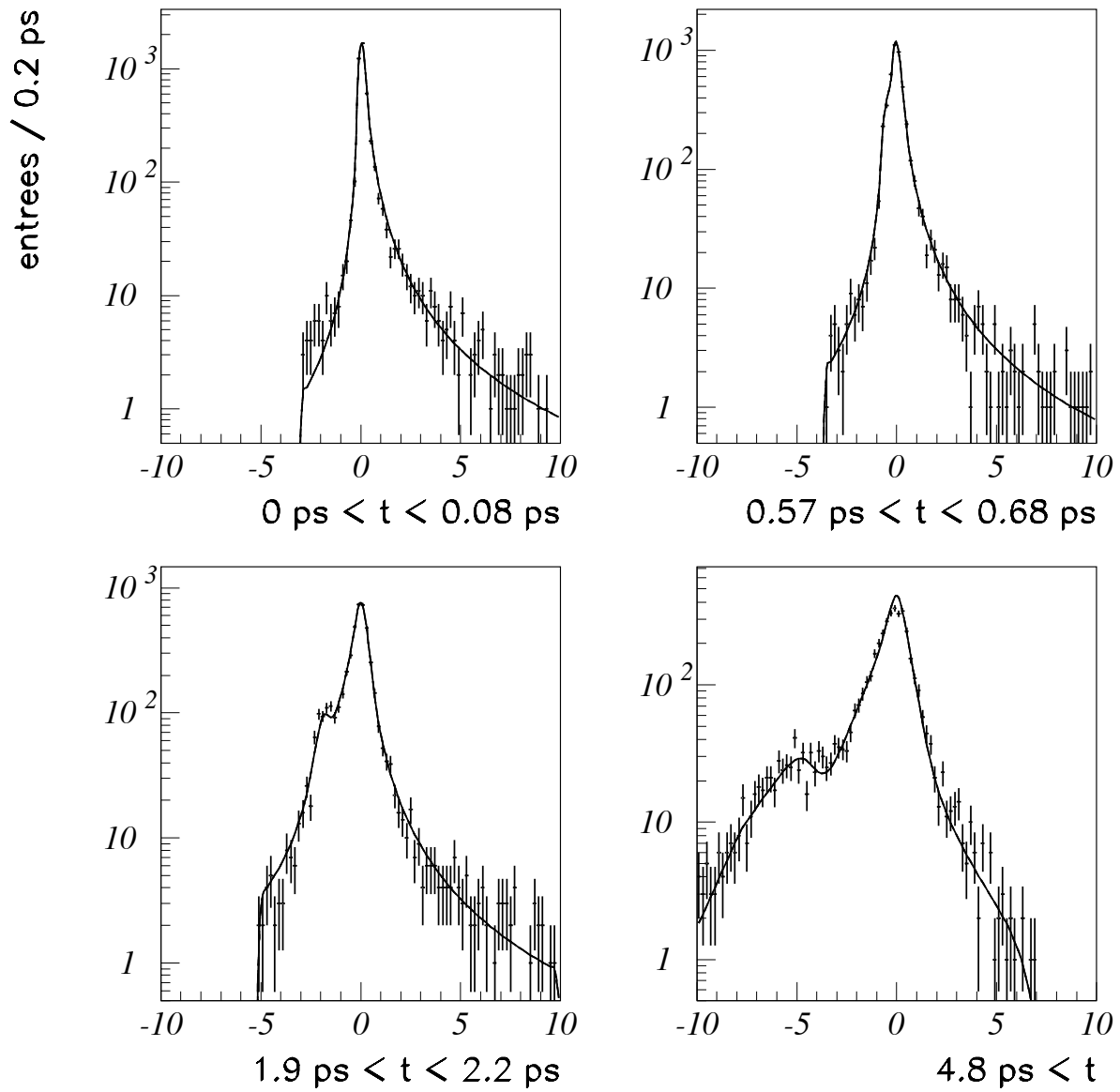


FIG. 3.29 – Résolution temporelle de la catégorie  $b \rightarrow \ell$  pour différents intervalles de temps simulé.

La paramétrisation apparaît en très bon accord avec les données simulées. On observe sur la figure 3.29, que cette même paramétrisation décrit correctement des intervalles différents de temps simulé. On distingue clairement une dégradation de la résolution temporelle en fonction du temps de désintégration vrai du B. La fraction d'événements correspondant à la reconstruction du vertex primaire à la place du secondaire est nettement visible pour des temps importants. Sa contribution a été ajustée à 9,6 %.

L'ensemble du travail précédent a été effectué avec les données simulées correspondant à la configuration du détecteur en 1994, c'est-à-dire avec des couches de silicium permettant la mesure de la coordonnée Z (voir le chapitre 2). Il est également nécessaire de déterminer les résolutions temporelles pour les données prises entre 1991 et 1993. La figure 3.30, montre la résolution pour la catégorie  $b \rightarrow \ell$  en 93 comparée aux données simulées. Nous y avons également superposé la résolution obtenu en 94 qui s'avère plus précise.

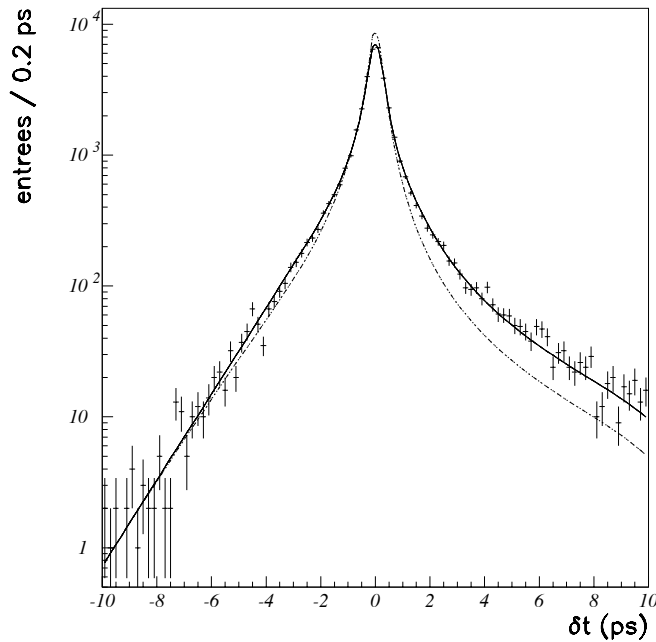


FIG. 3.30 – *Fonction de résolution temporelle de la catégorie  $b \rightarrow \ell$  pour les données simulées correspondant au détecteur entre 91 et 93. La courbe équivalente en 94 est également représentée en pointillé.*

### 3.5.2.2 paramétrisation pour les désintégrations en cascade : $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$

L'ensemble de la procédure précédente est appliqué aux événements de cascade semi-leptonique. La résolution obtenue est illustrée sur la figure 3.31 pour différents intervalles de temps. La résolution  $b \rightarrow \ell$  y est superposée. On distingue nettement la différence liée essentiellement à une augmentation de la queue droite de la distribution due à la topologie particulière de ces événements.

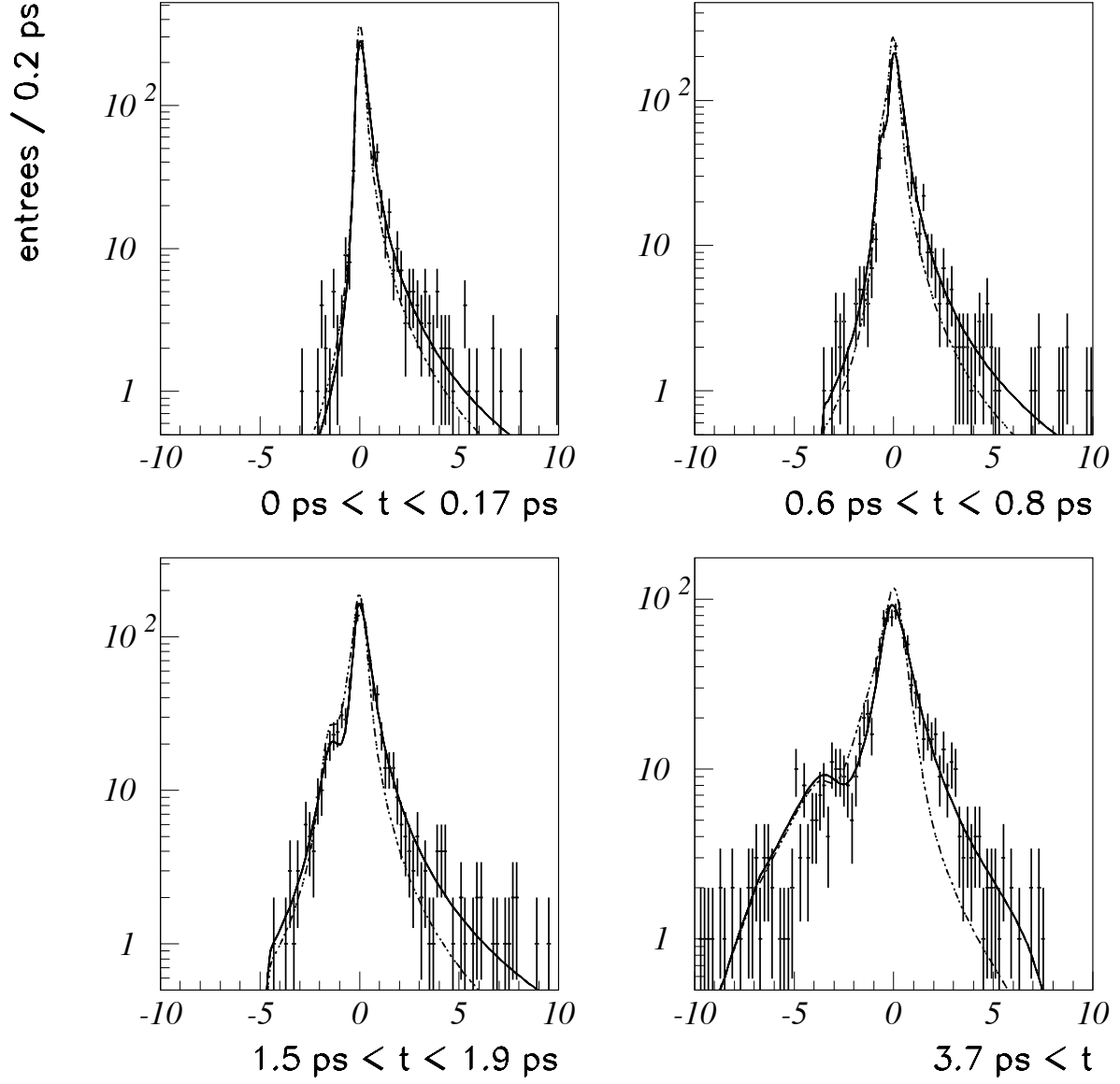


FIG. 3.31 – Résolution temporelle de la catégorie  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  pour différents intervalles de temps simulé (détecteur 94). Les courbes en pointillé représentent les fonctions équivalentes pour les leptons directs de  $B$ .

### 3.5.2.3 paramétrisations du charme et du fond

Les événements de charme et de fond ne contenant aucune information en  $\Delta m_d$ ,  $\Delta m_s$  ou  $\tau_b$ , nous ajustons directement les distributions des temps reconstruits (entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$ ) obtenues dans la simulation. La figure 3.32 présente la qualité de ces ajustements effectués à l'aide de combinaison linéaire de Gaussiennes et de Breit-Wigner.

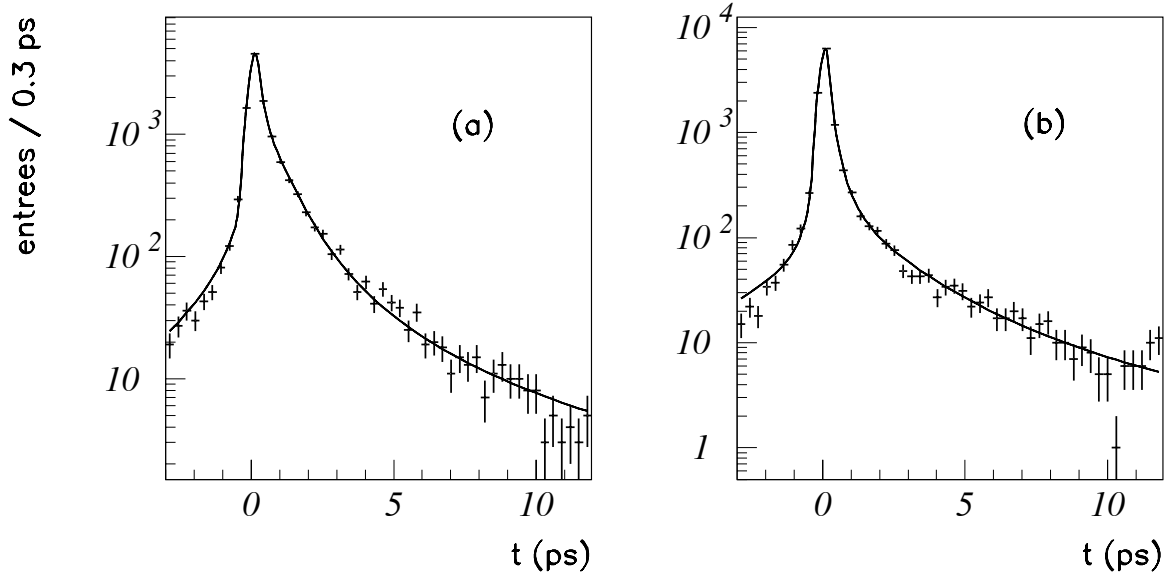


FIG. 3.32 – Distribution du temps mesuré dans la simulation pour les événements  $c \rightarrow \bar{\ell}$  (a) et  $h \rightarrow \ell$  (b). L'ajustement est réalisé à l'aide de combinaison linéaire de distributions Gaussiennes et Breit-Wigner.

### 3.5.3 Paramétrisation de la fonction d'acceptance

Nous allons à présent, tenir compte des biais éventuels introduits par l'algorithme de reconstruction du vertex du B pour les échantillons semi-leptoniques sélectionnés. La méthode consiste à comparer les distributions du temps vrai du méson beau avant et après reconstruction. La durée de vie des hadrons B dans la simulation Monte-Carlo est de  $\tau = 1,6 \text{ ps}$ . Avant reconstruction, la distribution du temps vrai suit donc une loi en  $e^{-t/\tau}$ . Nous allons étudier la distribution de la variable  $u = e^{-t/\tau}$  qui doit être plate et a donc l'avantage de correspondre à une statistique constante dans chaque bin pris de largeur constante dans l'intervalle  $[0,1]$ .

La figure 3.33 montre la distribution de  $u = e^{-t/1,6}$ . Cette distribution est bien compatible avec l'ajustement d'une constante ce qui montre l'absence de biais de l'algorithme.

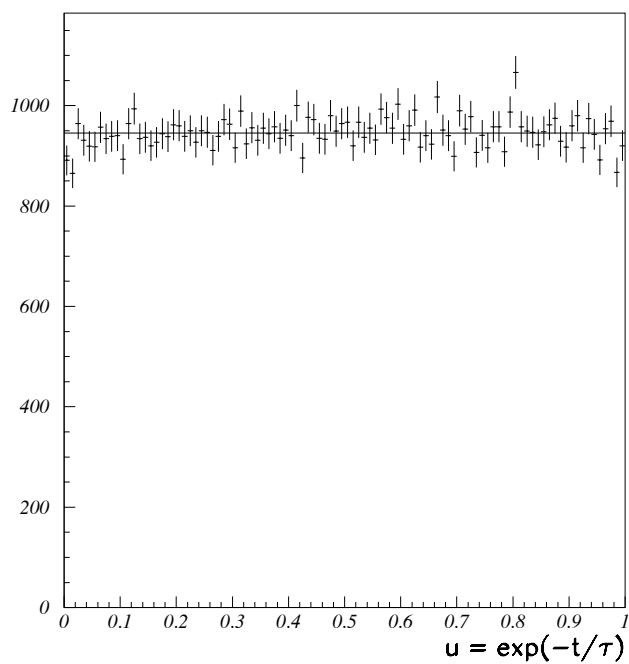


FIG. 3.33 – *Distribution de la variable  $u = e^{-t/\tau}$  donnant l'acceptance temporelle de l'algorithme utilisé.*

# Bibliographie

- [1] H. Albrecht et al., (ARGUS Coll.), *Phys. Lett. B* **192** (1987) 245.
- [2] M. Artuso et al., (CLEO Coll.), *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 183.
- [3] C. Albajar et al., (UA1 Coll.), *Phys. Lett. B* **186** (1987) 247.
- [4] Review of Particle Properties (PDG), *Phys. Rev. D* **50** (1994) 1173.
- [5] A. Stocchi, Ph D Thesis, Université Paris XI, Orsay, **LAL 93-10** (1993).  
P. Roudeau and A Stocchi, **LAL 93-03** (1993).
- [6] A. Stocchi, *Physica Scripta* **51** (1995) 164.
- [7] D. Buskulic et al., (ALEPH Coll.), *Phys. Lett. B* **357** (1995) 685,  
P. Abreu et al., (DELPHI Coll.), *Z. Phys. C* **68** (1995) 375,  
P. D. Acton et al., ( OPAL Coll.), *Phys. Lett. B* **281** (1992) 394.
- [8] H. Albrecht et al., (ARGUS Coll.), *Phys. Lett. B* **207** (1988) 109,  
*Phys. Lett. B* **269** (1991) 243, *Phys. Lett. B* **2074** (1992) 239,  
*Z. Phys. C* **56** (1992) 1,  
P P. Avery et al., (CLEO Coll.), *Phys. Rev. D* **43** (1991) 3599,  
*Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 2842.
- [9] D. Buskulic et al., (ALEPH Coll.), **CERN-PPE/95-125** (1995),  
F. Parodi, (DELPHI Coll.), *PhD Thesis Genova* **1996**.
- [10] Tomasz Skwarnicki, in 17<sup>th</sup> International Symposium on Lepton Photon Interaction, Beijing (1995).
- [11] G. Altarelli and S. Petrarca, *Phys. Lett. B* **261** (1991) 303.
- [12] E. Bagan, P. Ball, VM Braun and P. Gosdzinsky, *Nucl. Phys. B* **432** (1994) 3.  
E. Bagan et al., *Phys. Lett. B* **342** (1995) 362; **B** **351** (1995) 546.
- [13] T. Sjöstrand, *Computer Physics Commun.* **B 28** (1983) 227.
- [14] V. D. Barger and R. J. N. Phillips, "Collider Physics " *Frontiers in Physics Series Vol 71* (1987).

- [15] R. D. Field and R. P. Feynman, *Nucl. Phys. B* **136** (1978) 1.
- [16] S. Brandt in statistical and Computational Methods in Data Analysis, Amsterdam (1970) *P* 176.
- [17] G.V. Borisov and C. Mariotti (DELPHI Coll.), “Fine Tuning of the Impact Parameter Resolution in the DELPHI detector”, Note Interne **DELPHI 95-142**, PHYS 567 (1995).
- [18] O. Podobrin and M. Feindt (DELPHI Coll.), “Inclusive Measurement of the b Fragmentation Function”, Note Interne **DELPHI 95-103**, PHYS 538 (1995),  
D. Buskulic et al., (ALEPH Coll.), **CERN-PPE/95-113** (1995),  
G. Alexander et al., (OPAL Coll.), **CERN-PPE/95-122** (1995).

# Chapitre 4

## Procédure d'ajustement

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                                          |            |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Principe de la mesure des oscillations temporelles des mésons<br/>beaux . . . . .</b> | <b>123</b> |
| 4.1.1      | Méthode du maximum de vraisemblance . . . . .                                            | 123        |
| 4.1.2      | Densités de probabilité individuelles . . . . .                                          | 124        |
| <b>4.2</b> | <b>Calcul numérique de la fonction de vraisemblance . . . . .</b>                        | <b>127</b> |
| 4.2.1      | Limitations de calcul . . . . .                                                          | 127        |
| 4.2.2      | Les tables d'intégration . . . . .                                                       | 128        |
| <b>4.3</b> | <b>Application : visibilité des oscillations . . . . .</b>                               | <b>129</b> |
| <b>4.4</b> | <b>La simulation rapide . . . . .</b>                                                    | <b>130</b> |
| 4.4.1      | Génération des événements . . . . .                                                      | 132        |
| 4.4.2      | Vérification de la procédure d'ajustement . . . . .                                      | 133        |
| 4.4.2.1    | Précision des calculs . . . . .                                                          | 133        |
| 4.4.2.2    | Oscillations du système $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . . . . .                             | 136        |
| 4.4.2.3    | Combinaison de deux mesures . . . . .                                                    | 137        |

---

Dans le chapitre précédent, les outils développés en vue d’une analyse du mélange  $B_q^0 \overline{B}_q^0$  ont été exposés : mesure du temps propre des mésons beaux, étiquetage à la désintégration et à la production. Nous pouvons donc obtenir les distributions temporelles des événements classés “oscillants” et “non-oscillants”. Un événement appartient à la classe “oscillante”, si l’étiquetage à la production et à la désintégration concluent à un contenu en quark  $b$  opposé. Il appartient à la classe non oscillante dans le cas contraire. Ce chapitre montre comment, à partir de ces distributions, nous mesurons la valeur de  $\Delta m_d$ . L’approche suivie pour évaluer une limite inférieure sur  $\Delta m_s$  sera exposée au chapitre 7. La méthode de mesure est d’abord exposée, les limitations numériques sont détaillées, puis, le programme de simulation rapide permettant de valider les étapes précédentes est expliqué. Cette simulation sera utile, principalement dans l’analyse des oscillations du système  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$  (chapitre 7).

## 4.1 Principe de la mesure des oscillations temporelles des mésons beaux

### 4.1.1 Méthode du maximum de vraisemblance

Supposons que l’échantillon étudié contienne  $N^{osc}$  événements classés “oscillants” et  $N^{non-osc}$  événements “non-oscillants”. Pour chaque événement  $i$ , une mesure du temps  $t_i$  a été effectuée. La probabilité d’observer l’échantillon étudié est le produit des probabilités individuelles pour chaque événement (les mesures de temps étant considérées comme non-corrélées entre deux événements quelconques). Ce produit, ou fonction de vraisemblance s’écrit :

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^{N^{osc}} \mathcal{P}^{osc}(t_i) \prod_{i=1}^{N^{non-osc}} \mathcal{P}^{non-osc}(t_i) \quad (4.1)$$

où  $\mathcal{P}^{osc}(t_i)$  et  $\mathcal{P}^{non-osc}(t_i)$  désignent respectivement les densités de probabilité pour les événements “oscillants” et “non-oscillants”. Ces densités de probabilité dépendent notamment des paramètres physiques que l’on cherche à mesurer :  $\Delta m_d$  et  $\Delta m_s$ .  $\mathcal{L}$  correspond donc à la densité de probabilité combinée, que cet échantillon particulier ait été produit à partir des valeurs de  $\Delta m_d$  et  $\Delta m_s$ . Le meilleur estimateur de  $\Delta m_d$  (ou  $\Delta m_s$ ) est la valeur pour laquelle la fonction de vraisemblance est maximum ou, plus simplement, celle minimisant :

$$f(\Delta m_d, \Delta m_s) = -\log(\mathcal{L}) = -\sum_{i=1}^{N^{osc}} \mathcal{P}^{osc}(t_i) - \sum_{i=1}^{N^{non-osc}} \mathcal{P}^{non-osc}(t_i) \quad (4.2)$$

La minimisation est effectuée en utilisant le programme MINUIT [1] des bibliothèques du CERN. Il faut déterminer, à présent, les expressions de  $\mathcal{P}^{osc}$  et  $\mathcal{P}^{non-osc}$ .

### 4.1.2 Densités de probabilité individuelles

Les expressions de  $\mathcal{P}^{osc}$  et  $\mathcal{P}^{non-osc}$  établies dans cette section concernent le canal lepton-charge du jet. Elles peuvent être aussi appliquées au canal  $\pi^*$ -lepton (voir chapitre 5). Les modifications propres à chaque canal seront exposées dans les chapitres les concernant.

Au chapitre 3, nous avons classé les candidats leptons en quatre catégories :  $b \rightarrow \ell$ ,  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ ,  $c \rightarrow \bar{\ell}$ ,  $h \rightarrow \ell$ . Les fractions relatives à chaque catégorie  $f_{b \rightarrow \ell}$ ,  $f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$ ,  $f_{c \rightarrow \bar{\ell}}$  et  $f_{h \rightarrow \ell}$  sont indiquées dans la table 3.2.

Nous désignons par  $f_{B_d^0 \rightarrow \ell}$ ,  $f_{B_s^0 \rightarrow \ell}$ ,  $f_{B^\pm \rightarrow \ell}$  et  $f_{\Lambda_b \rightarrow \ell}$ , les proportions respectives de  $B_d^0$ ,  $B_s^0$ ,  $B^\pm$  et de baryons beaux présents dans la catégorie  $b \rightarrow \ell$ . Les notations  $f_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$ ,  $f_{B_s^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$ ,  $f_{B^\pm \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$  et  $f_{\Lambda_b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$  sont adoptées pour la catégorie  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ .

L'étiquetage de la charge du quark à la production est effectué grâce à la charge du jet (voir §3.3.2). Les puretés correspondant à chaque catégorie de lepton sont notées :  $\epsilon_{jet}^b$ ,  $\epsilon_{jet}^c$  et  $\epsilon_{jet}^h$ . Rappelons qu'il n'y a pas lieu de distinguer les différentes catégories de mésons beaux, puisque l'étiquetage est réalisé dans l'hémisphère opposé au lepton (voir discussion au §3.3.2.3). Pour les deux dernières catégories ces nombres correspondent aux proportions d'événements classés oscillants. Il s'agit d'un choix car aucune de ces deux classes ne contient d'événements qui sont réellement oscillants.

Notons,  $\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \bar{B}_q^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i)$  la densité de probabilité de mesurer le temps propre  $t_i$  d'un méson ayant été produit dans l'état  $B_q^0$  et se désintégrant sous la forme  $\bar{B}_q^0$  dans la catégorie  $b \rightarrow \ell$ . On notera de même,  $\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i)$  si le méson n'a pas oscillé. Désignons par  $\mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow \ell}(t_i)$  et  $\mathcal{P}_{\Lambda_b}^{b \rightarrow \ell}(t_i)$ , les probabilités de mesurer respectivement le temps propre  $t_i$  d'un méson  $B$  chargé et d'un baryon beau quelconques.

Pour la catégorie  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ , ces probabilités sont notées  $\mathcal{P}_X^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)$  (où  $X = B_q^0 \rightarrow B_q^0, B^\pm, etc...$ ).  $\mathcal{P}_c(t_i)$  et  $\mathcal{P}_h(t_i)$ , désignent de même, les distributions du temps mesuré  $t_i$  pour les événements charmés, et pour le bruit de fond (voir §3.5.2.3).

Nous allons établir à présent l'expression de  $\mathcal{P}^{osc}(t_i)$ . Un événement peut être classé oscillant pour les raisons suivantes :

#### 1) dans la catégorie $b \rightarrow \ell$ :

- si c'est un méson  $B_d^0$  ou  $B_s^0$  ayant réellement oscillé avec un étiquetage correct par la charge du jet :

$$f_{b \rightarrow \ell} \epsilon_{jet}^b \left( f_{B_d^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \bar{B}_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \bar{B}_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right) \quad (4.3)$$

- si c'est un méson  $B_d^0$  ou  $B_s^0$  n'ayant pas oscillé, pour lequel l'étiquetage par la charge du jet est erroné :

$$f_{b \rightarrow \ell} \left(1 - \epsilon_{jet}^b\right) \left(f_{B_d^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i)\right) \quad (4.4)$$

- si c'est un méson B chargé ou un baryon beau, l'étiquetage étant erroné :

$$f_{b \rightarrow \ell} \left(1 - \epsilon_{jet}^b\right) \left(f_{B^\pm \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{\Lambda_b \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{\Lambda_b}^{b \rightarrow \ell}(t_i)\right) \quad (4.5)$$

## 2) Dans la catégorie $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ :

- si c'est un méson  $B_d^0$  ou  $B_s^0$  ayant oscillé et si l'étiquetage est erroné :

$$f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \left(1 - \epsilon_{jet}^b\right) \left(f_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \bar{B}_d^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \bar{B}_s^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)\right) \quad (4.6)$$

- si c'est un méson  $B_d^0$  ou  $B_s^0$  n'ayant pas oscillé et si l'étiquetage est correct :

$$f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \epsilon_{jet}^b \left(f_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)\right) \quad (4.7)$$

- si c'est un méson B chargé ou un baryon beau, l'étiquetage étant correct :

$$f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \epsilon_{jet}^b \left(f_{B^\pm \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{\Lambda_b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{\Lambda_b}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)\right) \quad (4.8)$$

## 3) Dans les catégories $c \rightarrow \bar{\ell}$ ou $h \rightarrow \ell$ :

- seul le cas où l'étiquetage est correct contribue, par définition de  $\epsilon_{jet}^c$  et de  $\epsilon_{jet}^h$  :

$$f_{c \rightarrow \bar{\ell}} \epsilon_{jet}^c \mathcal{P}_c(t_i) + f_{h \rightarrow \ell} \epsilon_{jet}^h \mathcal{P}_h(t_i) \quad (4.9)$$

$\mathcal{P}^{osc}(t_i)$  correspond donc à l'ensemble de ces termes :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{osc}(t_i) = & f_{b \rightarrow \ell} \left\{ \epsilon_{jet}^b \left[ f_{B_d^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \overline{B_d^0}}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \overline{B_s^0}}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right. \\
& + (1 - \epsilon_{jet}^b) \left[ f_{B_d^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right. \\
& \left. \left. + f_{B^\pm \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{\Lambda_b \rightarrow \ell} \mathcal{P}_{\Lambda_b}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right\} \\
& + f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \left\{ \epsilon_{jet}^b \left[ f_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \overline{B_d^0}}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \overline{B_s^0}}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) \right. \right. \\
& \left. \left. + f_{B^\pm \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{\Lambda_b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{\Lambda_b}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) \right] \right. \\
& \left. + (1 - \epsilon_{jet}^b) \left[ f_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) + f_{B_s^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i) \right] \right\} \\
& + f_{c \rightarrow \bar{\ell}} \left\{ \epsilon_{jet}^c \mathcal{P}_c(t_i) + f_{h \rightarrow \ell} \epsilon_{jet}^h \mathcal{P}_h(t_i) \right\}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Avec un raisonnement similaire, on obtient l'expression de la densité de probabilité pour les événements classés “non-oscillants”:  $\mathcal{P}^{non-osc}(t_i)$ . Il suffit de remplacer  $\epsilon_{jet}^x(x = b, c, h)$  par  $1 - \epsilon_{jet}^x$  dans l'expression précédente. L'égalité  $\mathcal{P}^{osc}(t_i) + \mathcal{P}^{non-osc}(t_i) = 1$  est bien satisfaite (les événements retenus sont soit classés “oscillants”, soit classés “non-oscillants”).

Voyons à présent les expressions des densités de probabilité propres à chaque catégorie:

- pour  $\mathcal{P}_c(t_i)$  et  $\mathcal{P}_h(t_i)$ , nous utilisons la paramétrisation effectuée au §3.5.2.3.
- les autres fonctions résultent de la convolution entre la distribution théorique du temps, corrigée de la fonction d'acceptance, avec la fonction de résolution temporelle. On écrit ainsi :

$$\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) = \int_0^\infty dt \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}^{th}(t) \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}(t_i - t, t) \tag{4.11}$$

où  $\mathcal{A}(t)$  et  $\mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}$  sont les fonctions d'acceptance et de résolution déterminées au paragraphe 3.5 et  $q = d$  ou  $s$ . La distribution théorique a été déterminée au premier chapitre (section 1.3.3). Rappelons son expression pour les événements non-oscillants :

$$\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}^{th} = \frac{1}{2} e^{-t/\tau_{B_q^0}} (1 + \cos \Delta m_q t) \tag{4.12}$$

Dans le cas des mésons B chargés et des baryons beaux, c'est une simple exponentielle de durée de vie  $\tau_{B^\pm}$  et  $\tau_{\Lambda_b}$ .

Les expressions précédentes sont normalisées en considérant que l'on mesure les événements entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$ ; on les divise donc par l'intégrale :

$$\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i \int_0^\infty dt e^{-t/\tau_q} \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}(t_i - t, t) \quad (4.13)$$

On remarquera que dans le cas des mésons B neutres, c'est la somme des contributions oscillante et non-oscillante qui est normalisée à l'unité (et non chacune des contributions) :

$$\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}(t_i) + \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i \mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}(t_i) = 1 \quad (4.14)$$

Par conséquent, la fraction mesurée du nombre d'événements oscillants n'est pas forcément égale à  $\chi_q$ , ( $\chi_q$  représentant la probabilité d'oscillation intégrée (voir paragraphe 1.3.3)). En effet, il suffit qu'il y ait un biais d'acceptance ( $\mathcal{A}(t) \neq 1$ ), ou bien  $[t_{min}, t_{max}] \neq [-\infty, \infty]$ .

Des expressions similaires sont obtenues pour la catégorie  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ , en remplaçant  $\mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}(t_i - t, t)$  par  $\mathcal{R}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i - t, t)$ .

## 4.2 Calcul numérique de la fonction de vraisemblance

### 4.2.1 Limitations de calcul

Les expressions établies précédemment, font appel à des intégrales complexes. Les fonctions de résolution temporelle, dépendant de manière non triviale du temps vrai de désintégration du B, ne permettent pas d'intégrer analytiquement les densités de probabilité. Nous devons donc utiliser des méthodes numériques, ce qui n'est pas sans conséquences :

- l'intervalle d'intégration sur le temps vrai de désintégration entre zéro et l'infini ne peut être maintenu : il doit être tronqué. Cette troncature, ainsi que la précision liée aux méthodes d'intégration, ne doivent pas introduire d'erreurs significatives.
- compte-tenu des canaux étudiés, le nombre d'événements est élevé : environ 60 000 dans le canal lepton- $Q_{jet}$ . En conséquence, le nombre d'intégrations est considérable.

Ce nombre est à multiplier par le nombre de pas d'intégration nécessaires aux normalisations : soit 500 dans notre cas. On atteint donc un total de 240 000 000 intégrations par appel à la fonction de vraisemblance. L'ajustement de  $\Delta m_d$  nécessitant environ 50 appels, on dépasse les 12 milliards d'intégrations : le temps de calcul est alors trop élevé. Ces constatations nous ont amené à l'utilisation de "tables d'intégration".

$$\begin{array}{ccccccc}
60\,000 & \times & 2 & \times & 4 & = & 480\,000 \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\
\text{nombre} & & \text{contribution} & & \text{durée de vie des} & & \\
\text{d'événements} & & b \rightarrow \ell + b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell} & & B_d^0, B_s^0, B^\pm, \Lambda_b & & 
\end{array}$$

### 4.2.2 Les tables d'intégration

Les expressions à calculer, telles celle de l'équation (4.11), sont toutes dépendantes de la fonction :

$$f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) = \int_0^\infty dt \, e^{-t/\tau_q} \cos(\Delta m_q t) \mathcal{A}(t) \mathcal{R}(t_i - t, t) \quad (4.15)$$

Ainsi, on a :

$$\mathcal{P}_{B_q^0 \rightarrow B_q^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) = \frac{f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) + f(t_i, 0, \tau_q)}{2 \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i f(t_i, 0, \tau_q)} \quad (4.16)$$

et,

$$\mathcal{P}_{B^\pm}^{b \rightarrow \ell}(t_i) = \frac{f(t_i, 0, \tau_q)}{\int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i f(t_i, 0, \tau_q)} \quad (4.17)$$

Le problème se résume donc à calculer  $f(t_i, \Delta m_q, \tau_q)$  ainsi que son intégrale entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$ .

$f$  est calculée, grâce aux routines de la librairie CERNLIB, par la méthode de Simpson en double précision [2]. L'intégration s'effectue de 0 à 15 ps. Le nombre de pas doit être suffisant pour décrire correctement la structure périodique de la fonction venant du terme  $\cos(\Delta m_q t)$ .

Comme nous désirons calculer ces intégrales jusqu'à  $\Delta m = 30 \, \hbar ps^{-1}$ , nous avons utilisé 300 pas, ce qui correspond à environ 4 points pour la période d'oscillation la plus courte (pour  $\Delta m_q = \Delta m_d \sim 0,45$ , ce nombre passe à 279 points!). Nous avons vérifié la stabilité du calcul en fonction de la valeur de  $\Delta m$ , pour différents choix du nombre de pas d'intégration. En dessous d'une valeur minimale du nombre de pas (environ 100), des instabilités apparaissent à grande valeur de  $\Delta m$ .

La fonction  $f$  est calculée pour différentes valeurs de  $t_i$ ,  $\Delta m_q$  et  $\tau_q$  et est stockée dans un fichier que nous nommons "table d'intégration". Une entrée dans la table est caractérisée par ces trois coordonnées.

Pour le temps reconstruit,  $t_i$ , 500 valeurs sont stockées entre -3 et 12 ps, soit un pas de 0,03 ps.

Pour la variable  $\Delta m_q$ , 290 valeurs entre 0 et  $29,5 \text{ hps}^{-1}$  sont calculées. Afin de décrire plus finement le domaine d'oscillation du  $B_d^0$ , un pas de  $0,01 \text{ hps}^{-1}$  est adopté entre  $\Delta m_q = 0$  et  $\Delta m_q = 1,5$  (soit 150 points). Pour  $\Delta m_q > 1,5 \text{ hps}^{-1}$ , le pas est de  $0,2 \text{ hps}^{-1}$  (140 points).

Enfin, pour la durée de vie des hadrons beaux  $\tau_q$ , nous autorisons 5 valeurs différentes : généralement, 1,1 ; 1,5 ; 1,55 ; 1,6 et 1,7 ps. Précisons, que pour une mesure de la durée de vie des hadrons B, nous utilisons 250 points entre 0,5 et 3 ps, soit un pas de 0,01 ps. Dans ce cas, la dimension en  $\Delta m_q$  se réduit à 1, seule la valeur en  $\Delta m_q = 0$  étant nécessaire.

Ainsi, une table d'intégration regroupe 750 000 valeurs de  $f$ . Une interpolation quadratique permet d'obtenir la valeur de  $f(t_i, \Delta m_q, \tau_q)$ , pour  $t_i$  et  $\Delta m_q$  quelconques (compris respectivement entre -3 et 12 ps et 0 et  $29,5 \text{ hps}^{-1}$ ).

Enfin, deux tables différentes sont produites pour les catégories  $b \rightarrow \ell$  et  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  respectivement.

Le calcul de  $f$  étant accompli, nous effectuons la normalisation entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$ , en intégrant suivant le temps mesuré  $t_i$  par la méthode de Simpson, l'intervalle  $[t_{min}, t_{max}]$  étant inclus dans  $[-3, 12]$ .

### 4.3 Application : visibilité des oscillations

Nous nous proposons d'étudier l'effet de la résolution temporelle et de la pureté de l'étiquetage sur les courbes d'oscillations des mésons  $B^0$ .

Débutons par un signal pur de  $B_d^0$  se désintégrant semi-leptoniquement. Nous utilisons les paramètres suivant :  $\tau_{B_d^0} = 1,55 \text{ ps}$  et  $\Delta m_d = 0,45 \text{ hps}^{-1}$ . La courbe théorique correspondant à la fraction du nombre d'événements oscillants est alors un simple cosinus. L'effet dû à la résolution et à la fonction d'acceptance est illustré sur la figure 4.1. La fraction est alors égale à  $\mathcal{P}^{osc}(t)$ . L'amortissement est visible, mais ne s'avère pas crucial car la période d'oscillation du  $B_d^0$  est bien supérieure à la résolution temporelle moyenne.

Si on suppose une pureté d'étiquetage pour la charge du jet de 70 %, la courbe est alors fortement atténuée puisque l'amplitude se trouve réduite à 40 % de sa valeur initiale ( $2 \times 0,7 - 1$ ) (cf fig. 4.1).

Rajoutons l'effet lié à la présence des autres mésons beaux, aux cascades, au charme et au bruit de fond. On obtient la quatrième courbe, où la structure oscillante est toujours présente mais fortement amoindrie. Les paramètres utilisés sont ceux de la table 4.1. On constate que l'oscillation du  $B_s^0$  n'est pas visible ( $\Delta m_s = 20 \text{ hps}^{-1}$  ayant été utilisé).

Etudions à présent l'effet de la résolution temporelle pour différentes valeurs de  $\Delta m_s$ . Nous considérons le cas du  $B_s^0$  pur, avec 10 % de cascades, et une pureté d'étiquetage de 70 %. Les courbes d'oscillation sont représentées sur la figure 4.2.

La résolution joue ici un rôle primordial, et lorsque  $\Delta m_s$  devient supérieur à  $6-8 \text{ hps}^{-1}$ , le signal doit être recherché pour des temps inférieurs à 2 ps. Rappelons que dans le cas d'une résolution Gaussienne, de largeur  $\sigma_t$ , l'amplitude d'oscillation est atténuée par un

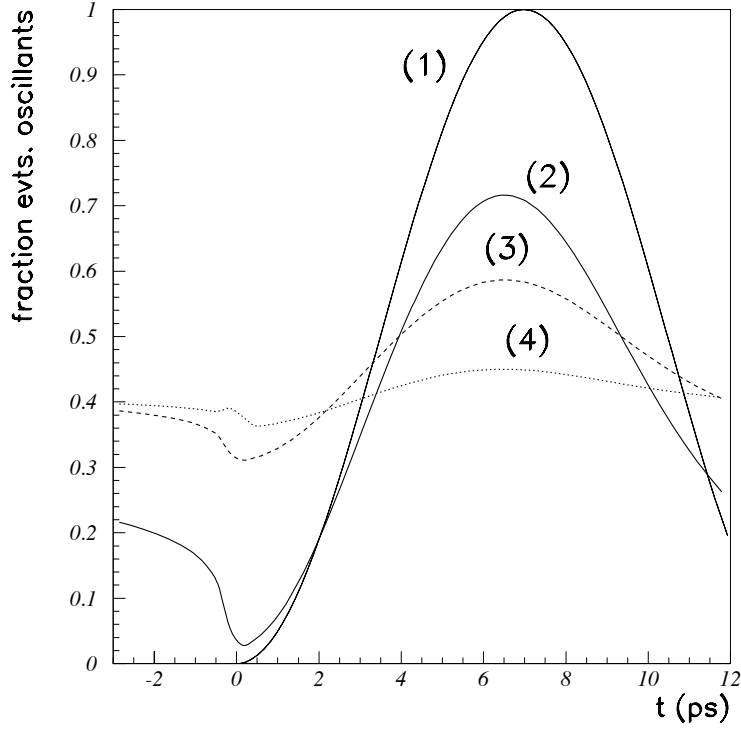


FIG. 4.1 – Variations de la proportion du nombre d’événements oscillants en fonction du temps. Les courbes correspondent aux situations suivantes : (1) : courbe idéale; (2) : effet de la résolution et de l’acceptance; (3) : étiquetage avec  $Q_{jet}$ ; (4) : dilution due aux autres mésons, au charme et au bruit de fond.

facteur :

$$\rho = e^{-\frac{1}{2}(\Delta m_s \sigma_t)^2} \quad (4.18)$$

## 4.4 La simulation rapide

Les considérations du paragraphe précédent sur la visibilité des oscillations sont en fait purement académiques. En effet, les conséquences d’une statistique limitée n’ont pas été prises en compte. Le développement d’une “simulation rapide” permet de pallier à ce manque. Nous pourrions, en premier lieu, vérifier la cohérence interne de notre programme d’ajustement : la précision des calculs et la modélisation de la fonction de vraisemblance seront ainsi pleinement validés. Ensuite, cet outil nous permettra d’évaluer la probabilité d’obtenir une limite donnée sur  $\Delta m_s$ , compte tenu de la statistique limitée, de la résolution temporelle et de la pureté de l’étiquetage (voir chapitre 7).

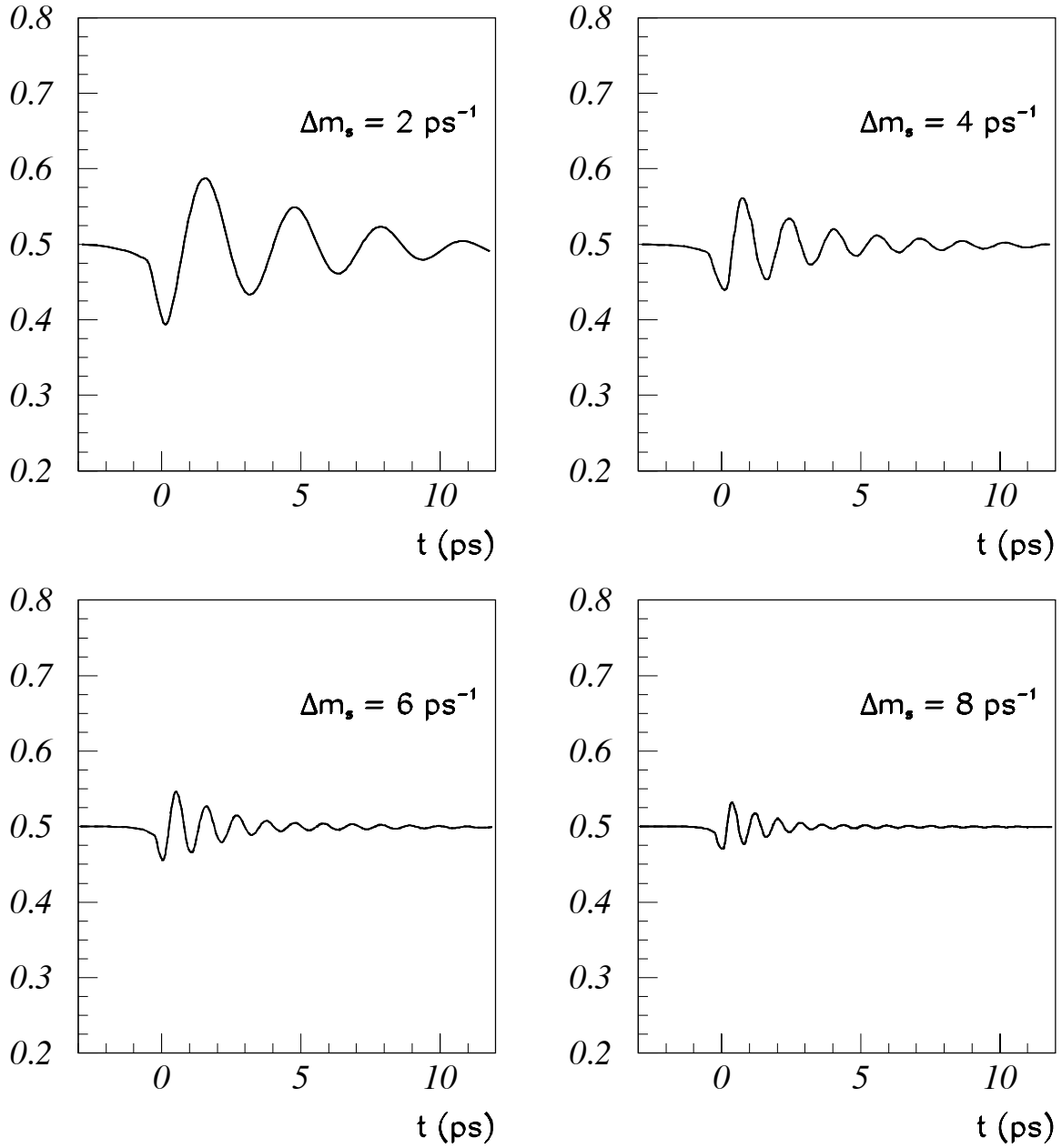


FIG. 4.2 – Evolution du nombre de mésons  $B_s^0$  “oscillant” en fonction du temps, pour différentes valeurs de  $\Delta m_s$  lorsque l’on tient compte des effets cumulés de la fraction de cascade, de la résolution et de la pureté de l’étiquetage avec  $Q_{\text{jet}}$ .

|                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Pureté charge<br>du jet                       | $\epsilon_{jet}^b = 0,70$<br>$\epsilon_{jet}^c = 0,37$<br>$\epsilon_{jet}^h = 0,45$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| durée de vie<br>et fréquence<br>d'oscillation | $\tau_{B_d^0} = 1,55 \text{ ps}$ $\Delta m_d = 0,45 \text{ } \hbar ps^{-1}$<br>$\tau_{B_s^0} = 1,55 \text{ ps}$ $\Delta m_s = 20 \text{ } \hbar ps^{-1}$<br>$\tau_{B^+} = 1,60 \text{ ps}$<br>$\tau_{\Lambda_b} = 1,1 \text{ ps}$                                                                                                                                                                                        |
| Catégories                                    | $72\% \quad b \rightarrow \ell \quad \left\{ \begin{array}{l} 40\% \quad B_d^0 \\ 40\% \quad B^+ \\ 10\% \quad B_s \\ 10\% \quad \Lambda_b \end{array} \right.$ $8\% \quad b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell} \quad \left\{ \begin{array}{l} 50\% \quad B_d^0 \\ 30\% \quad B^+ \\ 10\% \quad B_s \\ 10\% \quad \Lambda_b \end{array} \right.$ $10\% \quad c \rightarrow \bar{\ell}$ $10\% \quad h \rightarrow \ell$ |

TAB. 4.1 – Paramètres utilisés pour calculer la forme des courbes de la figure 4.1.

#### 4.4.1 Génération des événements

L'organigramme de la figure 4.3, symbolise le principe utilisé pour générer les événements. Voyons un peu plus en détail certains points :

- A l'étape 3, on génère le temps propre du hadron beau selon sa durée de vie. Cependant, on ne garde que les temps satisfaisant à la fonction d'acceptance,  $\mathcal{A}(t)$ . Rappelons que  $\mathcal{A}(t)$  reflète les biais introduits à la suite de l'algorithme de reconstruction du temps propre du B (voir §3.5.3). On procède ainsi :  $\mathcal{A}(t)$  étant toujours compris entre 0 et 1, on compare la valeur de  $\mathcal{A}$  en  $t$  avec une variable aléatoire  $x$ , distribuée uniformément (entre 0 et 1). Si  $\mathcal{A}(t) < x$ , le temps est rejeté. Remarquons que dans ce cas, on effectue à nouveau un tirage du type de hadron (étape 2). En effet, supposons que l'acceptance biaise fortement les temps élevés : les hadrons à grande durée de vie seront préférentiellement rejetés. Les proportions de  $B_d^0, B^+, B_s^0$  et  $\Lambda_b$  après l'algorithme de reconstitution seront donc différentes des proportions initiales universelles. Cet effet reste cependant faible, les durées de vie des hadrons beaux étant relativement proches et  $\mathcal{A}(t)$  voisin de 1. Par contre, les proportions des catégories  $b \rightarrow \ell$ ,  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ ,  $c \rightarrow \ell$  et  $h \rightarrow \ell$  correspondent à celles mesurées après l'algorithme de reconstruction puisque ces dernières sont déterminées une fois pour toutes à l'étape 1.

- A l'étape 4, on effectue la génération du temps mesuré du B,  $t_i$ , selon la fonction de résolution  $\mathcal{R}(t_i - t, t)$ .  $\mathcal{R}$  dépendant du temps réel de désintégration, cette fonction est différente pour chaque événement. La paramétrisation choisie (voir §3.5.2) fait toujours intervenir des Gaussiennes ou des Breit-Wigner. Les variables aléatoires distribuées suivant une Gaussienne sont obtenues grâce aux routines standard de CERNLIB, et celles obéissant à une Breit-Wigner, à partir d'une variable  $x$  distribuée uniformément, en effectuant le changement de variable:  $y = \tan(\pi x)$ .  $y$  est alors distribué selon une Breit-Wigner normalisée:  $\frac{1}{\pi} \frac{1}{1+y^2}$ . A l'issue de la génération de  $t_i$ , on ne garde que ceux compris entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$ ,  $[t_{min}, t_{max}]$  étant l'intervalle de reconstruction du temps (inclus dans  $[-3, 12]$  ps). En cas de rejet, on retire à nouveau le type de hadron (étape 2) pour les mêmes raisons que celles invoquées plus haut.

- A l'étape 5, on choisit si le méson beau a oscillé. Le méson est déclaré oscillant si  $\mathcal{P} = \frac{1 - \cos(\Delta m_q t)}{2} > x$  où  $x$  est une variable aléatoire distribuée uniformément entre 0 et 1, et  $\mathcal{P}$  la probabilité d'oscillation.

- L'étape 6 enfin, est une simple redistribution. Des événements ayant réellement oscillé (ou l'inverse) sont classés "oscillants" ou "non-oscillants" en fonction de la pureté de l'étiquetage par la charge du jet.

## 4.4.2 Vérification de la procédure d'ajustement

La simulation rapide permet de générer des échantillons selon une configuration donnée. Nous allons vérifier que l'on retrouve les paramètres initiaux.

### 4.4.2.1 Précision des calculs

Afin de vérifier la précision des calculs numériques, des événements ont été générés selon une résolution en temps Gaussienne, de largeur constante  $\sigma = 0,2$  ps. L'acceptance temporelle a été supposée constante:  $\mathcal{A}(t) = 1$ . De plus, nous ne considérons qu'un type de méson, et supposons un étiquetage par la charge du jet idéal ( $\epsilon_{jet}^b = 1$ ). Dans ces conditions, la fonction de vraisemblance se réduit aux termes :

$$\mathcal{P}^{osc}(t_i) = \frac{f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) - f(t_i, 0, \tau_q)}{2 \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i f(t_i, 0, \tau_q)} \quad (4.19)$$

et

$$\mathcal{P}^{non-osc}(t_i) = \frac{f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) + f(t_i, 0, \tau_q)}{2 \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i f(t_i, 0, \tau_q)} \quad (4.20)$$

où  $f$  est la fonction définie par l'équation (4.15). Dans le cas présent,  $f$  est calculable analytiquement :

$$f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) = \int_0^\infty dt e^{-t/\tau_q} \cos(\Delta m_q t) \frac{e^{-\frac{(t_i-t)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4.21)$$

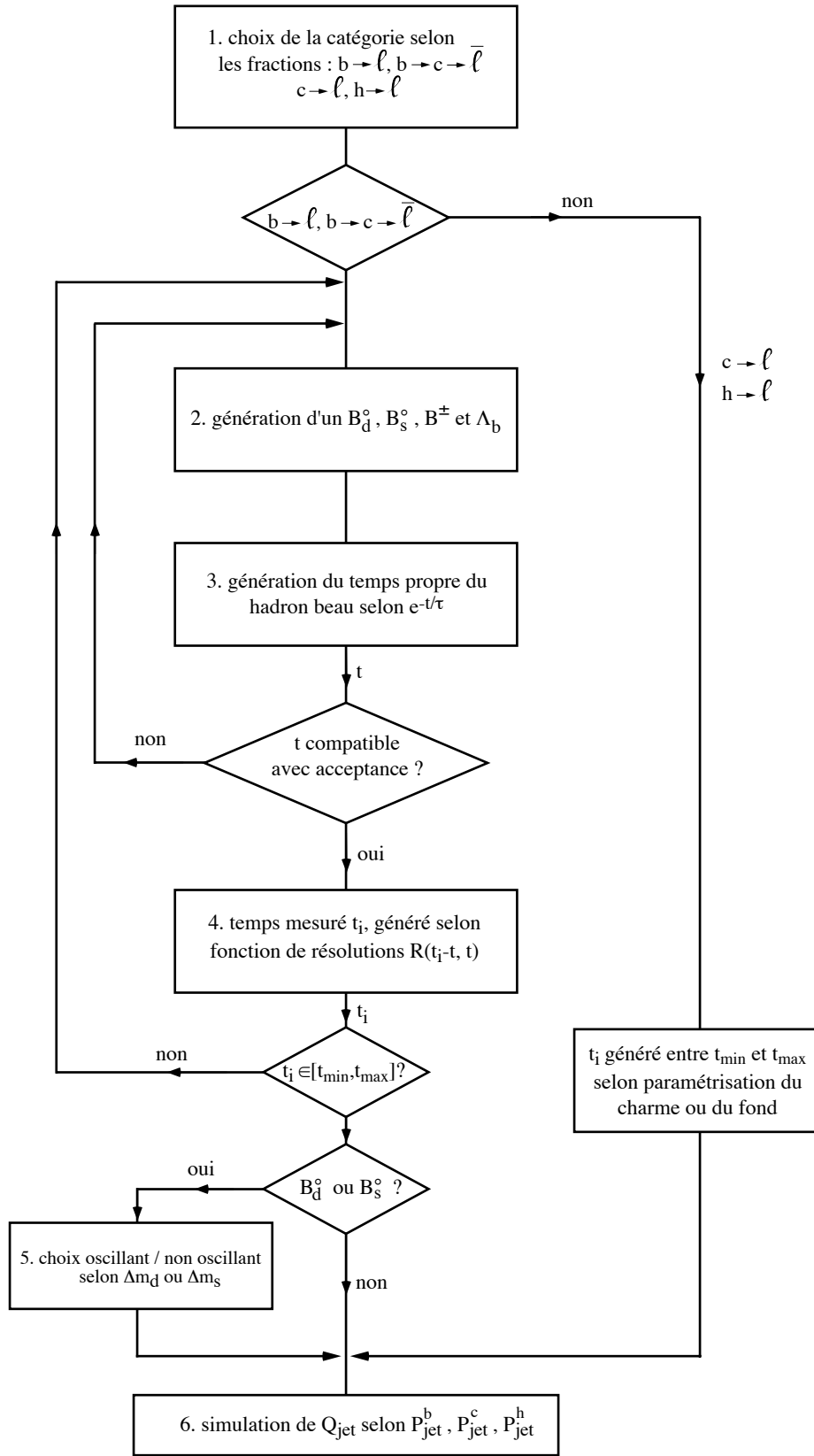


FIG. 4.3 – Organigramme décrivant la simulation rapide.

Or en utilisant la relation [3] :

$$\int_0^\infty e^{-\beta x^2 - \gamma x} \cos(\Delta m_q x) dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} (w(z) + w(-z^*)) \quad (4.22)$$

avec  $w(z)$  la fonction “d’erreur complexe” définie par,

$$\begin{aligned} w(z) &= e^{-z^2} (1 - \operatorname{erf}(-iz)) \\ \operatorname{erf}(z) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \end{aligned} \quad (4.23)$$

et,

$$z = \frac{\Delta m_q + i\gamma}{2\sqrt{\beta}} \quad (4.24)$$

on en déduit :

$$f(t_i, \Delta m_q, \tau_q) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \Re(w(z)) \frac{e^{-\frac{t_i^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad (4.25)$$

avec,

$$\gamma = \frac{1}{\tau_q} - \frac{t_i}{\sigma^2}, \quad \beta = \frac{1}{2\sigma^2} \quad (4.26)$$

Pour obtenir (4.25) nous avons utilisé les propriétés de  $w(z)$  [4] qui permettent d’en déduire  $w(z) + w(-z^*) = 2\Re(w(z))$ . L’intégration entre  $t_{min}$  et  $t_{max}$  de  $f(t_i, 0, \tau_q)$  est également calculable analytiquement (par intégration par parties et inversion de l’ordre des 2 intégrales) :

$$\begin{aligned} \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt_i f(t_i, 0, \tau_q) &= \frac{\tau}{2} \left\{ \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{t_{max}}{\sqrt{2}\sigma}\right) - e^{\left(\frac{\sigma^2}{2\tau^2} - \frac{t_{max}}{\tau}\right)} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma^2 - t_{max}\tau}{\sqrt{2}\tau\sigma}\right)\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{t_{min}}{\sqrt{2}\sigma}\right) - e^{\left(\frac{\sigma^2}{2\tau^2} - \frac{t_{min}}{\tau}\right)} \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sigma^2 - t_{min}\tau}{\sqrt{2}\tau\sigma}\right)\right) \right] \right\} \quad (4.27) \end{aligned}$$

Nous sommes donc en mesure de comparer les résultats obtenus à partir des tables d’intégration à ceux issus des calculs analytiques précédents. La table 4.2 présente les résultats obtenus en générant 10 000 événements.

Pour toutes les valeurs de  $\Delta m_q$  envisagées, les valeurs mesurées sont en bon accord avec la valeur générée à l’intérieur de l’incertitude statistique. Cependant, les échantillons

| $\Delta m_q$ généré | Ajustement “analytique”          | Ajustement avec table           | Ecart relatif    |
|---------------------|----------------------------------|---------------------------------|------------------|
| 0,45                | $0,45188^{+0,00542}_{-0,00544}$  | $0,45188^{+0,00543}_{-0,00543}$ | $< 0,01.10^{-3}$ |
| 1,40                | $1,40848^{+0,00679}_{-0,00672}$  | $1,40853^{+0,00678}_{-0,00672}$ | $0,035.10^{-3}$  |
| 1,60                | $1,60119^{+0,00642}_{-0,00641}$  | $1,59576^{+0,00656}_{-0,00652}$ | $3,4.10^{-3}$    |
| 4,00                | $4,01263^{+0,00980}_{-0,00978}$  | $4,00839^{+0,01007}_{-0,00996}$ | $1.10^{-3}$      |
| 10,00               | $10,00332^{+0,05755}_{-0,05663}$ | $9,99746^{+0,05860}_{-0,05432}$ | $0,6.10^{-3}$    |

TAB. 4.2 – Comparaison entre les ajustements obtenus en utilisant les formules analytiques et la table d’intégration numérique.

utilisés étant les mêmes, les différences observées entre les deux méthodes d’ajustement traduisent donc la précision des calculs numériques.

La précision des calculs pour  $\Delta m_q$  appartenant à  $[0; 1,5]$  est remarquable. Les 2 ajustements ne diffèrent qu’au niveau de la cinquième décimale. Au delà de  $1,5 \hbar ps^{-1}$ , les deux ajustements sont compatibles jusqu’à la seconde décimale. Cette différence est due au fait qu’entre 0 et  $1,5 \hbar ps^{-1}$ , nous stockons la valeur des intégrales tous les  $0,01 \hbar ps^{-1}$ , alors qu’au delà de  $1,5 \hbar ps^{-1}$ , le pas n’est plus que de  $0,2 \hbar ps^{-1}$  (voir 4.2.2). Cependant, la précision obtenue s’avère plus que suffisante !

En conclusion, un biais éventuel dû aux procédures de calcul est tout à fait négligeable. Il nous reste à présent à vérifier la cohérence interne du programme d’ajustement dans un cas plus réaliste.

#### 4.4.2.2 Oscillations du système $B_d^0 - \overline{B}_d^0$

Nous avons simulé 18 échantillons comprenant chacun 200 000 événements. La composition des échantillons a été générée selon les caractéristiques indiquées dans le tableau 4.1 et avec les résolutions correspondantes. La valeur de  $\Delta m_d$  a été ensuite ajustée en utilisant la fonction de vraisemblance du paragraphe 4.1. Les résultats des ajustements sont montrés sur la figure 4.4. La moyenne des ajustements est bien centrée sur la valeur générée ( $0,45 \hbar ps^{-1}$ )

La dispersion observée est compatible avec la statistique utilisée. En moyennant, toutes les mesures, on trouve ainsi :

$$\Delta m_d = 0,4527 \pm 0,004 \text{ } \hbar ps^{-1} \quad (4.28)$$

ce qui est compatible avec la valeur générée. La statistique utilisée représente au total, plus de 60 fois celle des données. En conclusion, la cohérence interne du programme d'ajustement a été vérifiée à mieux que  $0,004 \text{ } \hbar ps^{-1}$  sur  $\Delta m_d$  soit une erreur relative de 0,9%.

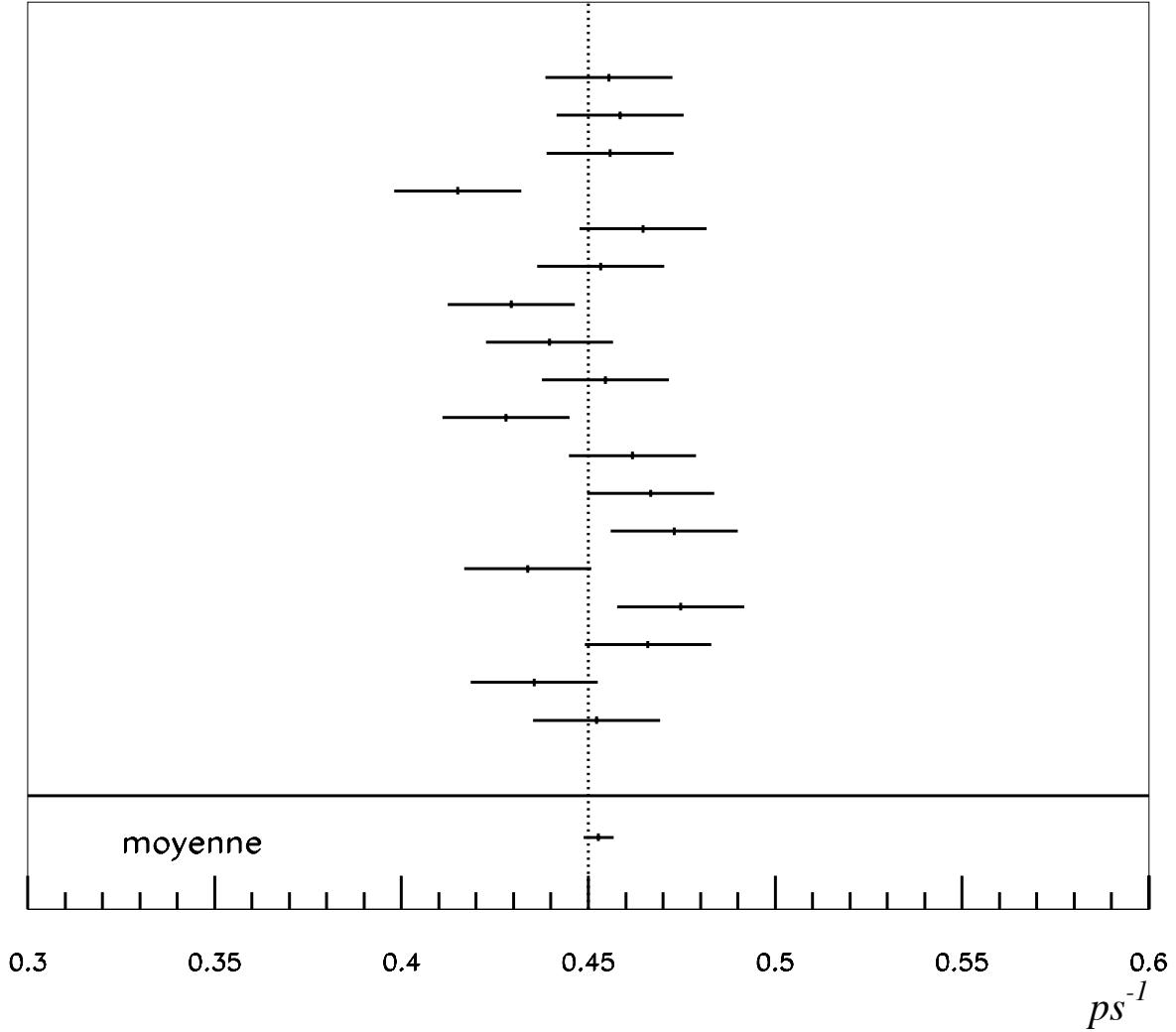


FIG. 4.4 – Résultats de l'ajustement de  $\Delta m_d$  obtenus avec les échantillons générés.

#### 4.4.2.3 Combinaison de deux mesures

Au chapitre 6, nous serons amené à combiner plusieurs mesures de  $\Delta m_d$ . La moyenne de deux mesures correspond-t-elle à la moyenne pondérée selon les erreurs de mesure ou bien selon les erreurs relatives? La question est légitime puisque dans le cas de la mesure

d'une durée de vie, la seconde solution est plus appropriée. Pour lever toute ambiguïté, nous avons généré avec la simulation rapide, 10 échantillons représentatifs du canal lepton-charge du jet. Une mesure de  $\Delta m_d$  est ensuite effectuée. Chaque échantillon est alors divisé en deux sous-échantillons de statistique équivalente pour lesquels on effectue également une mesure de  $\Delta m_d$ . Finalement, on combine les deux résultats que l'on compare au résultat de l'échantillon initial. Nous avons testé les deux méthodes : moyenne pondérée selon les erreurs (à gauche) et moyenne pondérée selon les erreurs relatives (à droite). La dispersion est plus faible avec la première méthode. Les valeurs moyennes des deux histogrammes sont respectivement de  $-0,6.10^{-3}$  et  $+1,4.10^{-3}$ . Le calcul de la moyenne pondérée selon les erreurs absolues apparaît donc plus proche de la valeur ajustée sur l'échantillon global. Nous adopterons cette approche dans la suite.

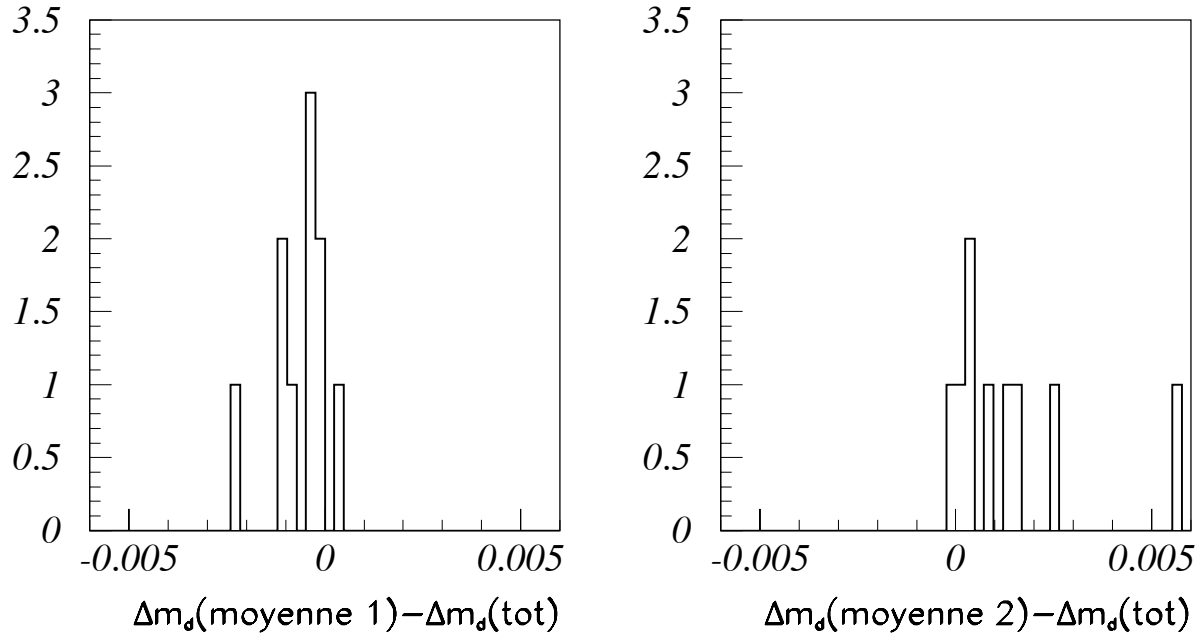


FIG. 4.5 – Différence entre la moyenne des 2 sous-échantillons et la valeur de  $\Delta m_d$  ajustée dans l'échantillon global. La valeur moyenne est calculée en pondérant par les erreurs de mesure absolues (à gauche), ou bien par les erreurs relatives (à droite).

# Bibliographie

- [1] MINUIT, CERN program Library
- [2] Dsimps, CERN program Library D101
- [3] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, “Table of integrals, series and products” (1965) London
- [4] M. Abramowitz and I.A. Stegun, “Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables” (1964) Washington



# Chapitre 5

Mesure de la durée de vie du méson  
 $\overline{\text{B}}_d^0$

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                                                          |            |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>5.1</b> | <b>Signature des mésons <math>\overline{B}_d^0</math> par le couple <math>D^{*\pm} - \ell^\mp</math></b> | <b>143</b> |
| 5.1.1      | Présentation du canal                                                                                    | 143        |
| 5.1.2      | Autres contributions à l'état final $D^{*\pm} - \ell^\mp$                                                | 144        |
| 5.1.2.1    | les désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux                                                    | 144        |
| 5.1.2.2    | les autres sources                                                                                       | 146        |
| <b>5.2</b> | <b>Reconstruction inclusive des <math>D^*</math></b>                                                     | <b>147</b> |
| 5.2.1      | principe de la méthode                                                                                   | 147        |
| 5.2.2      | Estimation du fond combinatoire                                                                          | 147        |
| <b>5.3</b> | <b>Reconstruction du temps propre du méson <math>\overline{B}_d^0</math></b>                             | <b>150</b> |
| <b>5.4</b> | <b>Mesure de la durée de vie du méson <math>\overline{B}_d^0</math></b>                                  | <b>153</b> |
| 5.4.1      | Détermination des différentes composantes                                                                | 153        |
| 5.4.1.1    | Composantes dans le signal                                                                               | 155        |
| 5.4.1.2    | Composantes dans le fond combinatoire                                                                    | 158        |
| 5.4.2      | Mesures des temps de vie dans la simulation                                                              | 160        |
| 5.4.3      | Mesure de la durée de vie du méson $\overline{B}_d^0$                                                    | 163        |
| 5.4.4      | Étude des erreurs systématiques                                                                          | 163        |
| 5.4.5      | Durée de vie mesurée pour le méson $\overline{B}_d^0$                                                    | 167        |
| 5.4.6      | Évaluation de la constante de désintégration $f_B$                                                       | 170        |

---

Pour mesurer la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  une méthode originale fondée sur la reconstruction inclusive d'événements du type  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$  a été développée. Elle sera aussi utilisée, dans le chapitre suivant, pour mesurer la fréquence d'oscillation des mésons  $\overline{B}_d^0$ .

Une mesure précise de la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  est importante car:

- des différences entre les durées de vie des hadrons beaux sont attendues et leur importance est liée aux contributions des diagrammes non-spectateurs qui pourraient être ainsi mesurées (voir chapitre théorique),
- la connaissance de l'écart entre les durées de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  et de l'ensemble des hadrons beaux est une des limitations sur la précision de la mesure de  $\Delta m_d$  (voir chapitre 6).

Nous débutons ce chapitre par une étude de l'importance des différentes contributions à la production d'un  $D^{*+}$  et d'un  $\ell^-$  dans un jet. L'algorithme de recherche inclusive de  $D^{*+}$  est ensuite présenté et son application à la mesure de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  est détaillée.

## 5.1 Signature des mésons $\overline{B}_d^0$ par le couple $D^{*\pm} - \ell^\mp$

### 5.1.1 Présentation du canal

La proportion de mésons  $\overline{B}_d^0$  dans un échantillon formé d'événements contenant un lepton émis à grande impulsion transverse (voir chapitre 3) correspond à la proportion "naturelle" soit environ 40% (parmi les hadrons B). Nous avons augmenté cette proportion en reconstruisant partiellement les produits de désintégration du  $\overline{B}_d^0$ . Le canal recherché correspond à la transition  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$  où le  $D^{*+}$  se désintègre en  $D^0 \pi^+$  (voir figure 5.1).

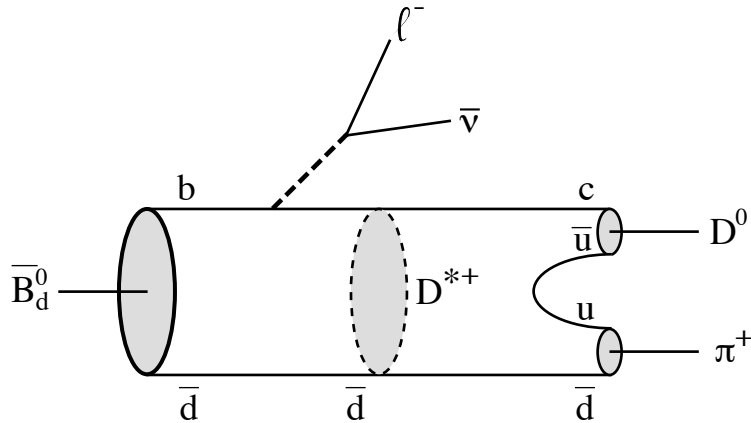


FIG. 5.1 – Diagramme de désintégration du  $\overline{B}_d^0$  en  $D^{*+} \ell^- \bar{\nu}$

Il représente un peu plus de la moitié des modes de désintégration semi-leptoniques du  $\overline{B}_d^0$  et a déjà fait l'objet d'études, par les différentes collaborations à LEP [1], dans lesquelles

le  $D^0$  était reconstruit de manière exclusive dans plusieurs canaux :  $K^-\pi^+$ ,  $K^-\pi^+\pi^0$ ,  $K^-\pi^+\pi^+\pi^-$ ... L'approche utilisée ici est différente : on ne cherche pas à reconstruire exclusivement le  $D^0$ . La présence du  $D^{*+}$  n'est signalée que par le  $\pi^+$  célibataire, noté dans la suite  $\pi^*$ . Pour sélectionner ce pion parmi les autres traces chargées présentes dans le jet, on utilise le fait qu'il est émis avec une très faible impulsion transverse par rapport à la direction du méson D. Cette approche a été présentée pour la première fois par la collaboration DELPHI pour la mesure de  $|V_{cb}|$  [2]. Comme nous le verrons dans ce qui suit, elle est très facile à mettre en œuvre dans l'algorithme développé au chapitre 3.

### 5.1.2 Autres contributions à l'état final $D^{*\pm} - \ell^\mp$

Le bruit de fond physique est constitué des canaux susceptibles de conduire à un couple  $D^{*\pm} - \ell^\mp$  ne provenant pas de la désintégration du  $\overline{B}_d^0$ .

#### 5.1.2.1 les désintégrations semi-leptoniques de hadrons beaux

- $B^- \rightarrow D^{*0}\ell^-\overline{\nu}_\ell$  : le diagramme correspondant est illustré sur la figure 5.2-a où les états  $D^{*0}$  se désintègrent en  $D^{*+}\pi^-$
- $\overline{B}_s^0 \rightarrow D_s^{*+}\ell^-\overline{\nu}_\ell$  : le diagramme correspondant est illustré sur la figure 5.2-b où les états  $D_s^{*+}$  se désintègrent en  $D^{*+}K^0$
- baryons beaux : aucune contribution significative étant attendue, ils ont été négligés.

La collaboration DELPHI a récemment mesuré la fraction de  $D^{*+}$  issus de la désintégration d'états  $D^{**}$  dans les désintégrations semi-leptoniques des hadrons beaux [2].

$$R = \frac{BR(B \rightarrow D^{*+}\ell\overline{\nu}_\ell X)}{BR(B \rightarrow D^{*+}\ell\overline{\nu}_\ell X) + BR(B \rightarrow D^{*+}\ell\overline{\nu}_\ell)} = 0,19 \pm 0,10 \pm 0,06 \quad (5.1)$$

Ce même rapport peut-être obtenu à partir de la mesure des rapports d'embranchement suivants [3]:

$$\begin{cases} BR(B \rightarrow D^{**}\ell\overline{\nu}_\ell) = (2,7 \pm 0,7)\% \\ BR(B \rightarrow D^*\ell\overline{\nu}_\ell) = (4,64 \pm 0,3)\% \end{cases}$$

et en utilisant un modèle pour prédire les abondances respectives des différents états de mésons  $D^{**}$ . Nous avons considéré trois hypothèses : ces états sont produits suivant le modèle ISGW2 [4], ou bien avec la même probabilité ou encore avec des taux respectifs proportionnels à  $2J+1$  (  $J$  désignant leur spin ). Seuls les états  $1^+$  et  $2^+$  peuvent conduire à un  $D^*$  et nous avons considéré que, pour les états  $2^+$ , un  $D^*$  était émis dans 1/3 des cas, en accord avec les mesures actuelles. L'ensemble de ces incertitudes conduit à ce que

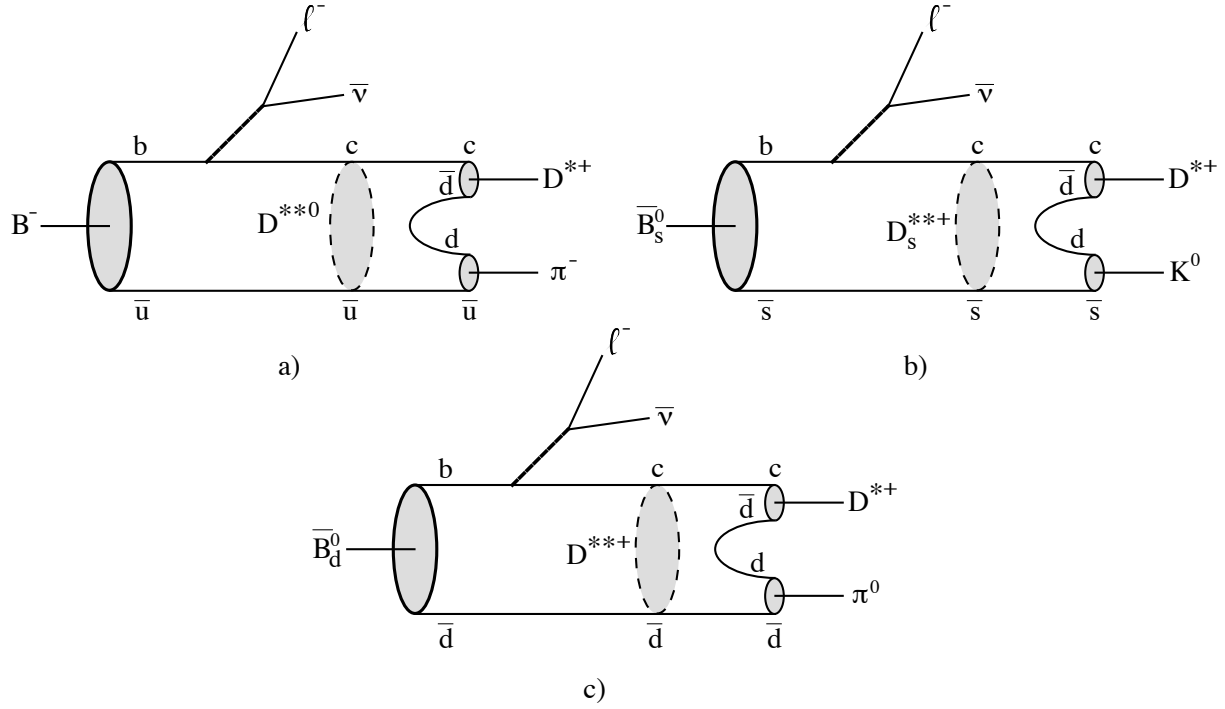


FIG. 5.2 – Diagramme de production d'un  $D^{*+}$  via un  $D^{**}$  à partir d'un  $B^-$  (a), d'un  $\overline{B}_s^0$  (b) et d'un  $\overline{B}_d^0$

dans  $(66 \pm 8)\%$  des cas un  $D^*$  est émis lors de la désintégration des états  $D^{**}$ . Nous en déduisons:

$$R = 0,28 \pm 0,06 \quad (5.2)$$

En combinant ces deux mesures du rapport R nous obtenons:

$$R = 0,26 \pm 0,05. \quad (5.3)$$

Dans la suite nous prendrons cependant une incertitude plus “réaliste” sur cette évaluation de R égale à  $\pm 10\%$ :

$$R = 0,26 \pm 0,10. \quad (5.4)$$

Nous allons en déduire les proportions attendues de  $D^{*+}$  issues des désintégrations de  $D^{**}$  pour les différents types de mésons B. Pour cela nous supposons que l'importance du

mécanisme  $B \rightarrow D^{**} \ell \bar{\nu}_\ell X$  est la même pour tous les mésons B (ceci est exact pour les  $\overline{B}_d^0$  et les  $B^-$  et approché pour les  $\overline{B}_s^0$ ). En tenant compte des règles de conservation de l'isospin pour les désintégrations  $D^{**} \rightarrow D^* \pi$  ( $\rho$ ) et  $D_s^{**+} \rightarrow D^* K$  ( $K^*$ ) nous obtenons:

$$\begin{cases} R(B^-) = \frac{2}{3} \frac{R}{1 + \frac{P_s^*}{2P_u}} \\ R(\overline{B}_d^0) = \frac{1}{3} \frac{R}{1 + \frac{P_s^*}{2P_u}} \\ R(\overline{B}_s^0) = \frac{1}{2} \frac{P_s^*}{P_u} \frac{R}{1 + \frac{P_s^*}{2P_u}} \end{cases} \quad (5.5)$$

Dans ces expressions  $P_u (= P_d)$  représente la proportion de mésons  $B^-$  dans un jet de quark  $b$ . Cependant  $P_s^*$  diffère de la proportion habituelle pour les mésons  $\overline{B}_s^0$  à cause de la remarque précédente et aussi par le fait que les états  $D_s^{**+}$  peuvent ne pas se désintégrer aussi facilement, que les mésons  $D^{**}$  non étranges, en  $D^*$ . Ceci résulte des contraintes imposées par les masses mises en jeu. On va donc considérer que  $P_s^*$  varie entre 0 et  $P_s$ . En utilisant les valeurs de  $P_u$  et de  $P_s$  données en 3.1.1 on en déduit:

$$R(B^-) = 16,3 \pm 6,3\%, \quad R(\overline{B}_d^0) = 8,2 \pm 3,2\%, \quad R(\overline{B}_s^0) = 1,5 \pm 1,7\% \quad (5.6)$$

Les incertitudes sur les deux premières quantités viennent principalement de celle sur le rapport R alors que, pour la troisième, l'erreur est dominée par celle sur  $P_s^*$ .

### 5.1.2.2 les autres sources

Par définition le lepton ne provient pas directement d'une désintégration semi-leptonique de hadrons B et on distinguera:

- *les leptons de cascades*: les leptons issus de la désintégration  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ ,  $D^0 \rightarrow \ell^+ \bar{\nu}_\ell X$  ne contribuent qu'à la configuration de mauvais signe ( $\pi^{*\pm} \ell^\pm$ ). Seules les désintégrations de hadrons beaux avec production de deux particules charmées dans l'état final peuvent contribuer à la configuration de bon signe:  $B \rightarrow D^{*+} D_s^- X$ ,  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ ,  $D_s^- \rightarrow \ell^- \nu_\ell X$ . On s'attend donc à une contamination faible par les leptons de cascade, typiquement un ordre de grandeur plus faible que dans l'échantillon inclusif de leptons produits à grande impulsion transverse, soit 1% environ.
- *les autres sources de leptons*: les leptons venant de la désintégration semi-leptonique de hadrons charmés dans les événements  $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$  ne contribuent qu'à la catégorie de mauvais signe.

La contribution des faux leptons ( $2,8 \pm 0,2$  % (*stat*)) est également réduite par rapport au lot inclusif de leptons car, la présence d'un  $D^*$  étant exigée, seules les désintégrations du  $Z^0$  en saveurs lourdes peuvent participer.

En conclusion,  $(82 \pm 6)\%$  des couples ( $D^* - \ell^\mp$ ) proviennent d'une désintégration semi-leptonique du méson  $\overline{B}_d^0$  (cette valeur inclut les désintégrations semi-leptoniques du  $\overline{B}_d^0$  via un  $D^{**}$ ).

## 5.2 Reconstruction inclusive des $D^*$

### 5.2.1 principe de la méthode

Le  $\pi^*$  produit lors de la désintégration  $D^{*+} \rightarrow D^0\pi^+$  est recherché parmi les autres traces chargées présentes dans le jet. Nous utilisons la méthode de reconstruction inclusive des vertex secondaires développée pour l'analyse "lepton-charge du jet" (voir 3.4). On considère tour à tour les traces chargées présentes dans le jet, le lepton étant exclu. On calcule ensuite la différence de masse  $\delta(m)$  entre deux lots de traces; deux cas sont à envisager:

- le  $\pi^*$  est parmi les traces attribuées à la désintégration du hadron B:

$$\delta(m) = M(\Sigma \text{ traces du } B) - M(\Sigma \text{ traces du } B \text{ sauf le } \pi^*) \quad (5.7)$$

- le  $\pi^*$  est parmi les autres traces:

$$\delta(m) = M(\Sigma \text{ traces du } B + \text{le } \pi^*) - M(\Sigma \text{ traces du } B) \quad (5.8)$$

Il serait tentant de ne garder que les événements où le  $\pi^*$  est parmi les traces retenues pour le B. Dans la seconde catégorie le rapport signal/bruit est plus faible, cependant nous introduirions alors un biais sur la mesure de durée de vie car cette catégorie contient une majorité d'événements à faible temps de désintégration pour lesquels il est plus difficile de distinguer les traces provenant du primaire et du secondaire.

Le  $\pi^*$  étant émis dans une direction très voisine de celle du D, on va avoir un excès d'événements à faible valeur de  $\delta(m)$  pour les couples  $\pi^*\ell$  de charges opposées. Afin de diminuer le fond combinatoire nous avons demandé que la probabilité de l'ajustement cinématique vol-énergie décrit en 3.4.3 soit supérieure à  $10^{-4}$ .

Dans la suite, l'intervalle  $\delta(m) \in [0, 14; 0, 16] \text{ GeV}/c^2$  définira la région du signal et la zone entre 0,2 et 0,3  $\text{GeV}/c^2$  sera utilisée pour étudier les propriétés du bruit de fond.

### 5.2.2 Estimation du fond combinatoire

La figure 5.3 représente les distributions de la quantité  $\delta(m)$  obtenues dans les données ((a) et (b)) et dans la simulation (c). La surface hachurée correspond aux couples  $\pi^*\ell$  de mauvais signe.

Pour les couples de bon signe il y a une nette accumulation d'événements aux faibles valeurs de  $\delta(m)$ . Sur la figure 5.4, obtenue à partir de la simulation, les pions provenant réellement d'un  $D^*$  ont été représentés en gris montrant que le pic observé leur est clairement attribuable.

Pour estimer le niveau du bruit de fond combinatoire, on va utiliser la distribution obtenue pour les couples de mauvais signe. A partir de la simulation, on note que les formes des distributions en  $\delta(m)$  pour les événements de mauvais signe et, pour le bruit de fond, dans les événements de bon signe sont très voisines (Figure 5.5-a). Remarquons que les  $D^*$  présents dans la configuration de mauvais signe ne présentent pas d'accumulation visible

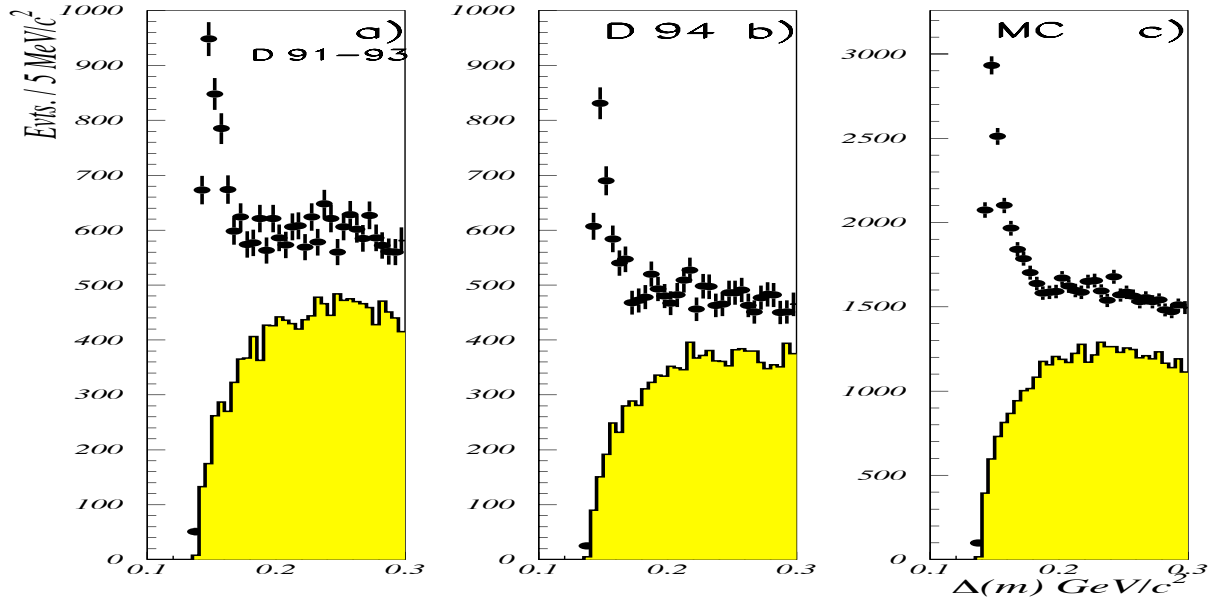


FIG. 5.3 – Distribution de  $\delta(m)$  avec en (a) les données 91-93, en (b) les données 94 et en (c) la simulation. La portion hachurée correspond à la configuration de mauvais signe

aux faibles valeurs de  $\delta(m)$ . Pour ces événements la résolution en masse est mauvaise car ils proviennent soit de désintégrations en cascade de hadrons B ou bien d'événements charmés où, dans les deux cas, il y a présence de nombreuses traces qui ne sont pas issues du D émis par le  $D^*$ .

La stabilité du rapport entre ces deux distributions est illustrée sur la figure 5.5-b.

Les spectres en  $\delta(m)$  sont également comparés entre la simulation et les données pour les combinaisons de mauvais signe (c.f. fig. 5.3). Leur forme est très voisine. Cependant, afin de prendre en compte des différences possibles entre la simulation et les données, pour évaluer le niveau du bruit de fond combinatoire dans la région du signal, nous avons utilisé le spectre des paires de mauvais signe, mesuré dans les données, après l'avoir normalisé à celui des paires de bon signe en le multipliant par le rapport "bon-signe/mauvais-signe" mesuré dans la simulation. Cette procédure est appliquée localement pour chaque valeur de  $\delta(m)$ :

$$f_{comb.} = \left( \frac{N(\text{mauvais signe})}{N(\text{total})} \right)^{données} \times \left( \frac{N(\text{bon signe})}{N(\text{mauvais signe})} \right)^{MC} \quad (5.9)$$

Nous avons mesuré:

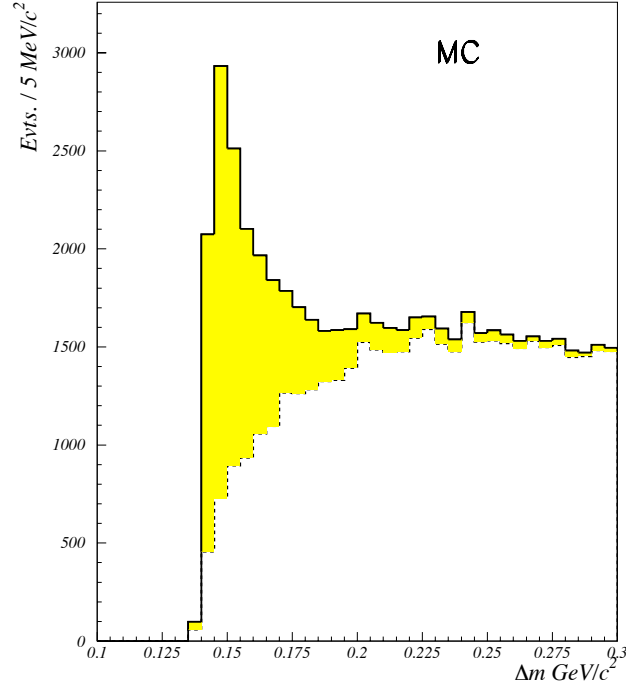


FIG. 5.4 – *Distribution de  $\delta(m)$  dans la simulation. La portion hachurée correspond aux pions provenant véritablement d'un  $D^*$*

$$\left( \frac{N(\text{mauvais signe})}{N(\text{total})} \right)^{\text{données 93}} = 26,3 \pm 0,8 \text{ (stat.) } \% \quad (5.10)$$

$$\left( \frac{N(\text{mauvais signe})}{N(\text{total})} \right)^{\text{données 94}} = 25,1 \pm 0,8 \text{ (stat.) } \% \quad (5.11)$$

$$\left( \frac{N(\text{bon signe})}{N(\text{mauvais signe})} \right)^{\text{simulation}} = 1,19 \pm 0,04 \text{ (stat.) } \quad (5.12)$$

et nous en déduisons que, dans la région du signal:

$$f_{\text{comb.}}(91 - 93) = 31,3 \pm 1,5\%, \quad f_{\text{comb.}}(94) = 29.9 \pm 1,5\% \quad (5.13)$$

L'incertitude indiquée sur ces valeurs provient de la statistique limitée de la simulation mais surtout de celle des données pour les combinaisons de mauvais signe.

La figure 5.6, illustre cette approche appliquée à l'ensemble du spectre en  $\delta(m)$ . Par soustraction le signal du  $\pi^*$  a été extrait et comparé au spectre de signal pur, normalisé au même nombre d'entrées, extrait de la simulation. Dans la région du signal les nombres de  $D^*$  reconstruits sont ainsi de:

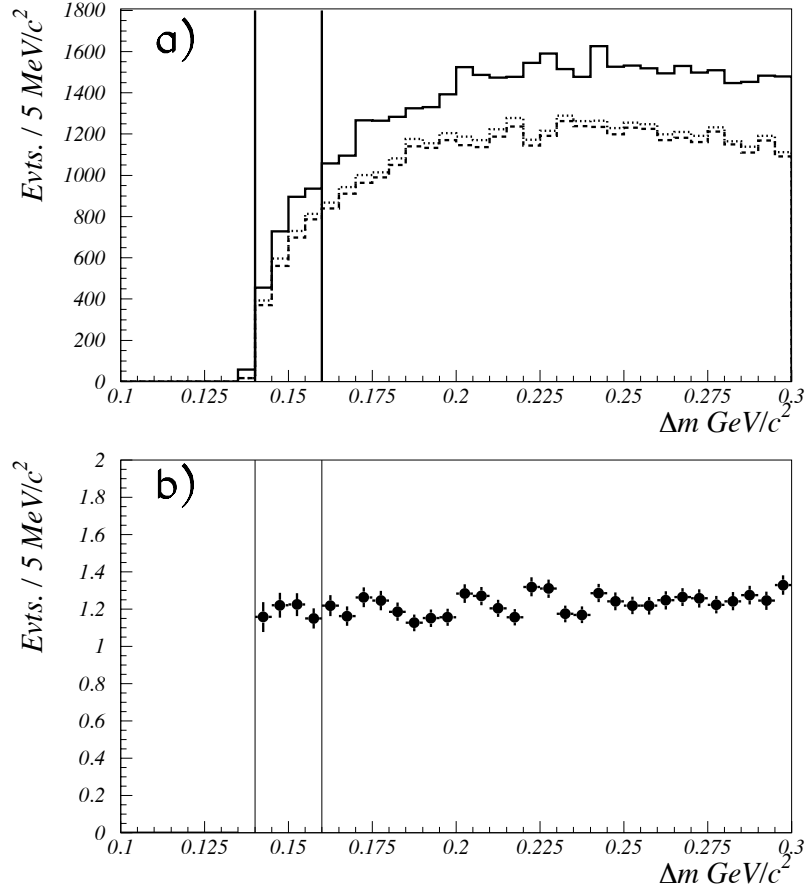


FIG. 5.5 – Distribution de  $\delta(m)$  dans la simulation. En (a), fond combinatoire de la configuration de bon signe,  $D^*$  exclus (histogramme en trait plein) et configuration de mauvais signe (histogramme pointillé). On distingue les  $D^*$  présents dans cette configuration. En (b), rapport entre les deux distributions précédentes (bon signe/mauvais signe).

$$N(\pi^*) = 2235 \pm 114 \text{ (91 – 93)}, \quad N(\pi^*) = 1901 \pm 102 \text{ (94)} \quad (5.14)$$

### 5.3 Reconstruction du temps propre du méson $\overline{B}_d^0$

La méthode utilisée est la même que celle suivie pour l'analyse de l'ensemble des événements contenant un lepton émis à grande impulsion transverse. Pour chaque paire lepton-pion, l'algorithme de recherche inclusive de vertex secondaire fournit une mesure du vol, de l'impulsion et donc du temps propre de désintégration du hadron B (voir 3.4). Cependant la résolution temporelle pour le canal  $(\pi^* - \ell)$  est meilleure. Il y a deux

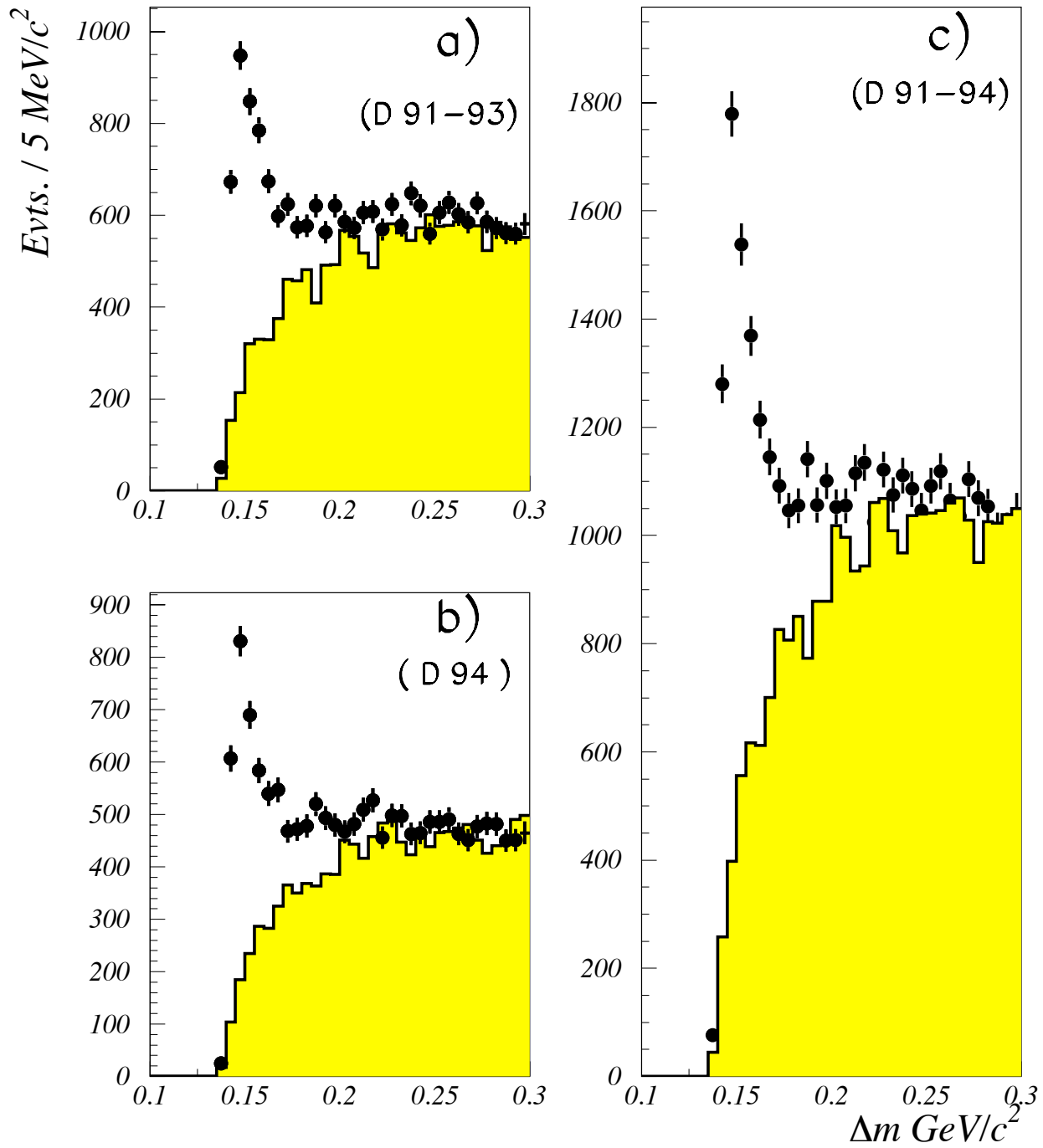


FIG. 5.6 – Distribution en  $\delta(m)$  dans les données de 1991 à 1993 (a), en 1994 (b) et la totalité du signal (c). L'histogramme hachuré représente le fond combinatoire évalué avec la méthode exposée dans le texte.

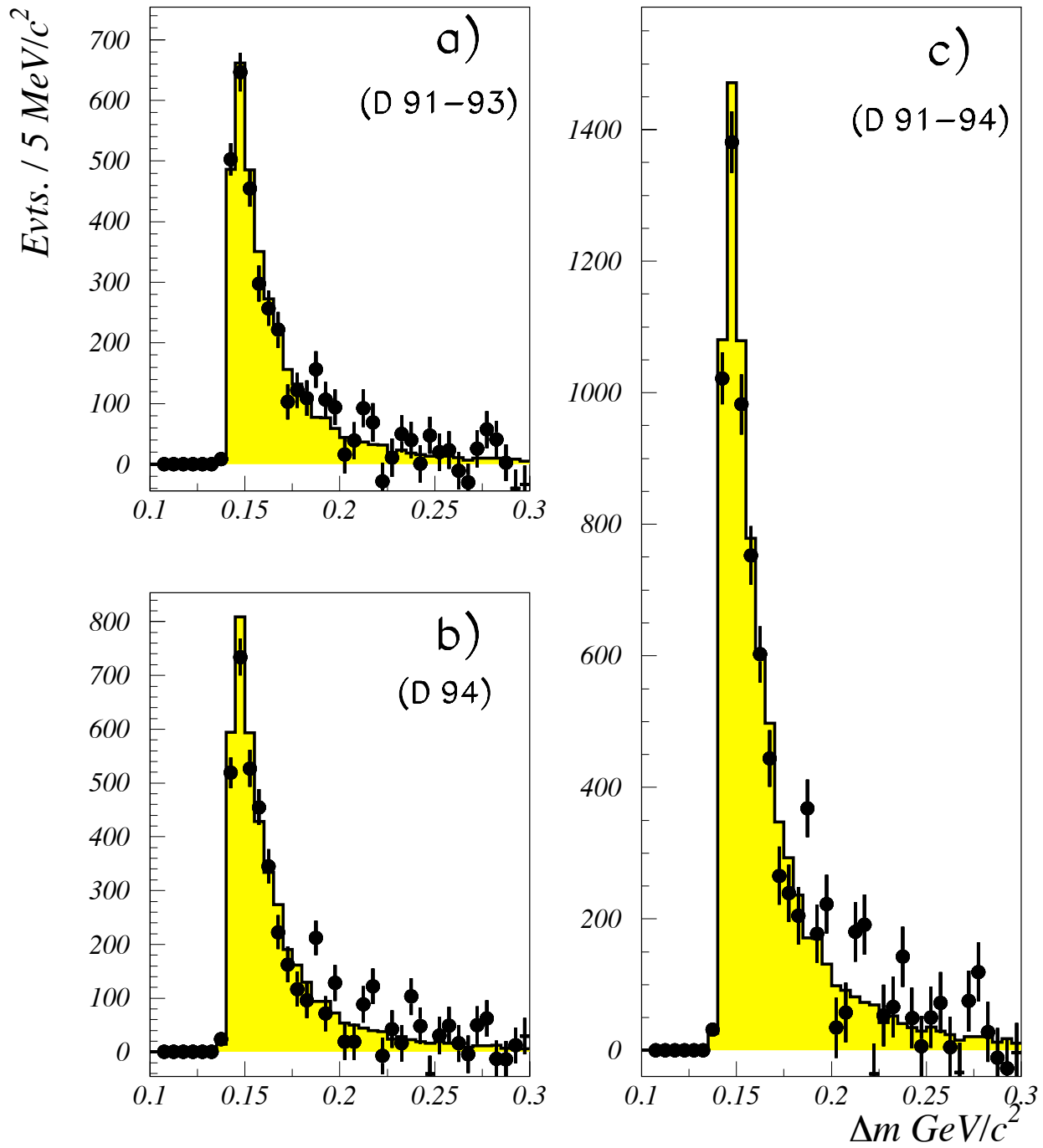


FIG. 5.7 – Distribution en  $\delta(m)$  dans les données après soustraction du fond combinatoire. L'histogramme grisé représente la contribution des vrais  $D^*$ , reconstruits dans la simulation, normalisée au même nombre d'entrées.

raisons à cela : d’une part, les événements retenus ont tous satisfait au fit cinématique ; d’autre part, le nombre moyen de traces associées au vertex secondaire est supérieur à celui obtenu dans le canal purement inclusif (le  $\pi^*$  et le lepton sont deux traces provenant du B). Nous avons utilisé pour déterminer les fonctions de résolution un échantillon spécial d’événements simulés correspondant à la transition  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$ , équivalent à 12,2 millions d’événements hadroniques  $Z^0 \rightarrow q\overline{q}$ . L’ajustement global, moyenné sur l’ensemble des temps de désintégration, est illustré sur la figure 5.8-a. On a également représenté les résultats de cet ajustement pour différents intervalles du temps propre simulé 5.8-b, c, d. A titre indicatif un ajustement au moyen de deux distributions Gaussiennes de la résolution sur le temps propre donne les résultats reportés dans la Table 5.1:

| Période | résolution temporelle (ps) | pourcentage |
|---------|----------------------------|-------------|
| 1993    | 0,167                      | 51          |
|         | 0,716                      | 49          |
| 1994    | 0,161                      | 60          |
|         | 0,691                      | 40          |

TAB. 5.1 – Résolutions temporelles moyennes obtenues à partir des données simulées.

La fonction d’acceptance (voir 3.5.3), qui permet de corriger des biais introduits par le programme de reconstruction, a également été déterminée. Elle est représentée, en fonction de la variable  $u = e^{-t/\tau}$  sur la figure 5.9.

Rappelons enfin qu’une correction est appliquée à l’impulsion reconstruite du méson B dans les données de manière à ce que l’échelle de mesure des temps soit la même dans la simulation et dans les données réelles (voir 3.5.1.2). Les mesures de l’impulsion du B effectuées dans la simulation et dans les données ont été comparées pour les événements sélectionnés dans la région du signal. Des événements sélectionnés à plus haute masse ont été utilisés pour évaluer la différence entre la simulation et les données pour le fond combinatoire. Pour les événements correspondant au signal de  $\pi^*$  la correction est:

$$P_B(simulation) = P_B(données) + 0,420 \pm 0,220 \text{ GeV}/c \quad (5.15)$$

L’incertitude qui est donnée inclut celle ( $\pm 120 \text{ MeV}/c$ ) sur la fraction d’énergie moyenne emportée par un hadron B ( $\langle X_E \rangle = 0,71 \pm 0,01$ ), celle sur la forme de la fonction de fragmentation ( $\pm 60 \text{ MeV}/c$ ) et la précision statistique de la comparaison entre les données et la simulation ( $\pm 180 \text{ MeV}/c$ ).

## 5.4 Mesure de la durée de vie du méson $\overline{B}_d^0$

### 5.4.1 Détermination des différentes composantes

La méthode du maximum de vraisemblance “non-binnée” est utilisée pour mesurer la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$ . Comme indiqué précédemment, la zone du signal correspond

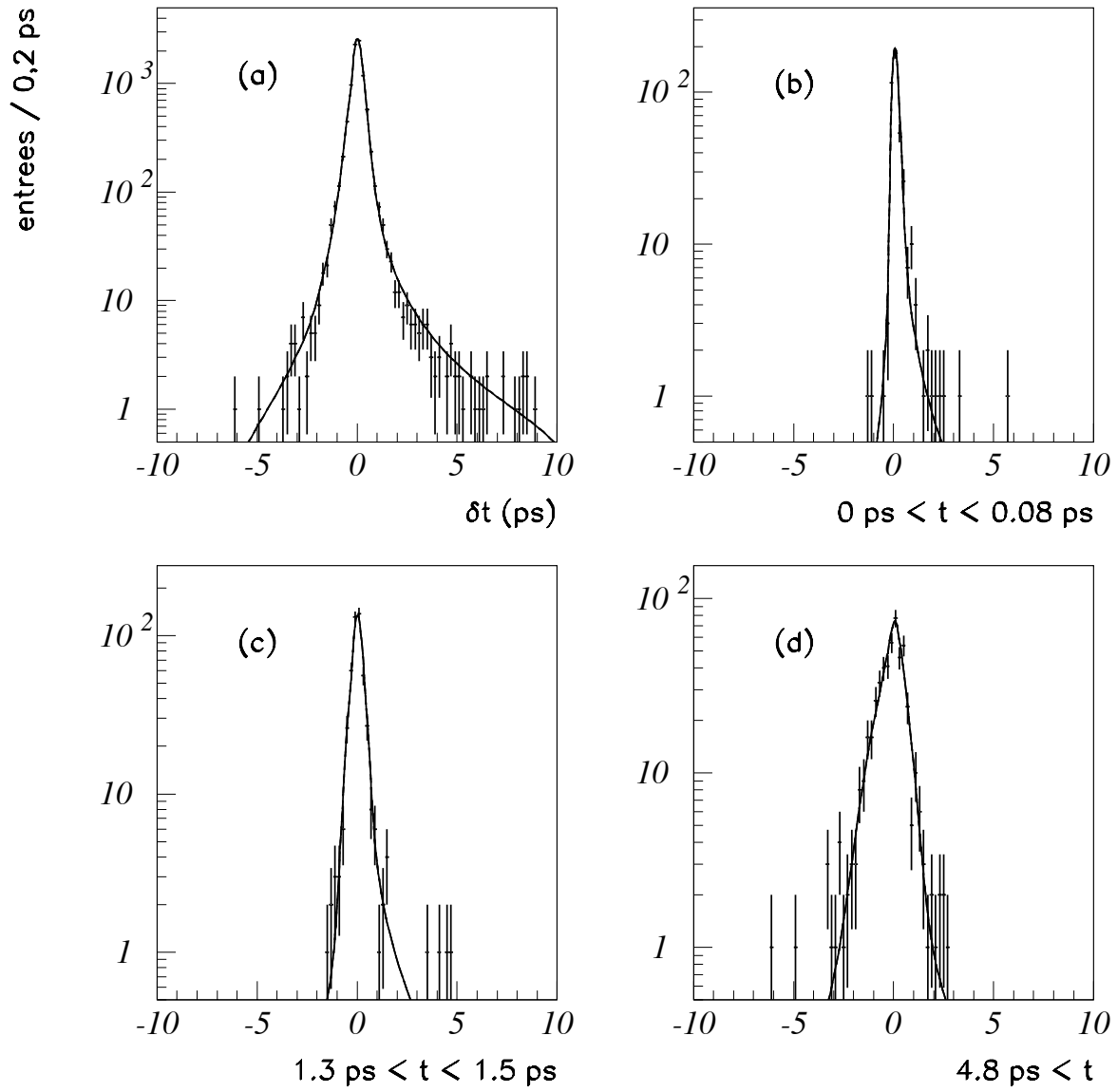


FIG. 5.8 – Paramétrisation de la résolution temporelle. En (a), résultat global, et de (b) à (d), en fonction du temps vrai du B.

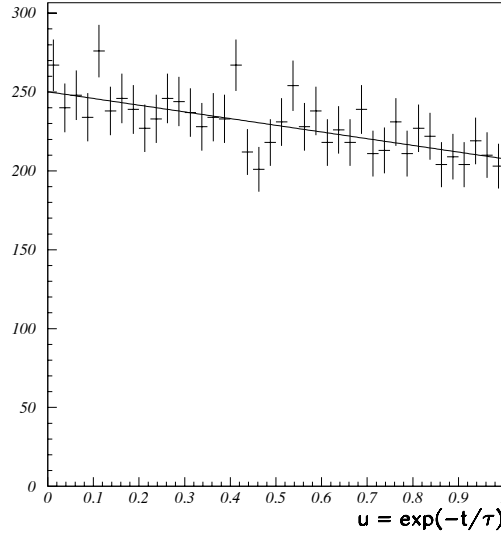


FIG. 5.9 – Correction d'acceptance,  $t$  étant le temps vrai du  $B$ .

à  $\delta(m) \in [0, 14; 0, 16]$  GeV/c<sup>2</sup>. La distribution en temps et l'importance attendues pour chacune des composantes contribuant dans cet intervalle doivent être évaluées.

#### 5.4.1.1 Composantes dans le signal

Pour ces événements, par définition, le  $\pi^*$  est issu de la désintégration d'un  $D^*$ . On va distinguer les différentes contributions à partir de la provenance du lepton:

**- le lepton vient d'une désintégration semi-leptonique directe de  $B$ .**

La distribution de probabilité du temps de désintégration est alors:

$$\mathcal{P}_b(t_i) = \int_0^\infty \left( f_d e^{-t/\tau_{B_d}} + f_u e^{-t/\tau_{B_u}} + f_s e^{-t/\tau_{B_s}} \right) \mathcal{A}(t) \mathcal{R}(t_i - t, t) dt \quad (5.16)$$

où  $\mathcal{A}(t)$  et  $\mathcal{R}(t_i - t, t)$  sont respectivement les fonctions d'acceptance et de résolution temporelle déterminées en 5.3. La fonction  $\mathcal{P}_b(t_i)$  est normalisée sur l'intervalle des temps mesurés soit de -3 à 12 ps.  $f_d$ ,  $f_u$  et  $f_s$  sont les proportions respectives de  $\overline{B}_d^0$ ,  $B^-$  et  $\overline{B}_s^0$  attendues dans le signal (nous avons négligé la contribution des baryons beaux); elles vérifient:

$$f_d + f_u + f_s = 1 \quad (5.17)$$

Les valeurs de ces proportions, normalisées par rapport à la contribution  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$ , obtenues dans la simulation ont été rassemblées dans la table 5.2. L'estimation de ces

proportions, après reconstruction et sélection du signal, a été faite à partir de 2 millions d'événements simulés  $Z^0 \rightarrow q\bar{q}$  avec la configuration du détecteur de 1993 et 4,2 millions pour 1994.

| Canal                                                                                                 | proportion<br>à la génération (%) | proportion<br>après reconstruction (%) | correction                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------|
| $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$                                      | 100                               | 100                                    | 1                                 |
| $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{**+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$<br>$D^{**+} \rightarrow D^{*+} X$   | $9,9 \pm 0,3$                     | $8,8 \pm 0,3$                          | $\epsilon_d^{**} = 0,89 \pm 0,04$ |
| $B^- \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$<br>$D^{*0} \rightarrow D^{*+} X$                  | $20,5 \pm 0,4$                    | $16,0 \pm 0,5$                         | $\epsilon_u^{**} = 0,78 \pm 0,03$ |
| $\overline{B}_s^0 \rightarrow D_s^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$<br>$D_s^{*+} \rightarrow D^{*+} X$ | $2,8 \pm 0,1$                     | $2,4 \pm 0,2$                          | $\epsilon_s^{**} = 0,86 \pm 0,08$ |

TAB. 5.2 – Proportions de  $\overline{B}_d^0$ ,  $B^-$  et  $\overline{B}_s^0$  dans l'état final  $\pi^* - \ell$  normalisées à la transition  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell$  obtenues à partir de la simulation.

Il faut également tenir compte du fait que les rapports d'embranchement utilisés dans la simulation doivent être corrigés pour être en accord avec les mesures du taux de production de  $D^{**}$  dans les désintégrations semi-leptoniques (voir 5.2.1). On en déduit les proportions attendues dans les données:

$$f_q = \frac{\epsilon_q^{**} R(B_q)}{\sum_q \epsilon_q^{**} R(B_q) + (1 - R)} \quad (5.18)$$

où  $R(B_q)$  sont les proportions de  $D^*$  issues des désintégrations de  $D^{**}$  pour les différents types de mésons B données dans les relations 5.6 et  $R$  le rapport défini en 5.4. Finalement, on obtient:

$$f_u = (13 \pm 5)\%, \quad f_d^{**} = (8 \pm 3)\%, \quad f_s = (1,5 \pm 1,5)\% \quad (5.19)$$

et  $f_d = 1 - f_u - f_s$  contient aussi la fraction de  $D^*$  produits dans les désintégrations des  $D^{**}$  ( $f_d^{**}$ ). Les incertitudes dominantes, dans ces évaluations proviennent de celles sur la mesure du taux de production de  $D^*$  issus de  $D^{**}$ .

#### - leptons issus de cascades et faux leptons :

Au paragraphe 5.2.2 nous avons remarqué que cette composante devait être très faible. Le résultat de la simulation est :

$$f_{bc} = (1,0 \pm 0,1)\% \quad (5.20)$$

l'incertitude provient de la statistique utilisée. De même nous obtenons:

$$f_h = (2,8 \pm 0,2)\% \quad (5.21)$$

Compte tenu de la faiblesse de ces deux composantes, nous les avons regroupées ( $f_{bch} = 3,8 \pm 0,3 \%$ ) et avons paramétré leur distribution en temps à partir de la simulation. La figure 5.10 représente le résultat obtenu qui sera noté  $\mathcal{P}_{bch}(t_i)$ .

La densité de probabilité temporelle du signal devient:

$$\mathcal{P}_{signal}(t_i) = f_b \mathcal{P}_b(t_i) + f_{bch} \mathcal{P}_{bch}(t_i) \quad (5.22)$$

avec  $f_b + f_{bch} = 1$ .

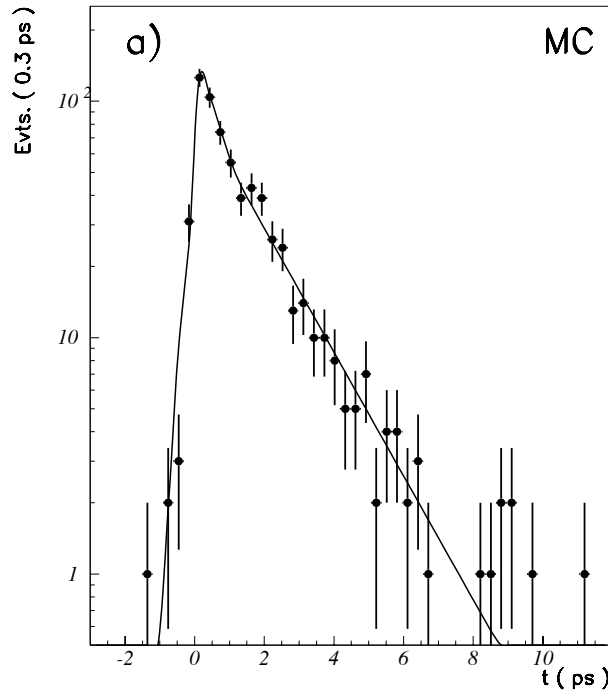


FIG. 5.10 – Paramétrisation de la distribution du temps de désintégration des faux leptons et des cascades.

### 5.4.1.2 Composantes dans le fond combinatoire

Pour mesurer la distribution en temps du fond combinatoire dans la région du signal, nous allons utiliser les événements situés entre 0,2 et 0,3 GeV/c<sup>2</sup> dans la distribution en  $\delta(m)$ . Ceci suppose que l'on maîtrise le passage entre ces deux zones de masses ; aussi plusieurs vérifications ont elles été mises en place :

**- distributions en temps pour les événements de mauvais signe :**

Les durées de vie moyennes pour les combinaisons de mauvais signe, dans la région du signal et à plus haute masse, ont été mesurées dans les données et dans la simulation. La figure 5.11 illustre la stabilité de cette moyenne en fonction de  $\delta(m)$ . Nous avons reporté les valeurs correspondantes dans le tableau 5.3.

| échantillon                   | $\delta(m) \in [0,14; 0,16] \text{ GeV}/c^2$ | $\delta(m) \in [0,20; 0,30] \text{ GeV}/c^2$ |
|-------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Données 91-93 (mauvais signe) | $\tau_{comb.} = 1,248 \pm 0,056 \text{ ps}$  | $\tau_{comb.} = 1,162 \pm 0,017 \text{ ps}$  |
| Données 94 (mauvais signe)    | $\tau_{comb.} = 1,146 \pm 0,052 \text{ ps}$  | $\tau_{comb.} = 1,080 \pm 0,017 \text{ ps}$  |
| Simulation 94 (mauvais signe) | $\tau_{comb.} = 1,216 \pm 0,032 \text{ ps}$  | $\tau_{comb.} = 1,137 \pm 0,009 \text{ ps}$  |
| Simulation 94 (bon signe)     | $\tau_{comb.} = 1,225 \pm 0,028 \text{ ps}$  | $\tau_{comb.} = 1,191 \pm 0,009 \text{ ps}$  |

TAB. 5.3 – Comparaison entre les données et la simulation de la durée de vie moyenne du fond combinatoire dans les deux intervalles considérés en  $\delta(m)$ .

Les écarts,  $\delta(\tau_{comb.})$ , sont donc les suivants pour les événements situés dans l'un ou l'autre de ces intervalles:

| échantillon                   | $\delta(\tau_{comb.})$       |
|-------------------------------|------------------------------|
| Données 91-93 (mauvais signe) | $0,086 \pm 0,058 \text{ ps}$ |
| Données 94 (mauvais signe)    | $0,066 \pm 0,055 \text{ ps}$ |
| Simulation 94 (mauvais signe) | $0,079 \pm 0,033 \text{ ps}$ |
| Simulation 94 (bon signe)     | $0,034 \pm 0,029 \text{ ps}$ |

TAB. 5.4 – Comparaison de l'écart sur la durée de vie moyenne du fond combinatoire dans les deux intervalles considérés en  $\delta(m)$  et pour différents échantillons sélectionnés dans les données et la simulation.  $\delta(\tau_{comb.}) = \tau_{comb.}^{[0,14; 0,16]} - \tau_{comb.}^{[0,20; 0,30]}$ .

Pour la configuration de mauvais signe, la simulation et les données sont en bon accord (La comparaison entre les données de 91-93 et la simulation de 94 fait intervenir une correction pour tenir compte du fait que, à cause de la plus mauvaise résolution en temps dans la première partie des données, on mesure systématiquement des temps plus grands) :

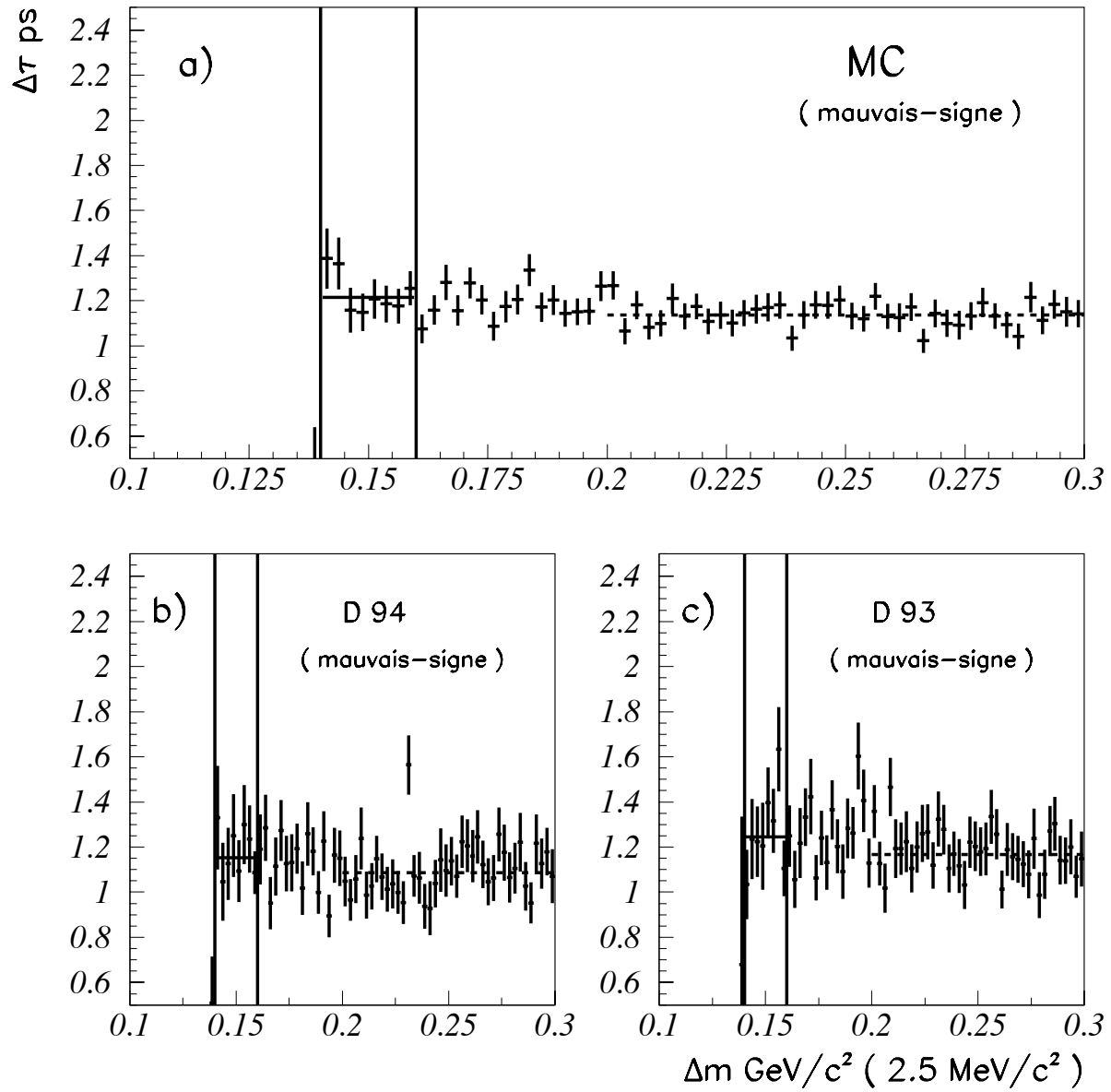


FIG. 5.11 – Distributions de la durée de vie moyenne du fond combinatoire de mauvais signe en fonction de  $\delta(m)$  avec en (a), la simulation, en (b), données 94 et en (c), données 91-93. Les séparations verticales correspondent à la zone de masse du signal. Les valeurs moyennes sont ajustées par une constante et correspondent aux valeurs de la table 5.3.

$$\delta(\tau_{comb.})^{données} = 0,072 \pm 0,038 \text{ ps}, \quad \delta(\tau_{comb.})^{simulation} = 0,079 \pm 0,033 \text{ ps} \quad (5.23)$$

Nous en concluons que l'accord entre les données et la simulation a été vérifié pour la catégorie de mauvais signe à l'intérieur des incertitudes statistiques ( $\pm 0,050 \text{ ps}$ ).

Nous faisons l'hypothèse que la simulation reproduit correctement également la dépendance en  $\delta(m)$  de la durée de vie du bruit de fond combinatoire des combinaisons de bon signe. La différence de durée de vie pour les événements sélectionnés dans les deux intervalles est  $\delta(\tau_{comb.}) = 0,034 \pm 0,029 \text{ ps}$  (dernière ligne du tableau 5.4). Elle introduira une erreur systématique sur la valeur mesurée de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  (cette correction est toutefois très proche de zéro).

#### - stabilité de la proportion des composantes:

La simulation montre que la durée de vie du fond combinatoire des combinaisons de bon signe est indépendante de  $\delta(m)$  (fig 5.12-a). Ceci est également illustré sur la figure 5.12-b qui indique que les différentes composantes du fond combinatoire sont stables en fonction de  $\delta(m)$ . Sur la figure 5.12-b, on a reporté, en partant du bas les proportions de  $\overline{B}_d^0$ ,  $B^-$ ,  $\overline{B}_s^0$ , de baryons beaux, de leptons de cascade, de leptons de charme et de faux leptons.

Moyennant la correction mentionnée précédemment (compatible avec zéro), les événements de bon signe ayant des valeurs de  $\delta(m)$  comprises entre 0,2 et 0,3 GeV/c<sup>2</sup> seront utilisés pour mesurer la durée de vie du fond combinatoire. Nous ajustons donc, par la méthode du maximum de vraisemblance, les deux distributions suivantes:

$$\begin{cases} \delta(m) \in [0, 14; 0, 16] \rightarrow \mathcal{P}(t_i) = (1 - f_{comb.})\mathcal{P}_{signal}(t_i) + f_{comb.}\mathcal{P}_{comb.}(t_i) \\ \delta(m) \in [0, 20; 0, 30] \rightarrow \mathcal{P}(t_i) = \mathcal{P}_{comb.}(t_i) \end{cases} \quad (5.24)$$

La fonction  $\mathcal{P}_{comb.}(t_i)$  utilisée est la superposition de deux exponentielles et de trois Gaussiennes et est normalisée à l'unité entre -3 et 12 ps.

### 5.4.2 Mesures des temps de vie dans la simulation

Nous appliquons tout d'abord la procédure d'ajustement au signal seul qui correspond au canal  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\overline{\nu}_\ell$ . La distribution de probabilité  $\mathcal{P}(t_i)$  est une loi exponentielle convoluée avec la fonction de résolution temporelle et multipliée par la fonction d'acceptance. La statistique utilisée équivaut à 4,6 millions d'événements  $Z^0 \rightarrow q\overline{q}$  avec la configuration 1993 du détecteur et à 7,6 millions pour la configuration 1994. Ceci correspond à 4416 événements analysés en 1993 et à 8810 en 1994. La durée de vie des mésons  $\overline{B}_d^0$  dans la simulation est de 1,6 ps et les valeurs retrouvées sont (voir Figure 5.12):

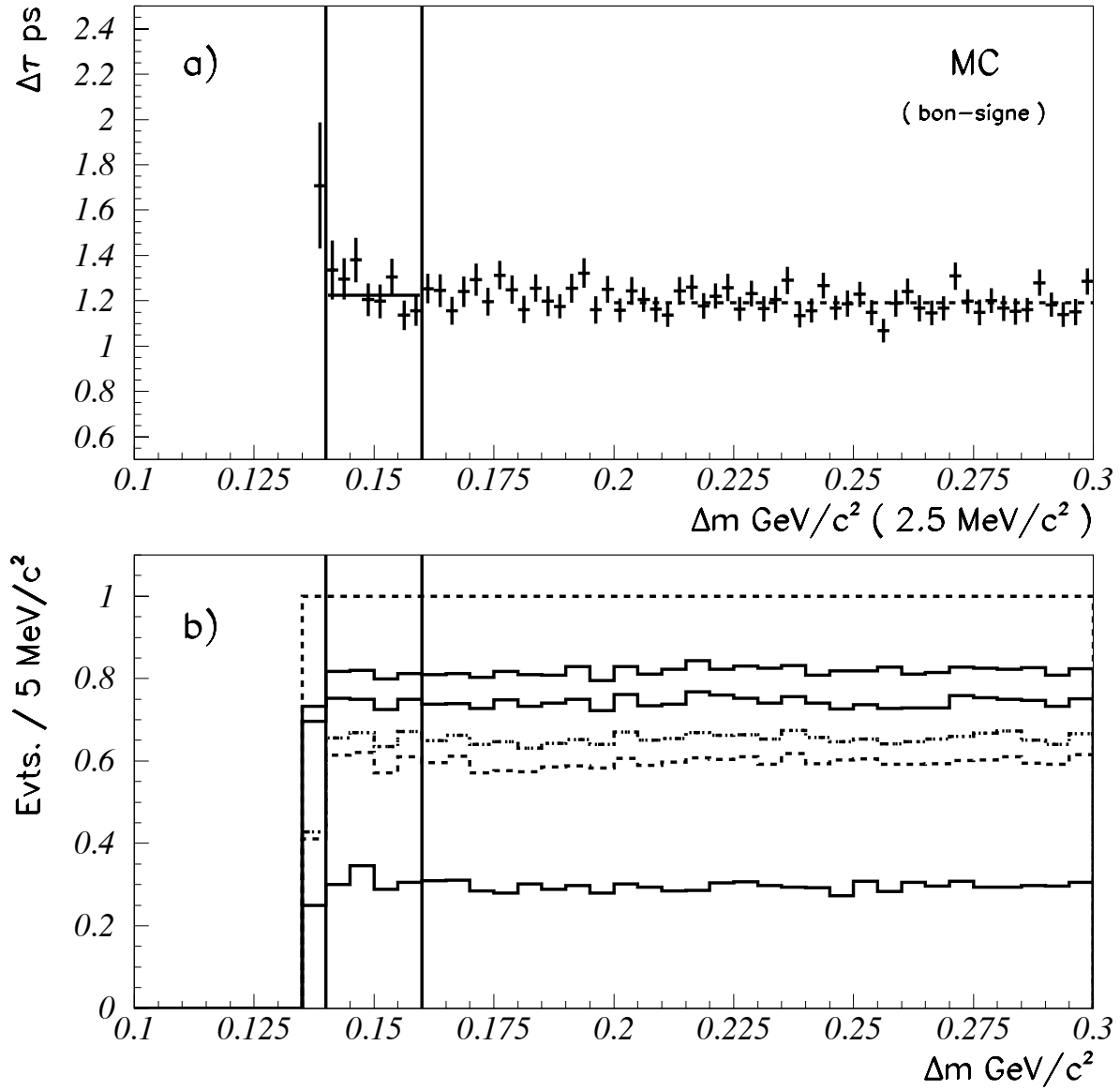


FIG. 5.12 – (a) Durée de vie moyenne du fond combinatoire de la configuration de bon signe (simulation). (b) Stabilité des composantes du fond combinatoire en fonction de  $\delta(m)$  avec de bas en haut les proportions de  $\overline{B}_d^0$ ,  $B^-$ ,  $\overline{B}_s^0$ , baryons beaux, de leptons de cascade, de leptons de charme et de faux leptons.

$$\tau(\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell) = 1,574 \pm 0,028 \text{ ps (1993)}, = 1,576 \pm 0,018 \text{ ps (1994)} \quad (5.25)$$

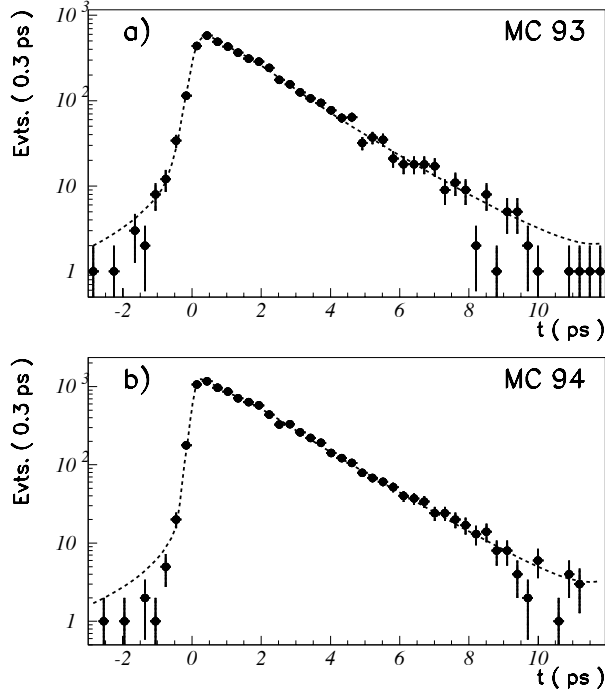


FIG. 5.13 – Ajustement de la durée de vie du signal pur  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}$  dans la simulation 93 (a) et 94 (b).

Afin de tenir compte d'un biais éventuel lié à la paramétrisation des fonctions de résolution ou à l'évaluation de la fonction d'acceptance nous corrigerons les valeurs du temps de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  mesurées dans les données par:

$$\delta\tau^{93} = +0,026 \pm 0,028 \text{ ps}, \quad \delta\tau^{94} = +0,024 \pm 0,018 \text{ ps} \quad (5.26)$$

Nous avons également appliqué la procédure complète d'ajustement aux événements simulés sélectionnés à partir de 4,2 millions de désintégrations  $Z^0 \rightarrow q\overline{q}$ . Le temps reconstitué pour le  $\overline{B}_d^0$  est (voir Figure 5.13):

$$\tau(\overline{B}_d^0)^{MC94} = 1,586 \pm 0,030 \text{ ps} \quad (5.27)$$

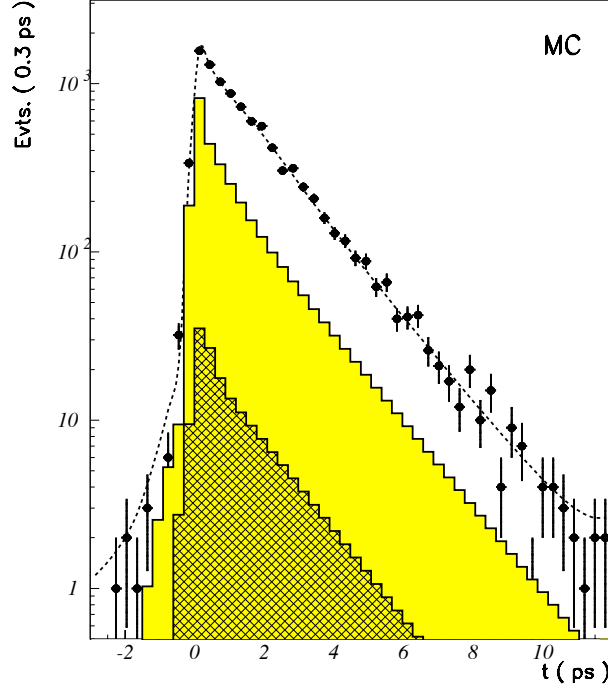


FIG. 5.14 – Ajustement de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  dans la simulation complète. On distingue du plus foncé au plus clair, la contribution des faux leptons, du fond combinatoire et du signal.

### 5.4.3 Mesure de la durée de vie du méson $\overline{B}_d^0$

La même méthode est appliquée aux données qui représentent 3,2 millions de désintégrations hadroniques du  $Z^0$  enregistrées de 1991 à 1994. Dans l'intervalle  $\delta(m) \in [0, 14; 0, 16] \text{ GeV}/c^2$ , on a sélectionné 3 254 événements de 1991 à 1993 et 2 712 en 1994. Pour  $\delta(m) \in [0, 20; 0, 30] \text{ GeV}/c^2$ , les chiffres correspondants sont 11 881 et 9 549.

Les valeurs mesurées pour la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  sont respectivement (voir Figure 5.14 :

$$\begin{cases} \tau(\overline{B}_d^0) = 1,506_{-0,056}^{+0,057} \text{ ps (1991 – 1993),} \\ \tau(\overline{B}_d^0) = 1,455_{-0,050}^{+0,052} \text{ ps (1994)} \end{cases} \quad (5.28)$$

### 5.4.4 Étude des erreurs systématiques

Les sources d'erreurs systématiques ainsi que leurs contributions sont résumées dans la Table 5.6.

- **niveau du bruit de fond combinatoire :** Nous l'avons fait varier suivant les erreurs statistiques données par l'équation 5.13.

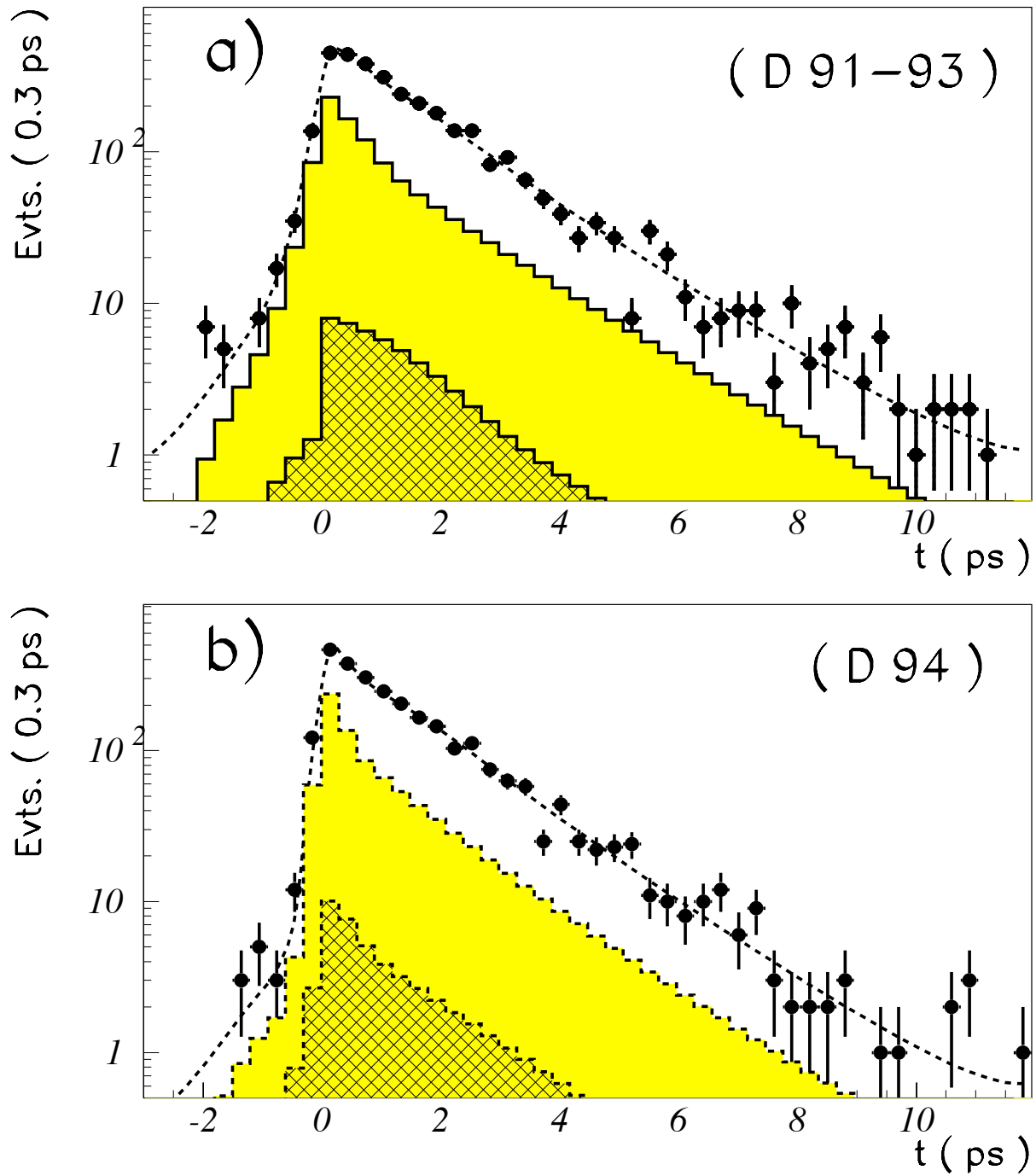


FIG. 5.15 – Ajustement de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  dans les données 91-93 (a) et 94 (b). On distingue du plus foncé au plus clair, la contribution des faux leptons, du fond combinatoire et du signal.

- **forme de la distribution temporelle utilisée pour décrire le bruit de fond combinatoire :** Ayant ajusté simultanément la distribution temporelle du signal et du fond combinatoire, les fluctuations statistiques affectant l'évaluation des paramètres de la fonction utilisée pour ce dernier sont prise en compte. Il reste un arbitraire sur le choix de la forme fonctionnelle utilisée. Nous avons fait l'exercice avec 2 Gaussiennes + 1 exponentielle, 3 Gaussiennes + 1 exponentielle et 3 Gaussiennes + 2 exponentielles l'écart maximal sur la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  est de 0,005 ps.
- **stabilité temporelle du fond combinatoire en  $\delta(m)$  :** Nous avons indiqué au 5.4.1.2 quelle était l'incertitude avec laquelle nous contrôlions la stabilité de la durée de vie du fond combinatoire dans la région du signal. La durée de vie moyenne dans cet intervalle est une combinaison linéaire de celle du fond et du signal:

$$\langle \tau \rangle = (1 - f_{comb.})\tau(\overline{B}_d^0) + f_{comb.}\tau_{comb.} \quad (5.29)$$

On peut déduire de cette relation l'incertitude et un éventuel déplacement induits sur le signal par une variation de la durée de vie du fond combinatoire:

$$\delta\tau(\overline{B}_d^0) = -\frac{f_{comb.}}{1 - f_{comb.}}\delta\tau_{comb.} \quad (5.30)$$

La différence observée au paragraphe 5.4.1.2,  $\delta\tau_{comb.} = 0,034 \pm 0,029$  ps, induit donc une variation  $\delta\tau(\overline{B}_d^0) = -0,015 \pm 0,012$  ps. Il faut cependant considérer qu'il reste, dans la région  $[0,2 ; 0,3]$  GeV/c dans la configuration de bon signe, une contribution due aux  $D^{*+}$  issus de la désintégration du  $\overline{B}_d^0$ . La correction finale est donc  $\delta\tau(\overline{B}_d^0) = -0,012 \pm 0,013$  ps.

En revanche, l'erreur sur l'accord entre les données réelles et la simulation pour la configuration de mauvais signe  $\delta(\tau_{comb.})^{données} - \delta(\tau_{comb.})^{simulation} = 0,007 \pm 0,050$  ps (voir equ. 5.23) contribue à une incertitude systématique:  $\delta\tau(\overline{B}_d^0) = \pm 0,022$  ps.

La contribution finale est donc  $\delta\tau(\overline{B}_d^0) = \pm 0,026$  ps.

- **incertitudes sur les paramétrisations du signal.** Ceci concerne les fonctions utilisées pour décrire la résolution temporelle et l'acceptance. Il a été vérifié en 5.4.2 que l'on retrouvait bien, dans la simulation, la durée de vie générée. La précision de ce contrôle est incluse dans l'erreur systématique.
- **similarité de la mesure absolue du temps entre les données et la simulation :** Le temps de désintégration est obtenu en faisant le rapport entre la distance de vol du méson  $\overline{B}_d^0$  et son impulsion. Il convient de vérifier si des différences

résiduelles entre le détecteur réel et sa simulation n’induisent pas des décalages systématiques sur ces deux quantités. Comme il a été indiqué dans le chapitre 3, la précision de reconstruction des traces chargées au voisinage du point d’interaction des faisceaux, dans la simulation, a été vérifiée à partir des données réelles. Après cet ajustement, la proportion de traces bien mesurées, le nombre moyen de couches du VD associées à une trace et les incertitudes sur la mesure du paramètre d’impact sont similaires entre les données et la simulation. La distribution de la multiplicité des traces chargées au vertex du B a également été corrigée. Les incertitudes induites sur la mesure de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  par les erreurs résiduelles estimées sur ces ajustements sont résumées dans la Table 5.5.

| Test effectué                                 | Variation                                           | erreur sur $\tau(\overline{B}_d^0)$ (ps) |
|-----------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------------------------|
| paramétrisation des traces mal mesurées       | 3 Gaussiennes ou<br>2 Gaussiennes et 1 Breit-Wigner | $\pm 0,008$                              |
| proportion des traces mal mesurées            | $\pm 10\%$ (en relatif)                             | $\pm 0,016$                              |
| dégradation supplémentaire de la simulation   | $\pm 20\%$ (en relatif)                             | $\pm 0,010$                              |
| multiplicité des couches associées dans le VD | $\pm 50\%$ (en relatif)                             | $\pm 0,005$                              |
| multiplicité au vertex                        |                                                     | $\pm 0,001$                              |
| total                                         |                                                     | $\pm 0,021$                              |

TAB. 5.5 – *Erreurs systématiques liées au contrôle des paramètres de reconstruction des traces chargées au voisinage du point d’interaction des faisceaux.*

Le contrôle de la mesure absolue de l’impulsion du méson B a été expliqué en 5.15.

- **taux de  $B^-$  dans le signal** : La proportion de  $\pi^*$  issus de désintégrations semi-leptoniques de mésons  $B^-$  dépend du taux de production d’états  $D^{*+}$  ceci a été étudié en 5.5.1.
- **durée de vie des événements issus de  $B^-$**  : Deux sources d’incertitude sont à envisager : celle venant de la connaissance de la durée de vie du  $B^-$  et celle provenant du fait que les paramétrisations utilisées pour le signal ont été faites à partir du canal  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+}\ell^-\overline{\nu}_\ell$  alors que les  $\pi^*$  issus du  $B^-$  viennent de la transition :  $B^- \rightarrow D^{*+}\pi^-\ell^-\overline{\nu}_\ell X$ . Ceci a été étudié avec la simulation et aucun biais n’a été observé puisque le temps reconstruit pour ce type d’événements est :

$$\tau(B^-) = 1,594_{-0,040}^{+0,042} \text{ ps} \quad (5.31)$$

L’incertitude statistique sur ce test a été incluse dans les erreurs systématiques. Un travail similaire a été effectué pour la contribution provenant des mésons  $B_s^0$ .

- **effet des  $D^{**}$  dans les désintégrations semileptoniques du  $\overline{B}_d^0$** : De même que pour le  $B^-$  nous devons évaluer l'effet des incertitudes sur le taux de  $D^{**}$  dans les désintégrations semi-leptoniques du  $\overline{B}_d^0$  et le biais éventuel sur la mesure du temps de désintégration de ces événements. Dans la simulation nous avons mesuré:

$$\tau(\overline{B}_d^0) = 1,513 \pm 0,054 \text{ ps} \quad (5.32)$$

pour ces événements ce qui indique un biais de  $-0,087 \pm 0,054 \text{ ps}$ . Nous avons corrigé la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  de cet effet en tenant compte de l'abondance de ce canal et l'incertitude sur cette correction a été incluse dans l'erreur systématique.

| source                                                 | Variation                      | erreur sur $\tau(\overline{B}_d^0)$ (ps) |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------|------------------------------------------|
| proportion du bruit de fond                            | $\pm 0,015$                    | $\pm 0,011$                              |
| paramétrisation du fond $\mathcal{P}_{comb.}(t)$       |                                | $\pm 0,005$                              |
| dépendance en $\delta(m)$ de $\mathcal{P}_{comb.}(t)$  |                                | $\pm 0,026$                              |
| statistique du Monte-Carlo                             |                                | $\pm 0,028$ (1993)<br>$\pm 0,018$ (1994) |
| mesure absolue de l'impulsion des hadrons B            |                                | $\pm 0,013$ (1993)<br>$\pm 0,010$ (1994) |
| différences data/simulation sur la précision de mesure | voir Table 5.5                 | $\pm 0,021$                              |
| $D^{**}$ dans les $B^-$                                | $(13 \pm 5)\%$                 | $\pm 0,005$                              |
| incertitude sur $\tau(B^-)$                            | $(1,647 \pm 0,050) \text{ ps}$ | $\pm 0,006$                              |
| $D^{**}$ dans les $\overline{B}_s^0$                   | $(1,5 \pm 1,5)\%$              | $\pm 0,005$                              |
| incertitude sur $\tau(\overline{B}_s^0)$               | $(1,573 \pm 0,096) \text{ ps}$ | $\pm 0,002$                              |
| $D^{**}$ dans les $\overline{B}_d^0$                   | $(8 \pm 3)\%$                  | $\pm 0,005$                              |
| proportion de faux leptons et de leptons de cascades   | $(3,8 \pm 2,0)\%$              | $\pm 0,007$                              |
| total                                                  |                                | $\pm 0,049$ (1993)<br>$\pm 0,043$ (1994) |

TAB. 5.6 – *Incertitudes systématiques sur la mesure de la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$ .*

#### 5.4.5 Durée de vie mesurée pour le méson $\overline{B}_d^0$

Après avoir corrigé pour tenir compte des biais possibles induits:

- par les paramétrisations utilisées et que nous avons étudiées avec la simulation ( $+0,026 \pm 0,028 \text{ ps}$  en 1993 et  $+0,024 \pm 0,018 \text{ ps}$  en 1994),

- par l'effet des états  $D^{**}$  présents dans les désintégrations semi-leptoniques des mésons  $\overline{B}_d^0$  ( $+0,008 \pm 0,005$  ps),
- par une éventuelle durée de vie plus grande du fond combinatoire sous le signal qu'à plus hautes valeurs de  $\delta(m)$  ( $-0,012 \pm 0,013$  ps).

les valeurs obtenues pour la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  dans les deux ensembles de données sont respectivement:

$$\begin{cases} \tau(\overline{B}_d^0) = 1,528_{-0,056}^{+0,057} \pm 0,049 \text{ ps} (1991 - 1993), \\ \tau(\overline{B}_d^0) = 1,475_{-0,050}^{+0,052} \pm 0,043 \text{ ps} (1994) \end{cases} \quad (5.33)$$

et la valeur combinée est de:

$$\tau(\overline{B}_d^0) = 1,500_{-0,037}^{+0,038} \pm 0,041 \text{ ps} \quad (5.34)$$

La stabilité de ce résultat a été vérifiée (Table 5.7) en faisant varier les limites de l'intervalle temporel à l'intérieur duquel on a sélectionné les événements.

| $t_{min.}$ | $t_{max.}$ | $\tau(\overline{B}_d^0)$ (ps) |
|------------|------------|-------------------------------|
| -3.        | 12.        | $1,500 \pm 0,038$             |
| 0.         | 12.        | $1,520 \pm 0,049$             |
| 1.         | 12.        | $1,512 \pm 0,056$             |
| 2.         | 12.        | $1,553 \pm 0,077$             |
| 0.         | 8.         | $1,512 \pm 0,046$             |
| 1.         | 8.         | $1,497 \pm 0,057$             |
| 2.         | 8.         | $1,535 \pm 0,092$             |

TAB. 5.7 – *Stabilité de la durée de vie mesurée pour différents choix de l'intervalle de sélection temporelle.*

Cette nouvelle mesure de la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  est comparée aux résultats obtenus par les autres expériences sur la figure 5.16. La précision de cette mesure est comparable à la moyenne mondiale issue de la combinaison de plusieurs mesures effectuées par les expériences LEP et CDF. Il faut aussi souligner que d'après l'étude des sources d'erreurs systématiques que nous avons faite (voir Table 5.6), la composante principale est d'origine statistique. On doit donc pouvoir améliorer la connaissance de la durée de vie du méson  $\overline{B}_d^0$  en combinant les résultats que les autres expériences, à LEP, obtiendront en utilisant l'approche proposée ici.

# Duree de vie du $B_d^0$ $\tau(B_d^0)$

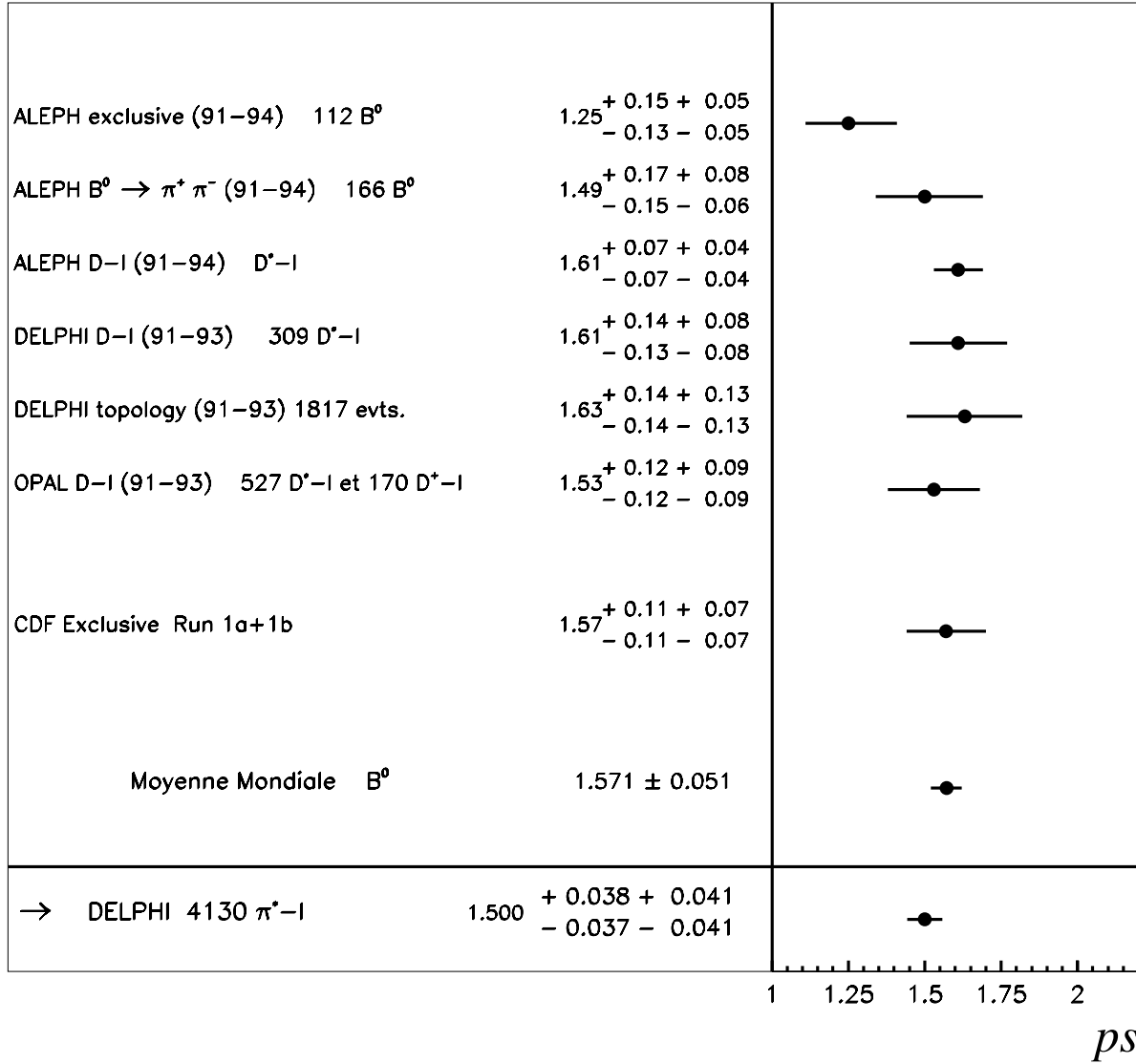


FIG. 5.16 – Comparaison de notre mesure de la durée de vie du  $\overline{B}_d^0$  et des autres mesures disponibles.

### 5.4.6 Evaluation de la constante de désintégration $f_B$

Dans le chapitre 1 nous avons rappelé le lien existant entre la différence des durées de vie des mésons  $B_d^0$  et  $B^-$  et la constante de désintégration  $f_B$  [5]:

$$\frac{\tau(B^-)}{\tau(B_d^0)} = 1 + 0,05 \times \left( \frac{f_B}{200 MeV} \right)^2 \quad (5.35)$$

Afin d'améliorer la précision sur notre connaissance des durées de vie nous pouvons utiliser l'ensemble des mesures disponibles qui comprennent celles pour les différents hadrons B mais aussi la mesure inclusive de durée de vie ainsi que les paramètres permettant de contraindre les taux de production des différents types de hadrons B dans un jet comme  $\bar{\chi}$  et  $\chi_d$  (voir au Chapitre 6). Les valeurs expérimentales actuelles de ces paramètres sont données dans la table 5.8.

| Paramètre                             | Valeur                                                 | Référence |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------|
| Durée de vie inclusive                | $\langle \tau(b) \rangle = 1,567 \pm 0,020 \text{ ps}$ | [6]       |
| Durée de vie du $B_d^0$               | $\tau(B_d^0) = 1,571 \pm 0,051 \text{ ps}$             | [7]       |
| Durée de vie du $B^-$                 | $\tau(B^-) = 1,647 \pm 0,050 \text{ ps}$               | [7]       |
| Durée de vie du $B_s^0$               | $\tau(B_s^0) = 1,573 \pm 0,096 \text{ ps}$             | [7]       |
| Durée de vie des baryons              | $\tau(\Lambda_b^0) = 1,193 \pm 0,069 \text{ ps}$       | [7]       |
| Taux de baryons                       | $P_{\Lambda_b^0} = 11,6 \pm 3,2 \%$                    | [8]       |
| Probabilité d'oscillation (LEP)       | $\bar{\chi} = 0,115 \pm 0,006$                         | [9]       |
| Probabilité d'oscillation des $B_d^0$ | $\chi_d = 0,170 \pm 0,011$                             | [9]       |

TAB. 5.8 – Mesures permettant de relier les durées de vie et les taux de production des hadrons B.

et elles satisfont aux relations:

$$\begin{aligned}
P_d + P_u + P_s + P_{\Lambda_b^0} &= 1, \\
P_d &= P_u, \\
\bar{\chi} &= P_d \chi_d + P_s \chi_s, \\
\chi_s &= 0,5, \\
\langle \tau(b) \rangle &= P_d \tau(B_d^0) + P_u \tau(B^-) + P_s \tau(B_s^0) + P_{\Lambda_b^0} \tau(\Lambda_b^0).
\end{aligned} \quad (5.36)$$

Nous avons effectué un ajustement de 7 quantités indépendantes, à partir des mesures données dans la table 5.8 et des contraintes précédentes. Nous avons choisi, comme variables, les 4 valeurs des durées de vie des hadrons B, les taux de production des mésons  $B_d^0$  et  $B_s^0$  dans les jets et le paramètre d'oscillation  $\chi_d$ . Les valeurs après ajustement sont reportées dans la table 5.9

Les précisions sur  $\tau(B_d^0)$  et  $\tau(B^-)$  sont améliorées par cette procédure, il faut noter que ces deux valeurs sont maintenant corrélées par un coefficient valant -0,34.

| Paramètre                             | Valeur ajustée      |   |       |                        |
|---------------------------------------|---------------------|---|-------|------------------------|
| Taux de production de $B_d^0$         | $P_d$               | = | 39,6  | $\pm 2,0\%$            |
| Taux de production de $B_s^0$         | $P_s$               | = | 9,5   | $\pm 1,9\%$            |
| Probabilité d'oscillation des $B_d^0$ | $\chi_d$            | = | 0,170 | $\pm 0,011$            |
| Durée de vie du $B_d^0$               | $\tau(B_d^0)$       | = | 1,577 | $\pm 0,044 \text{ ps}$ |
| Durée de vie du $B^-$                 | $\tau(B^-)$         | = | 1,653 | $\pm 0,043 \text{ ps}$ |
| Durée de vie du $B_s^0$               | $\tau(B_s^0)$       | = | 1,579 | $\pm 0,093 \text{ ps}$ |
| Durée de vie des baryons              | $\tau(\Lambda_b^0)$ | = | 1,196 | $\pm 0,068 \text{ ps}$ |

TAB. 5.9 – Valeurs préférées pour les 7 paramètres.

Si l'on ajoute notre mesure de la durée de vie du méson  $B_d^0$ , la valeur moyenne mondiale devient  $\tau(B_d^0) = 1,538 \pm 0,038 \text{ ps}$  et en faisant l'ajustement précédent on obtient :  $\tau(B_d^0) = 1,548 \pm 0,035 \text{ ps}$  et  $\tau(B^-) = 1,664 \pm 0,042 \text{ ps}$ . L'application de l'équation 5.35 permet d'évaluer  $f_B$  (en tenant compte de la corrélation mentionnée précédemment pour évaluer l'erreur):

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_B}{200 \text{ MeV}}\right)^2 &= 0,98 \pm 0,93, \text{ avant notre mesure,} \\ \left(\frac{f_B}{200 \text{ MeV}}\right)^2 &= 1,51 \pm 0,82, \text{ après notre mesure} \end{aligned}$$

Ce dernier résultat conduit à  $f_B = 250_{-80}^{+60} \text{ MeV}$ . La précision sur ce résultat est trompeuse puisque l'on mesure en réalité  $f_B^2$  ... Cependant, si dans l'avenir on parvient à améliorer notre connaissance des durées de vie du  $B_d^0$  (notamment par la méthode étudiée dans cette thèse), du  $B^-$  et de la durée de vie inclusive on disposera d'une voie prometteuse pour évaluer  $f_B$ .

# Bibliographie

- [1] D. Buskulic et al., (ALEPH Coll.), *Phys. Lett. B* **307** (1993) 194,  
 P. Abreu et al., (DELPHI Coll.), *Z. Phys. C* **68** (1995) 13,  
 R. Akers et al., (OPAL Coll.), *Z. Phys. C* **67** (1995) 379,  
 D. Buskulic et al., (ALEPH Coll.), **CERN-PPE/96-14** (1996).
- [2] P. Abreu et al., (DELPHI Coll.), **CERN-PPE/96-11** (1996)
- [3] J.D. Richman and P.R. Burchat, *Rev. of Mod. Phys.* **67** (1995) 893.
- [4] D. Scora and N. Isgur, **CEBAF-TH-94-14**.
- [5] I.I. Bigi, “The QCD perspective on lifetimes of heavy-flavour hadrons”, **UND-HEP-95-Big01G02**
- [6] S. Komamiya, plenary talk on “b and c Physics”, International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, July 27-August 2, 1995.
- [7] S. Braibant, “ $B_d^0$ ,  $B^-$ ,  $B_s^0$  and  $\Lambda_b^0$  lifetimes at LEP”, proceedings of the Conference on Production and Decay of Hyperons, Charm and Beauty Hadrons, Strasbourg (1995), to appear in Nucl. Phys. B Proceedings Supplements.
- [8] H. Albrecht et al., (ARGUS Coll.), *Phys. Lett. B* **207** (1988) 109,  
*Phys. Lett. B* **269** (1991) 243; *Phys. Lett. B* **274** (1992) 239;  
*Z. Phys. C* **56** (1992) 1,  
 P. Avery et al., (CLEO Coll.), *Phys. Rev. D* **43** (1991) 3599,  
*Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 2842.
- [9] Sau Lan Wu, plenary talk on “Recent results on B meson oscillations”, 17<sup>th</sup> International Symposium on Lepton-Photon Interactions, Aug. 10-15, 1995, Beijing.

# Chapitre 6

Mesure de la fréquence d'oscillation  
du système  $B_d^0 - \overline{B_d^0}$

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                    |            |
|------------|--------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>6.1</b> | <b>Analyse lepton-charge du jet</b>                                | <b>175</b> |
| 6.1.1      | Principe de la méthode                                             | 175        |
| 6.1.2      | Composition de l'échantillon                                       | 175        |
| 6.1.3      | Contrôle de la durée de vie inclusive des hadrons beaux            | 178        |
| 6.1.3.1    | Mesure de la durée de vie inclusive des événements simulés         | 178        |
| 6.1.3.2    | Mesure de la durée de vie inclusive des événements réels           | 179        |
| 6.1.4      | Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés                 | 183        |
| 6.1.5      | Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles                    | 184        |
| 6.1.6      | Évaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$ | 185        |
| <b>6.2</b> | <b>Analyse <math>(\pi^*, \ell)</math>-charge du jet</b>            | <b>189</b> |
| 6.2.1      | Principe de la méthode                                             | 189        |
| 6.2.2      | Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés                 | 191        |
| 6.2.3      | Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles                    | 192        |
| 6.2.4      | Évaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$ | 196        |
| <b>6.3</b> | <b>Conclusion</b>                                                  | <b>197</b> |

---

Ce chapitre présente deux mesures de la fréquence d’oscillation des mésons  $B_d^0$ . Dans la première, on ne sélectionne que les événements contenant un lepton émis à grande impulsion transverse par rapport à l’axe du jet qui le contient. Dans la seconde, on utilise l’algorithme de recherche inclusive de mésons  $D^*$  exposé au chapitre précédent, afin d’augmenter la proportion de mésons  $B_d^0$  dans l’échantillon analysé.

## 6.1 Analyse lepton-charge du jet

### 6.1.1 Principe de la méthode

Dans la section 3.1, nous avons exposé les outils nécessaires à l’étude des oscillations par la dépendance temporelle du mélange  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . Rappelons les brièvement.

Pour chaque événement, trois quantités sont déterminées :

- la valeur du temps propre de désintégration,  $t$ , des mésons  $B_d^0$  ou  $\overline{B}_d^0$ . Nous utilisons l’algorithme de reconstruction du temps propre développé au paragraphe 3.4. Cet algorithme a été optimisé pour les désintégrations semi-leptoniques de mésons beaux. Les fonctions de résolution temporelle ont été déterminées au cours du paragraphe 3.5.
- l’étiquetage du quark  $b$  ou  $\bar{b}$  à la production (en  $t = 0$ ). Dans ce canal, nous utilisons la charge moyenne de l’hémisphère opposé au lepton. Le principe ainsi que les performances attendues ont été expliqués au paragraphe 3.3.
- l’étiquetage du quark  $b$  ou  $\bar{b}$  à la désintégration (c’est-à-dire au temps  $t$ ). La charge du lepton permet d’accéder à cette information (voir 3.2).

Chaque événement est ensuite classé “oscillant” ou “non-oscillant”. Il est “oscillant” si l’étiquetage à la production et à la désintégration concluent, pour le méson B, à un contenu en quark  $b$  opposé, et “non-oscillant” dans le cas contraire. Les distributions du temps propre des candidats “oscillants” et “non-oscillants” sont ensuite ajustées grâce à la méthode du maximum de vraisemblance exposée au chapitre 4.

Deux paramètres sont laissés libres dans l’ajustement : la fréquence d’oscillation,  $\Delta m_d$ , ainsi que la pureté de l’étiquetage,  $\epsilon_{jet}^b$ , obtenue à partir de la mesure de la charge moyenne de l’hémisphère opposé au lepton. Ceci est indispensable car il est extrêmement difficile, dans le cas où l’on aurait fixé la valeur de  $\epsilon_{jet}^b$ , de contrôler les différences entre les données réelles et la simulation affectant la valeur de ce paramètre (voir discussion dans le chapitre 3).

### 6.1.2 Composition de l’échantillon

Au chapitre 3, nous avons exposé les coupures cinématiques appliquées aux événements. Nous en avons déduit, au paragraphe 3.2.3, la composition des échantillons sélectionnés en termes de lepton-direct, de cascade, de charme ou contenant un lepton identifié incorrectement (faux leptons). Cependant, les paramètres utilisés lors de la génération de la simula-

tion Monte-Carlo ne correspondent pas forcément aux mesures actuelles effectuées par les expériences LEP, ARGUS et CLEO. Nous avons donc pondéré la simulation, de manière indépendante pour les simulations de 1993 et de 1994 qui correspondaient à des choix de paramètres différents, afin de reproduire les taux d'embranchement mesurés [1] qui sont résumés dans la table 6.1.

| Paramètre                                    | mesure [1]            |
|----------------------------------------------|-----------------------|
| $BR(b \rightarrow \ell)$                     | $(10,91 \pm 0,38) \%$ |
| $BR(b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell})$ | $(8,34 \pm 0,51) \%$  |
| $BR(b \rightarrow \bar{c} \rightarrow \ell)$ | $(1,3 \pm 0,5) \%$    |
| $BR(c \rightarrow \bar{\ell})$               | $(9,5 \pm 0,9) \%$    |

TAB. 6.1 – *Rapports d'embranchement mesurés et utilisés pour corriger la simulation.*

A l'issue de cet ajustement, les catégories de lepton (au sens du paragraphe 3.2.3) ont été déterminées dans la simulation après les algorithmes de sélection. Les résultats sont résumés dans la table 6.2, où nous avons distingué ceux de la période 1991-1993 et ceux de 1994. En effet, les améliorations apportées en 1994 devraient permettre, notamment, un meilleur rejet des faux leptons.

Enfin, il est également nécessaire de déterminer le contenu en hadrons beaux au sein de chaque catégorie. Au paragraphe 3.1.1, nous avons vu comment à partir des mesures intégrées des oscillations, de  $\chi_q$  et du taux de production des baryons beaux, il est possible d'en déduire les taux de production des mésons  $B_d^0$  et  $B_s^0$  notés respectivement  $P_d$  et  $P_s$ .

Ainsi, en utilisant :

$$\bar{\chi} = 0,115 \pm 0,006 [2] \quad (6.1)$$

$$\chi_d = 0,170 \pm 0,011 [2] \quad (6.2)$$

$$P_\Lambda = 11,6 \pm 3,2\% \text{ (voir equ. 3.12)} \quad (6.3)$$

$$\chi_s = 0,5 \quad (6.4)$$

On obtient :

| Catégorie du lepton                      | 91-93             | 94                |
|------------------------------------------|-------------------|-------------------|
| $b \rightarrow \ell$                     | $70,9 \pm 0,2 \%$ | $72,6 \pm 0,1 \%$ |
| $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ | $8,0 \pm 0,1 \%$  | $7,8 \pm 0,1 \%$  |
| $c \rightarrow \bar{\ell}$               | $9,3 \pm 0,1 \%$  | $9,7 \pm 0,1 \%$  |
| $h \rightarrow \ell$ (faux lepton)       | $11,8 \pm 0,1 \%$ | $9,9 \pm 0,1 \%$  |

TAB. 6.2 – Proportions de leptons attendues dans chaque catégorie. Les erreurs sont d’origine purement statistique.

$$P_u = P_d = \frac{(1-P_\Lambda)\chi_s + \bar{\chi}}{2\chi_s - \chi_d} = 39,0 \pm 2,0\% \quad (6.5)$$

$$P_s = \frac{2\bar{\chi} - (1-P_\Lambda)\chi_d}{2\chi_s - \chi_d} = 9,8 \pm 1,9\% \quad (6.6)$$

où l’erreur sur  $P_d$  provient essentiellement de l’incertitude sur la mesure de  $P_\Lambda$ , et où l’erreur sur  $P_s$  reçoit des contributions similaires des incertitudes sur  $\bar{\chi}$  et  $\chi_d$ .

Après correction de la simulation en fonction des taux d’embranchement précédents, on obtient le contenu en hadrons beaux de l’échantillon résumé dans la table 6.3.

On remarque que dans la catégorie  $b \rightarrow \ell$ , les fractions de hadrons beaux obtenues sont tout à fait compatibles avec les taux de production initiaux de ces hadrons dans un jet de quark  $b$ . Dans la catégorie  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ , le fort taux de  $B_d^0$  s’explique par le fait que, le rapport d’embranchement semi-leptonique du  $D^+$  est plus grand que celui du  $D^0$ . En effet,  $BR_{s\ell}(D) = \Gamma_{s\ell}/\tau(D)$ . Or,  $\Gamma_{s\ell}$  est identique pour les mésons  $D^0$  et  $D^+$ . Par contre,  $\tau(D^+) > \tau(D^0)$  (à cause des contributions des diagrammes non-spectateurs). Par conséquent, il est logique d’observer plus de  $B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$  que de  $B^+ \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ , le  $\bar{B}_d^0$  produisant un nombre plus élevé de  $D^+$  que le  $B^-$ , dans ses désintégrations.

|         | $b \rightarrow \ell$ | $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ |
|---------|----------------------|------------------------------------------|
| $B_d^0$ | $39,2 \pm 0,1\%$     | $45,7 \pm 0,6 \%$                        |
| $B^+$   | $39,5 \pm 0,1\%$     | $36,0 \pm 0,6 \%$                        |
| $B_s^0$ | $9,9 \pm 0,1\%$      | $11,0 \pm 0,4 \%$                        |
| baryon  | $11,4 \pm 0,1\%$     | $7,3 \pm 0,4 \%$                         |

TAB. 6.3 – Proportions relatives des différents hadrons beaux dans les catégories de leptons :  $b \rightarrow \ell$  et  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ . Les erreurs sont d'origine statistique.

### 6.1.3 Contrôle de la durée de vie inclusive des hadrons beaux

#### 6.1.3.1 Mesure de la durée de vie inclusive des événements simulés

Au chapitre 3, nous avons déterminé les fonctions de résolution temporelle et d'acceptance de l'échantillon comportant un lepton inclusif. Nous allons en premier lieu vérifier la cohérence interne des paramétrisations en ajustant la durée de vie inclusive des hadrons beaux dans la simulation. Il n'est donc pas nécessaire de distinguer les différents saveurs de hadrons B. Dans ces conditions, la probabilité d'observer le temps mesuré  $t_i$  se déduit de celle établie au chapitre 4 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(t_i, \tau_b) = & f_{b \rightarrow \ell} \frac{\int_0^\infty \frac{dt}{\tau_b} e^{-t/\tau_b} \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}(t_i - t, t)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt_i \int_0^\infty \frac{dt}{\tau_b} e^{-t/\tau_b} \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}(t_i - t, t)} \\
& + f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}} \frac{\int_0^\infty \frac{dt}{\tau_b} e^{-t/\tau_b} \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i - t, t)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt_i \int_0^\infty \frac{dt}{\tau_b} e^{-t/\tau_b} \mathcal{A}(t) \mathcal{R}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i - t, t)} \\
& + f_{c \rightarrow \bar{\ell}} \frac{\mathcal{P}_{c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt_i \mathcal{P}_{c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)} + f_{h \rightarrow \ell} \frac{\mathcal{P}_{h \rightarrow \ell}(t_i)}{\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt_i \mathcal{P}_{h \rightarrow \ell}(t_i)}
\end{aligned} \tag{6.7}$$

où  $f_{b \rightarrow \ell}$ ,  $f_{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$ ,  $f_{c \rightarrow \bar{\ell}}$  et  $f_{h \rightarrow \ell}$  sont respectivement les proportions de leptons directs, de cascade, de charme et de faux leptons. Ces proportions ont été détaillées au paragraphe 3.2.3 et sont répertoriées dans la table 3.2.  $\mathcal{A}(t)$  désigne la fonction d'acceptance déterminée

au §3.5.3 et,  $\mathcal{R}^{b \rightarrow \ell}, \mathcal{R}^{b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$  les résolutions temporelles pour les leptons directs et de cascades (voir §3.5.2). Enfin,  $\mathcal{P}_{c \rightarrow \bar{\ell}}(t_i)$  et  $\mathcal{P}_{h \rightarrow \ell}(t_i)$ , sont les paramétrisations des distributions du temps mesuré pour les leptons de charme et de fond (voir §3.5.2.3).

Nous allons ajuster la durée de vie en utilisant la méthode du maximum de vraisemblance (voir chapitre 4).

Nous avons analysé  $2,1 \cdot 10^6$  désintégrations hadroniques du  $Z^0$  simulées selon la configuration du détecteur 1993 et  $4,2 \cdot 10^6$  selon la configuration 1994. A l'issue de la sélection des candidats leptons (voir coupures définies dans le paragraphe 3.2), et après reconstruction du vertex du B, il reste 56 097 événements en 93 et 128 686 en 94, dont le temps mesuré est compris entre -3 et 12 ps. Le temps de vie moyen ajusté à partir de ces événements est :

$$\begin{aligned}\tau_b^{MC93} &= 1,6032_{-0,0124}^{+0,0125} \text{ ps} \\ \tau_b^{MC94} &= 1,5941_{-0,0071}^{+0,0072} \text{ ps}\end{aligned}\tag{6.8}$$

où l'erreur indiquée est d'origine statistique. Ces valeurs mesurées sont en accord avec la valeur utilisée dans la simulation, commune à tous les hadrons B, soit 1,6 ps. L'ajustement est illustré sur la figure 6.1.

Ces résultats prouvent la cohérence interne de l'analyse.

### 6.1.3.2 Mesure de la durée de vie inclusive des événements réels

Nous appliquons la même procédure aux données réelles. Les paramètres utilisés pour l'ajustement sont ceux de la table 6.2. Le nombre d'événements sélectionnés dans les données 91-93 est 47 896 et 41 373 en 1994. Le résultat de l'ajustement est alors :

$$\tau_b^{91-93} = 1,5719 \pm 0,014 \text{ ps}\tag{6.9}$$

$$\tau_b^{94} = 1,5348 \pm 0,013 \text{ ps}\tag{6.10}$$

Ce dernier résultat est illustré sur la figure 6.2.

La valeur du temps mesuré est sensible à l'évaluation du taux de faux leptons et de leptons issus de charme qui ont une distribution en temps dont la moyenne est plus faible que celle des hadrons B (voir figures 6.1 et 6.2). Il est possible de réduire la contribution de ces composantes en utilisant l'algorithme de "B-tagging" appliqué aux traces situées dans l'hémisphère opposé au lepton. On obtient alors:

$$\tau_b^{91-93}(B - \text{tagging}) = 1,562 \pm 0,033 \text{ ps}\tag{6.11}$$

$$\tau_b^{94}(B - \text{tagging}) = 1,584 \pm 0,021 \text{ ps}\tag{6.12}$$

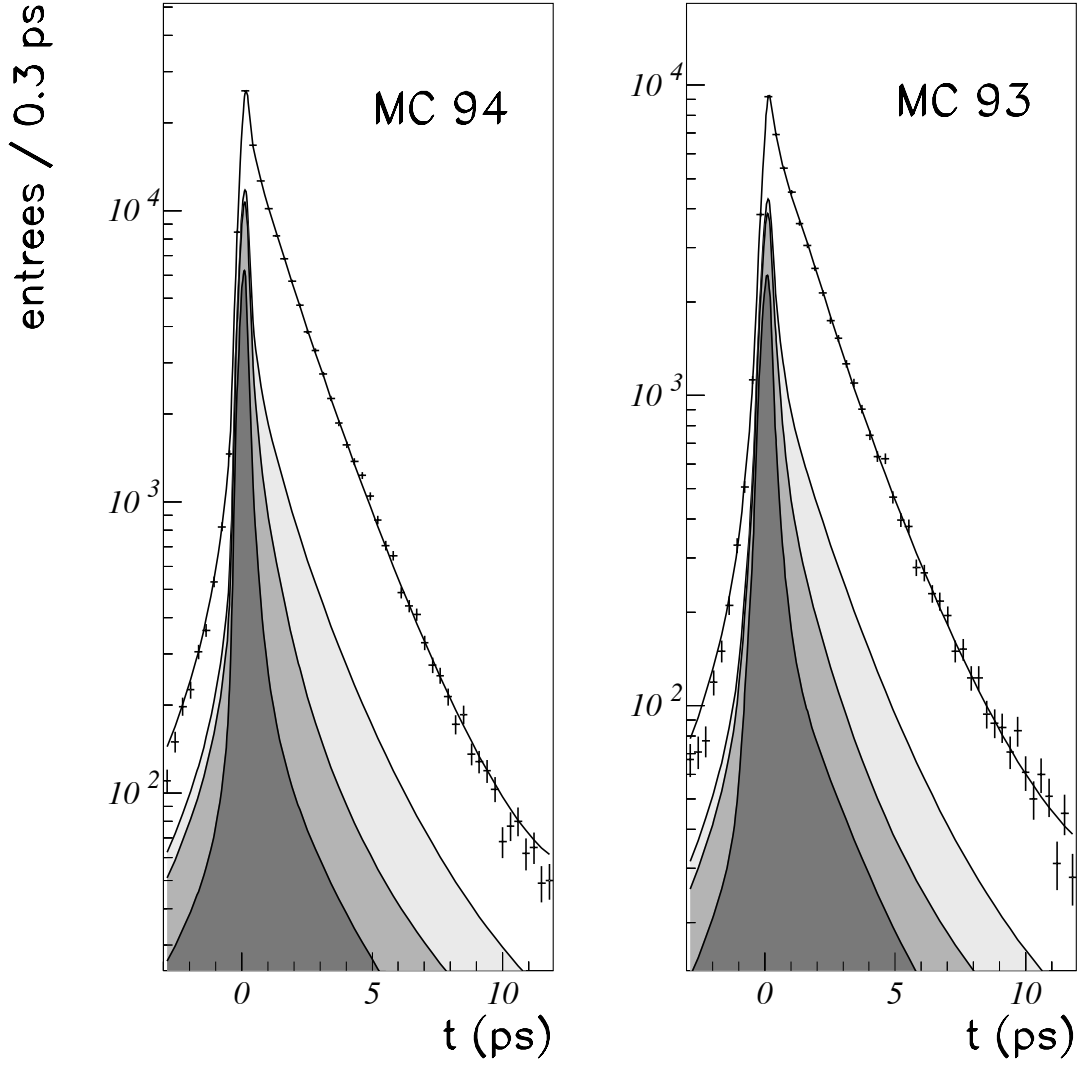


FIG. 6.1 – Mesure de la durée de vie moyenne des hadrons  $B$  dans la simulation. Les points avec barre d'erreur représentent la distribution du temps propre mesuré. La courbe en trait plein correspond à l'ajustement. On distingue également en grisé, du plus foncé au plus clair, les contributions cumulées des faux leptons, des leptons de charme et de cascade

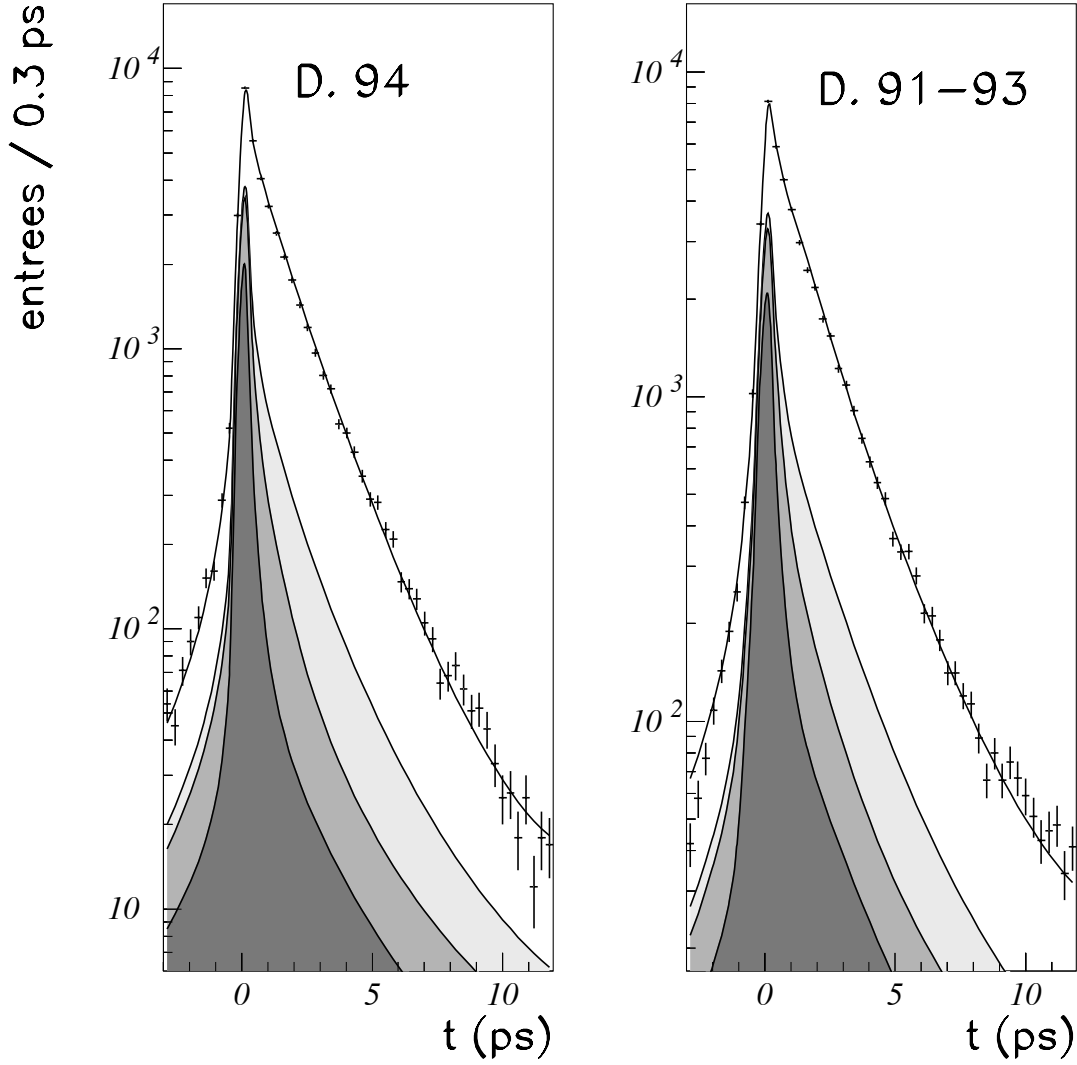


FIG. 6.2 – Mesure de la durée de vie inclusive des hadrons  $B$  dans les données réelles. L'ajustement correspond aux valeurs de l'équation 6.10. Le code de couleur du plus foncé au plus clair correspond aux contributions cumulées des catégories  $h \rightarrow \ell$ ,  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $b \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ .

Ces deux mesures sont en accord et ont été corrigées pour tenir compte du biais introduit par le “B-tagging” que l’on a mesuré à partir de la simulation. Il faut ajouter  $0,032 \pm 0,022 \text{ ps}$  en 1993 et  $0,062 \pm 0,010 \text{ ps}$  en 1994. Ce biais est dû aux corrélations que cette procédure introduit entre les deux hémisphères.

La proportion de faux leptons, dans ce lot sélectionné, est évaluée à 1,5% en 1993 et à 1,2% en 1994. On peut comparer ces nouvelles valeurs aux durées de vie obtenues sans utiliser le “B-tagging” et, sachant qu’ expérimentalement il est plus aisé de contrôler, à partir de la simulation, l’efficacité aux leptons réels, attribuer la différence entre les deux mesures à une erreur sur l’évaluation du taux de faux leptons. Pour cela la durée de vie inclusive a été réévaluée, sur les données réelles, en supposant que le taux de faux leptons était 20% plus faible que la valeur attendue:

$$\tau_b^{91-93}(\text{faux lept réduits de } 20\%) = 1,5377 \pm 0,013 \text{ ps} \quad (6.13)$$

$$\tau_b^{94}(\text{faux lept réduits de } 20\%) = 1,5104 \pm 0,012 \text{ ps} \quad (6.14)$$

$$(6.15)$$

Nous en déduisons que le taux de faux leptons doit être diminué de  $11 \pm 22\%$  en 1993 et augmenté de  $30 \pm 21\%$  en 1994. Dans cette approche le taux de faux leptons est contrôlé avec une précision relative voisine de 20%.

En utilisant les événements sélectionnés avec le “B-tagging” et en faisant la moyenne des mesures obtenues avec les deux lots de données la durée de vie inclusive des hadrons B est:

$$\tau_b = 1,558 \pm 0,018 \text{ ps} \quad (6.16)$$

Nous n’avons pas fait d’étude détaillée des incertitudes systématiques qui interviennent dans ce résultat. Nous avons cependant:

- vérifié que l’énergie moyenne des hadrons B était mesurée de manière similaire dans les données et dans la simulation. Ceci a nécessité une correction moyenne de  $600 \pm 200 \text{ MeV}/c$  appliquée à l’impulsion mesurée des hadrons B (voir chapitre 3) et se traduit par une incertitude de  $\pm 0,012 \text{ ps}$ ,
- repondéré les événements dans la simulation de manière à ce qu’ils aient la même multiplicité de traces chargées au vertex du B que celle mesurée dans les données. Ceci a conduit à diminuer de  $0,020 \text{ ps}$  la valeur que l’on mesure directement sur les données (cette correction est faite pour la valeur donnée précédemment).

On peut noter que cette valeur est en bon accord avec les mesures actuellement disponibles.

### 6.1.4 Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés

La procédure d'ajustement est celle définie au chapitre 4. Nous débutons par un signal pur en  $B_d^0$  et nous mesurons la valeur de  $\Delta m_d$  à partir des données simulées avec les configurations de 93 et de 94. Les résultats obtenus sont alors respectivement :  $\Delta m_d = 0,486 \pm 0,021 \text{ } \hbar ps^{-1}$  et  $0,472 \pm 0,011 \text{ } \hbar ps^{-1}$ . Ils sont donc statistiquement compatibles avec la valeur générée  $\Delta m_d = 0,475 \text{ } \hbar ps^{-1}$ . L'ajustement est représenté sur la figure 6.3-a. L'amplitude des oscillations reflète la pureté de l'étiquetage utilisant la charge du jet ainsi que la dégradation due à la mesure du temps.

Ensuite, nous nous plaçons dans des conditions identiques à celles appliquées aux données. La simulation complète est donc utilisée. Deux paramètres sont laissés libres :  $\Delta m_d$  et  $\epsilon_{jet}^b$ , la pureté de l'étiquetage avec la charge du jet pour les événements  $b\bar{b}$ .

Au chapitre 3 (paragraphe 3.3.3) nous avons déterminé dans la simulation les puretés d'étiquetage des catégories  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $h \rightarrow \ell$  :

$$\epsilon_{jet}^c = 0,370 \pm 0,005 \quad (6.17)$$

$$\epsilon_{jet}^h = 0,451 \pm 0,005 \quad (6.18)$$

L'erreur étant d'origine statistique. Ces valeurs résultent d'une moyenne sur les simulations 91-93 et 94, les puretés individuelles étant statistiquement compatibles. Rappelons que l'étiquetage est effectué dans l'hémisphère opposé au lepton, et ce, afin de ne pas introduire de dépendance vis à vis de la nature du méson ayant produit le lepton (voir 3.3.3). Nous utilisons les fractions de leptons ainsi que les taux de production mesurés dans la simulation (sans pondération). L'ajustement de la simulation 94 est effectué sur 87 524 candidats leptons (sélectionnés à partir de  $4,6 \cdot 10^6$  désintégrations hadroniques du  $Z^0$ ) dont 33 910 sont classés "oscillants" et 53 614 "non-oscillants". Les nombres correspondants pour la simulation 93 sont respectivement 14 833 et 22 801.

Les résultats de l'ajustement sont alors :

$$\begin{aligned} \text{simulation 94} \begin{cases} \Delta m_d &= 0,485 \pm 0,029 \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b &= 0,692 \pm 0,004 \end{cases} \\ \text{simulation 93} \begin{cases} \Delta m_d &= 0,520 \pm 0,069 \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b &= 0,694 \pm 0,009 \end{cases} \end{aligned}$$

où nous avons supposé  $\Delta m_s$  très grand ( $20 \text{ } \hbar ps^{-1}$ ).

Ces valeurs sont à comparer à celles utilisées dans la simulation :  $\Delta m_d = 0,475 \text{ } \hbar ps^{-1}$  et  $\epsilon_{jet}^b = 0,691 \pm 0,002$  en 94 et  $0,687 \pm 0,003$  en 93 (il n'y a pas d'incertitude sur la valeur utilisée pour  $\Delta m_d$  par contre l'erreur sur  $\epsilon_{jet}^b$  dépend de la statistique disponible dans la simulation).

L'ajustement est donc bien en accord avec la génération. La figure 6.3-b présente la qualité de l'ajustement sur la totalité de la simulation. On y distingue clairement la dépendance de la fraction d'événements classés oscillants en fonction du temps mesuré.

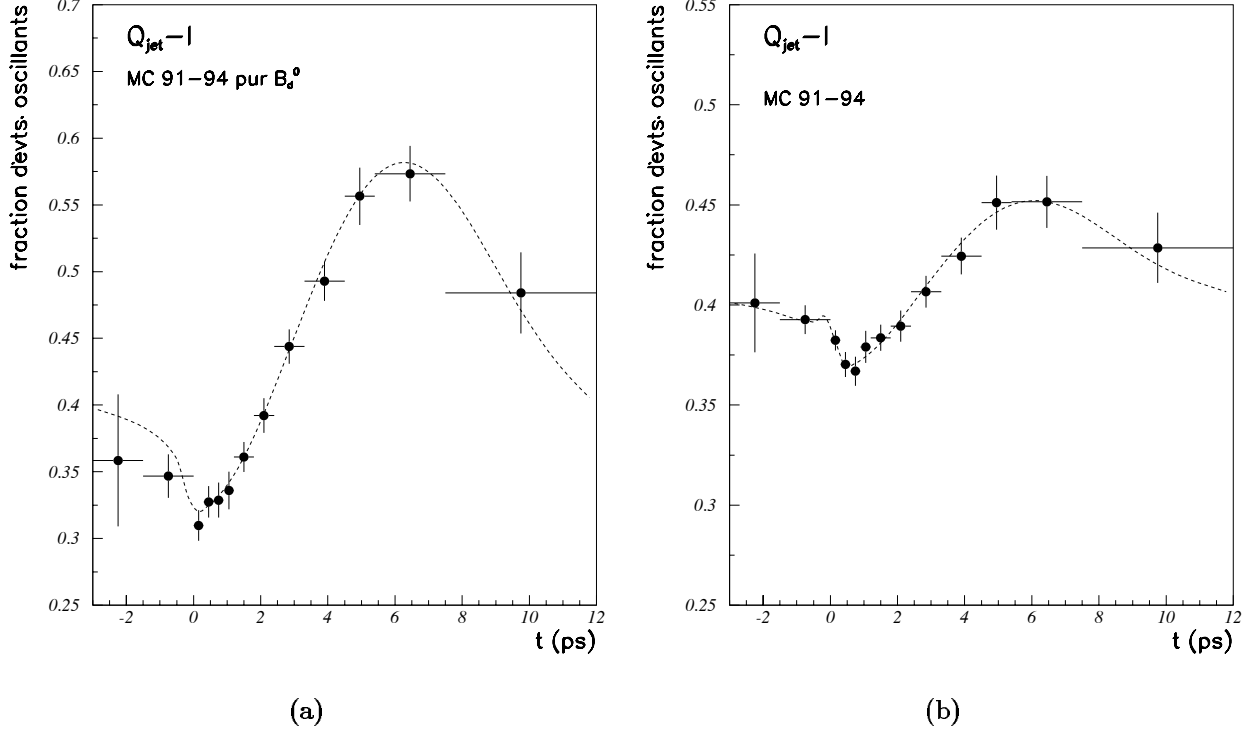


FIG. 6.3 – Variation de la proportion des événements classés “oscillants” en fonction du temps. Les courbes représentent le résultat de l’ajustement avec en (a) un signal de  $B_d^0$  pur, et en (b) l’ensemble des désintégrations hadroniques du  $Z^0$ .

### 6.1.5 Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles

La même procédure est appliquée aux données réelles. Les paramètres utilisés sont ceux des tables 6.1 et 6.2 corrigés de l’évaluation de la contamination en faux leptons effectuée au §6.1.3.2.

Nous avons fixé les puretés d’étiquetage des catégories  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $h \rightarrow \ell$  aux valeurs déterminées dans la simulation (équations 6.17 et 6.18). Le nombre d’événements sélectionnés après coupure cinématique et application de l’étiquetage avec la charge du jet ( $\delta Q = 0, 10$ ) est 32 394 avec la statistique 1991-1993 et 27 987 avec celle de 1994. Sur la période 91-93, 12 988 événements sont classés “oscillants” et 19 406 “non-oscillants”. Les nombres correspondants en 94 sont 11 063 et 16 924.

Dans ces conditions, le résultat de l’ajustement est ( $\Delta m_s = 20 \text{ hps}^{-1}$ ):

$$\begin{aligned} \text{période 91 - 93} & \begin{cases} \Delta m_d = 0,458^{+0,058}_{-0,057} \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b = 0,664 \pm 0,007 \end{cases} \\ \text{période 94} & \begin{cases} \Delta m_d = 0,547^{+0,061}_{-0,061} \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b = 0,682 \pm 0,007 \end{cases} \end{aligned}$$

Les valeurs obtenues sont statistiquement en accord. La moyenne des mesures est alors :

$$\Delta m_d = 0,500 \pm 0,042 \text{ } \hbar ps^{-1} \quad (6.19)$$

$$\epsilon_{jet}^b = 0,673 \pm 0,005 \quad (6.20)$$

La qualité de l'ajustement est illustrée sur la figure 6.4 où la totalité de la statistique a été regroupée. L'ajustement pour les catégories oscillante et non-oscillante y est représenté.

Sur la figure 6.5, on distingue clairement la forme de l'oscillation temporelle.

### 6.1.6 Evaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$

Les sources d'erreurs systématiques sont résumées dans la table 6.4. Nous avons fait varier les différents paramètres qui avaient été fixés jusqu'alors, dans l'ajustement aux données, selon leur incertitude. Les deux paramètres  $\Delta m_d$  et  $\epsilon_{jet}^b$  sont mesurés à chaque ajustement. Nous avons distingué :

- les incertitudes liées aux proportions de  $B_d^0$  et de  $B_s^0$  :

- 1) pour les leptons directs :

Nous avons fait varier successivement  $P_\Lambda$ ,  $\bar{\chi}$  et  $\chi_d$  selon la méthode expliquée dans la section 6.1.2. Seul  $P_\Lambda$  a un effet sensible, estimé à  $\pm 0,011 \text{ } \hbar ps^{-1}$ . En effet, l'incertitude sur la fraction de  $B_d^0$ , est essentiellement due à l'incertitude sur ce paramètre (voir 6.1.2). Intuitivement, il est clair que plus le taux de  $B_d^0$  augmente (et donc  $P_\Lambda$  diminue), plus on accroît la visibilité des oscillations et donc, plus  $\Delta m_d$  doit diminuer afin de compenser cet effet.

- 2) pour les leptons de cascade :

Selon la simulation, la proportion de  $B_d^0$  dans les désintégrations semi-leptoniques est de 39,2% contre 46% dans les cascades. Nous avons donc fait varier  $P_{B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}}$  de  $\pm 10\%$  afin de recouvrir l'hypothèse où le taux de  $B_d^0$  dans les cascades serait identique à celui dans les leptons directs. Cette variation a été intégralement compensée par celle de la fraction de  $B^\pm$  dans les cascades. L'effet induit sur  $\Delta m_d$  est de  $\pm 0,009 \text{ } \hbar ps^{-1}$ .

- les incertitudes liées aux durées de vie :

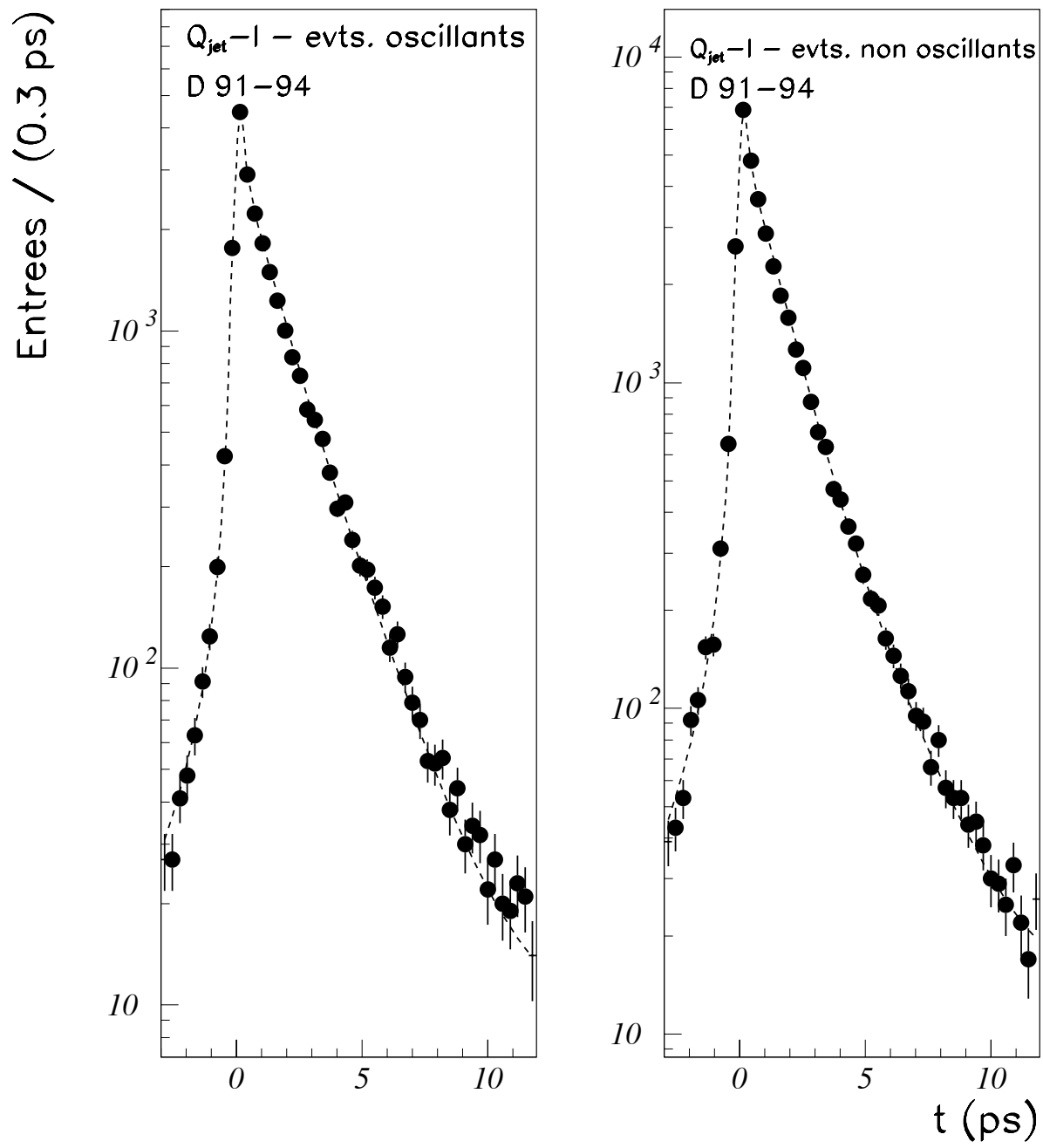


FIG. 6.4 – (a) et (b): distribution temporelle des événements classés oscillants (a) et non-oscillants (b) dans les données réelles.

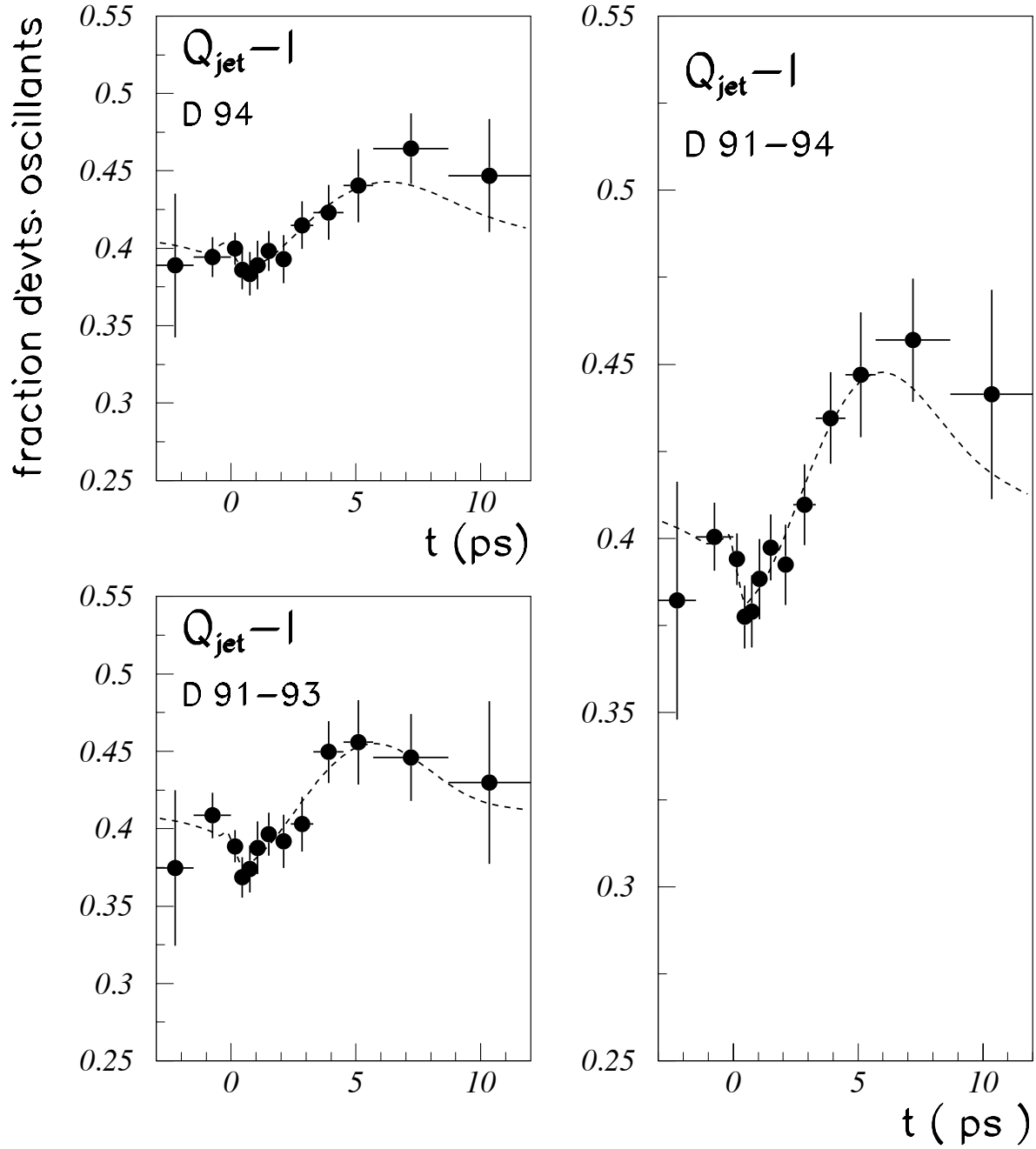


FIG. 6.5 – Evolution au cours du temps de la fraction d'événements classés "oscillants". Les courbes représentent le résultat de l'ajustement avec en (a) les données 94, en (b) celle de 91 à 93 et en (c) la totalité de la statistique.

Dans un premier temps, nous avons fait varier la durée de vie moyenne des hadrons  $B$  de  $\pm 0,02$  ps (erreur de mesure actuelle sur la durée de vie inclusive des  $B$ ). L'effet observé sur  $\Delta m_d$  est très faible :  $\pm 0,0008$   $\hbar ps^{-1}$ . Ensuite, nous avons considéré une variation de  $\tau_{B_d^0}$  par rapport à la durée de vie inclusive. En effet, si la durée de vie du  $B_d^0$  est significativement différente de la durée de vie inclusive, la proportion de  $B_d^0$  (vis à vis des autres hadrons beaux) va évoluer au cours du temps. Ainsi augmenter le rapport  $\frac{\tau_{B_d^0}}{\tau_b}$ , implique une fraction de  $B_d^0$  plus importante aux grands temps de vol et l'effet doit être compensé par une baisse de  $\Delta m_d$ . L'effet observé correspond à  $\mp 0,007$   $\hbar ps^{-1}$ .

- **les incertitudes liées aux différentes proportions de leptons :**

Une incertitude relative de  $\pm 20\%$  a été appliquée aux taux de leptons provenant d'un événement de cascade, de charme ou de la catégorie "faux leptons" ( $h \rightarrow \ell$ ). Les variations ont été compensées par une variation correspondante de la fraction de lepton directs. Ces variations sont réalistes pour le taux de faux leptons (voir 6.1.3) mais sont surévaluées pour les autres catégories.

- **les incertitudes liées à la charge du jet :**

Nous avons fait varier de  $\pm 2\%$  absolu, la pureté de l'étiquetage avec la charge du jet pour les événements  $c \rightarrow \bar{\ell}$  et  $h \rightarrow \ell$ . Cette variation est du même ordre que l'écart observé entre l'ajustement de  $c_{jet}^b$  dans les données ( $\sim 67\%$ ) et dans la simulation ( $\sim 69\%$ ). L'effet induit sur  $\Delta m_d$  est important ( $\pm 0,016$   $\hbar ps^{-1}$  au total), puisque il introduit une asymétrie de charge supplémentaire, essentiellement aux temps de désintégration faibles où la concentration en leptons de bruit de fond et de charme est importante. Précisons toutefois que même en l'absence d'oscillation, cette asymétrie induit une variation de la fraction du nombre d'événements classés oscillants au voisinage de  $t = 0$ .

- **les incertitudes liées à l'accord données / simulation :**

Le désaccord résiduel sur l'énergie du  $B$  dans la simulation exige un déplacement de 0,6 GeV/c dans les données (voir 3.5.1.2) qui est connu avec une précision de  $\pm 0,2$  GeV/c. L'effet observé sur  $\Delta m_d$  est alors de  $\pm 0,0021$   $\hbar ps^{-1}$ . Nous avons également vérifié l'incertitude liée à la procédure mise en place pour vérifier l'accord données / simulation sur la résolution en position (voir 3.5.1.1). Plusieurs paramétrisations ont été testées afin de dégrader la simulation de façon à obtenir un bon accord avec les données. L'incertitude induit sur  $\Delta m_d$  et lié au choix d'une procédure particulière est alors de  $\pm 0,009$   $\hbar ps^{-1}$ .

En ajoutant en quadrature l'ensemble des incertitudes systématiques précédentes, on obtient une contribution totale de  $\pm 0,027$   $\hbar ps^{-1}$ .

| Paramètres                                               | Valeur centrale | Gamme de variation | Variation de $\Delta m_d$ ( $\hbar ps^{-1}$ ) |
|----------------------------------------------------------|-----------------|--------------------|-----------------------------------------------|
| $P_\Lambda$                                              | 0,116           | $\pm 0,032$        | $\pm 0,011$                                   |
| $\bar{\chi}$                                             | 0,116           | $\pm 0,006$        | $\pm 0,0007$                                  |
| $\chi_d$                                                 | 0,168           | $\pm 0,016$        | $\mp 0,0006$                                  |
| fraction de $B_d^0 \rightarrow c \rightarrow \bar{\ell}$ | 45,7 %          | $\pm 10$ %         | $\pm 0,007$                                   |
| $\mathcal{P}_h^\ell$                                     | 10 %            | $\pm 2$ %          | $\pm 0,010$                                   |
| $\mathcal{P}_{bc}^\ell$                                  | 8 %             | $\pm 2$ %          | $\mp 0,007$                                   |
| $\mathcal{P}_c^\ell$                                     | 9,5 %           | $\pm 2$ %          | $\pm 0,001$                                   |
| $\langle \tau_b \rangle$                                 | 1,535 ps        | $\pm 0,020$ ps     | $\pm 0,0008$                                  |
| $\frac{\tau_{B_d^0}}{\langle \tau_b \rangle}$            | 1,023           | $\pm 0,036$        | $\mp 0,007$                                   |
| $\epsilon_{jet}^c$                                       | 37 %            | $\pm 2$ %          | $\pm 0,009$                                   |
| $\epsilon_{jet}^h$                                       | 45 %            | $\pm 2$ %          | $\pm 0,014$                                   |
| Contrôle de l'impulsion                                  |                 | $\pm 0,2$ GeV/c    | $\pm 0,0021$                                  |
| Contrôle du vol                                          |                 |                    | $\pm 0,009$                                   |
| Total                                                    |                 |                    | $\pm 0,027$                                   |

TAB. 6.4 – Contribution des incertitudes systématiques à la mesure de  $\Delta m_d$

## 6.2 Analyse $(\pi^*, \ell)$ -charge du jet

### 6.2.1 Principe de la méthode

Il a été indiqué, dans le chapitre 5, comment sélectionner de manière inclusive des événements issus de la désintégration semi-leptonique:

$$\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell \overline{\nu}_\ell.$$

L'évaluation du niveau de bruit de fond combinatoire a également été décrite ainsi que les compositions du signal et du bruit de fond. Nous avons aussi indiqué la procédure utilisée pour mesurer le temps de désintégration des hadrons B qui est similaire à celle utilisée pour les autres canaux.

La principale modification par rapport à la méthode utilisée dans le paragraphe précédent consiste à traiter séparément les événements du signal ( $\pi^*$ ) et ceux du fond combinatoire (*comb.*). Les densités de probabilité introduites au chapitre 4 se décomposent ainsi:

$$\mathcal{P}^{osc}(t_i) = (1 - f_{comb.}) \times \mathcal{P}_{\pi^*}^{osc}(t_i) + f_{comb.} \times \mathcal{P}_{comb.}^{osc}(t_i) \quad (6.21)$$

et une expression similaire est obtenue pour les événements non-oscillants.

Une autre différence importante, par rapport à l'analyse "lepton-charge du jet", est la diminution attendue des effets liés à la connaissance des faux leptons et des leptons de cascade ou de charme qui ne constituent qu'une très faible proportion ( $(3,8 \pm 2,0)\%$ ) des candidats dans le signal. Aussi avons-nous traité de la même façon l'ensemble des événements où le lepton n'est pas issu d'une désintégration semi-leptonique directe qu'ils soient du fond ou du signal. Nous avons paramétré leur dépendance temporelle,  $\mathcal{P}_{bruit}(t_i)$ , à partir de la distribution obtenue dans la simulation et avons également utilisé la valeur attendue pour la pureté de l'étiquetage pour ces événements:  $\epsilon_{jet}^{bruit} = 0,45$ .

La distribution de probabilité pour les événements du signal classés oscillants s'écrit alors:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\pi^*}^{osc}(t_i) = P_{\pi^*}^B \times & \left\{ f_{B_d^0 \rightarrow \ell}^{\pi^*} \left[ \epsilon_{jet}^b \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \overline{B}_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right. \\ & + f_{B_u^- \rightarrow \ell}^{\pi^*} (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_u^- \rightarrow B_u^-}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \\ & \left. + f_{B_s^0 \rightarrow \ell}^{\pi^*} \left[ \epsilon_{jet}^b \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \overline{B}_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right\} \quad (6.22) \\ & + (1 - P_{\pi^*}^B) \epsilon_{jet}^{bruit} \mathcal{P}_{bruit}(t_i) \end{aligned}$$

On peut écrire une expression similaire pour les événements non-oscillants en changeant  $\epsilon_{jet}^b$  en  $1 - \epsilon_{jet}^b$  et  $\epsilon_{jet}^{bruit}$  en  $1 - \epsilon_{jet}^{bruit}$  dans l'expression précédente.

$P_{\pi^*}^B$  est la proportion des événements où le lepton émis à grande impulsion transverse est issu d'une désintégration semi-leptonique directe de hadrons beaux. Les quantités  $f_{B_d^0 \rightarrow \ell}^{\pi^*}$ ,  $f_{B_u^- \rightarrow \ell}^{\pi^*}$  et  $f_{B_s^0 \rightarrow \ell}^{\pi^*}$  sont les abondances respectives des candidats issus de  $B_d^0$ ,  $B^-$  et  $B_s^0$  à l'intérieur de cette catégorie.

Les proportions  $f_{B_q \rightarrow \ell}^{\pi^*}$  ont été évaluées lors de l'étude sur la mesure de la durée de vie du méson  $B_d^0$  au chapitre 5, de même que les abondances des leptons issus de cascades et les faux leptons:

$$1 - P_{\pi^*}^B = (3,8 \pm 0,2)\%(stat.) \quad (6.23)$$

Des expressions similaires sont obtenues pour les événements situés dans le bruit de fond combinatoire :  $\mathcal{P}_{comb.}^{osc}(t_i)$  et  $\mathcal{P}_{comb.}^{non-osc}(t_i)$ . On écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{comb.}^{osc}(t_i) = P_{comb.}^B \times & \left\{ f_{B_d^0 \rightarrow \ell} \left[ \epsilon_{jet}^b \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow \overline{B}_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_d^0 \rightarrow B_d^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right. \\ & + f_{B_u \rightarrow \ell} (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_u \rightarrow B_u}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + f_{\Lambda \rightarrow \ell} (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{\Lambda}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \\ & \left. + f_{B_s^0 \rightarrow \ell} \left[ \epsilon_{jet}^b \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow \overline{B}_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) + (1 - \epsilon_{jet}^b) \mathcal{P}_{B_s^0 \rightarrow B_s^0}^{b \rightarrow \ell}(t_i) \right] \right\} \quad (6.24) \\ & + (1 - P_{comb.}^B) \epsilon_{jet}^{bruit} \mathcal{P}_{bruit}(t_i) \end{aligned}$$

où  $P_{comb.}^B$  correspond à la proportion de leptons direct dans le fond combinatoire. Les proportions de hadrons beaux sont données ici, par les taux de production des hadrons B dans les jets :  $f_{B_q \rightarrow \ell} = P_q$  (voir 6.1.2). Les autres sources de leptons comprennent :

- les leptons de cascade (7%),
- les leptons de désintégrations semi-leptoniques du charme (5%)
- les faux leptons dont le taux, 17%, est plus élevé que dans l’analyse “lepton-Q jet” car une sélection de leptons moins sévère a été utilisée (la contamination des faux leptons dans le signal étant très faible). La proportion de leptons non-directs dans le bruit de fond combinatoire est ainsi de :

$$1 - P_{comb.}^B = (29, 2 \pm 1, 0)\%(stat.) \quad (6.25)$$

Pour les événements du fond combinatoire, il est également nécessaire d’évaluer de nouvelles fonctions de résolution puisqu’ils ne correspondent pas au canal où un lepton et un  $D^*$  ont été émis.

### 6.2.2 Mesure de $\Delta m_d$ avec les événements simulés

La mesure de la fréquence d’oscillation a été vérifiée sur un lot pur de mésons  $B_d^0$  se désintégrant uniquement dans le canal :

$$\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*+} \ell^- \overline{\nu}_\ell.$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \Delta m_d &= 0,487 \pm 0,016 \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b &= 0,693 \pm 0,006 \end{aligned}$$

ce qui est en bon accord avec les valeurs attendues ( $\Delta m_d = 0,475 \text{ } \hbar ps^{-1}$ ,  $\epsilon_{jet}^b = 0,692$ ). Le résultat de cet ajustement est donné sur la figure 6.6-a.

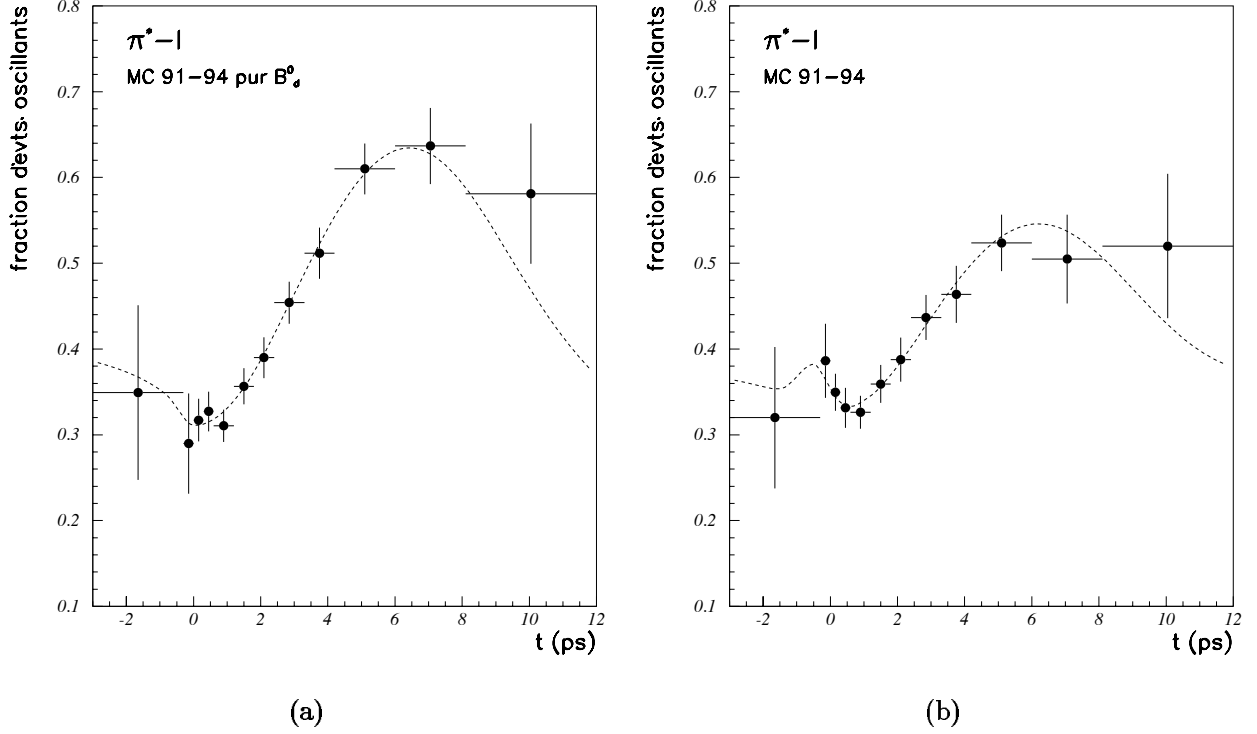


FIG. 6.6 – Variation de la proportion d'événements oscillants avec le temps de désintégration pour un lot simulé ne contenant que des transitions  $\overline{B}_d^0 \rightarrow D^{*\pm} \ell^\mp \nu_\ell$  (a) et dans la simulation complète de composition similaire aux données réelles (b).

La même étude a été répétée en incluant l'ensemble des événements issus de désintégrations hadroniques du  $Z^0$  et l'on obtient:

$$\begin{aligned} \Delta m_d &= 0,507 \pm 0,028 \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b &= 0,699 \pm 0,007 \end{aligned}$$

Le résultat de l'ajustement est représenté sur la figure 6.6-b.

Le comportement oscillatoire de la composante  $B_d^0$  est comparé, sur la figure 6.7, avec celui de l'ensemble des autres sources d'événements.

### 6.2.3 Mesure de $\Delta m_d$ dans les données réelles

Le même ajustement est appliqué aux données réelles, séparément pour les données enregistrées en 1991-1993 et en 1994:

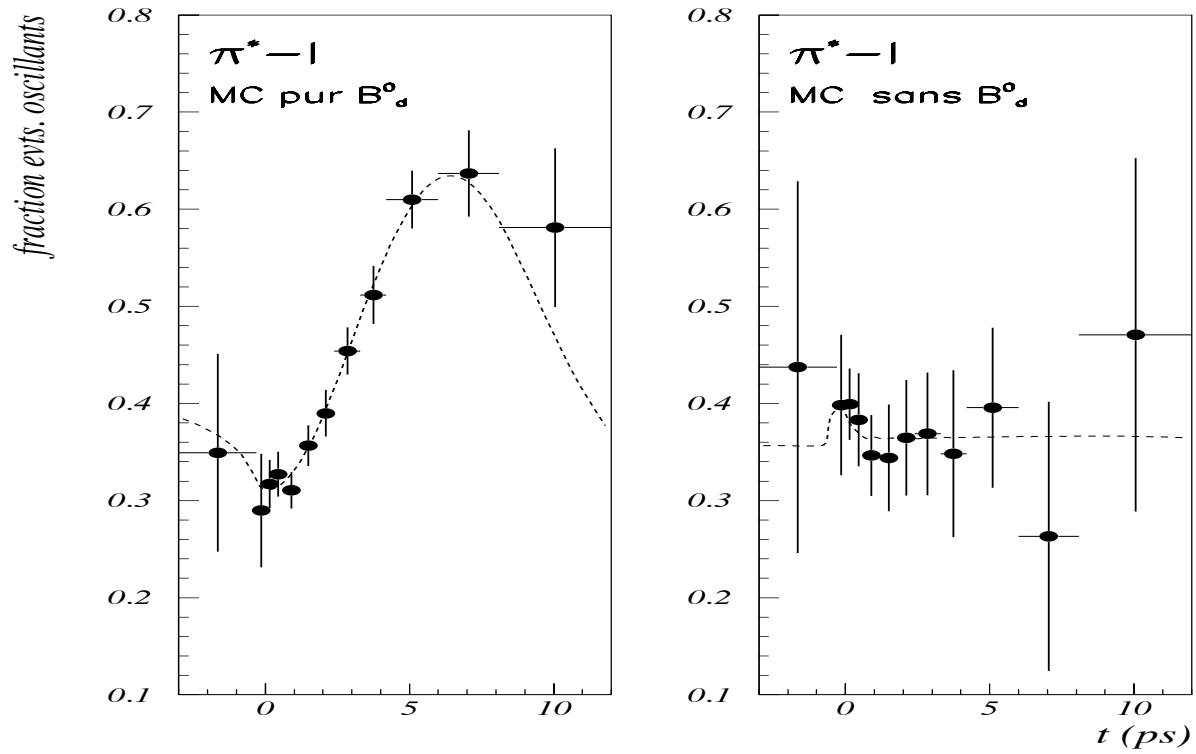


FIG. 6.7 – Variation de la proportion d'événements oscillants avec le temps de désintégration. La figure située à gauche est le signal de  $B_d^0$  pur que nous avons analysé précédemment. La figure de droite représente le comportement de l'ensemble des autres composantes.

$$\text{période 91 - 93} \begin{cases} \Delta m_d = 0,546^{+0,081}_{-0,080} \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b = 0,653 \pm 0,017 \end{cases}$$

$$\text{période 94} \begin{cases} \Delta m_d = 0,455^{+0,069}_{-0,067} \text{ } \hbar ps^{-1} \\ \epsilon_{jet}^b = 0,660 \pm 0,016 \end{cases}$$

la moyenne de ces deux mesures étant:

$$\Delta m_d = 0,493 \pm 0,053 \text{ } \hbar ps^{-1}.$$

La dépendance temporelle des événements classés “oscillants” et “non-oscillants” est représentée sur la figure 6.8.

La variation temporelle des proportions d'événements oscillants mesurées en 1991-1993 et en 1994 est illustrée sur la figure 6.9.

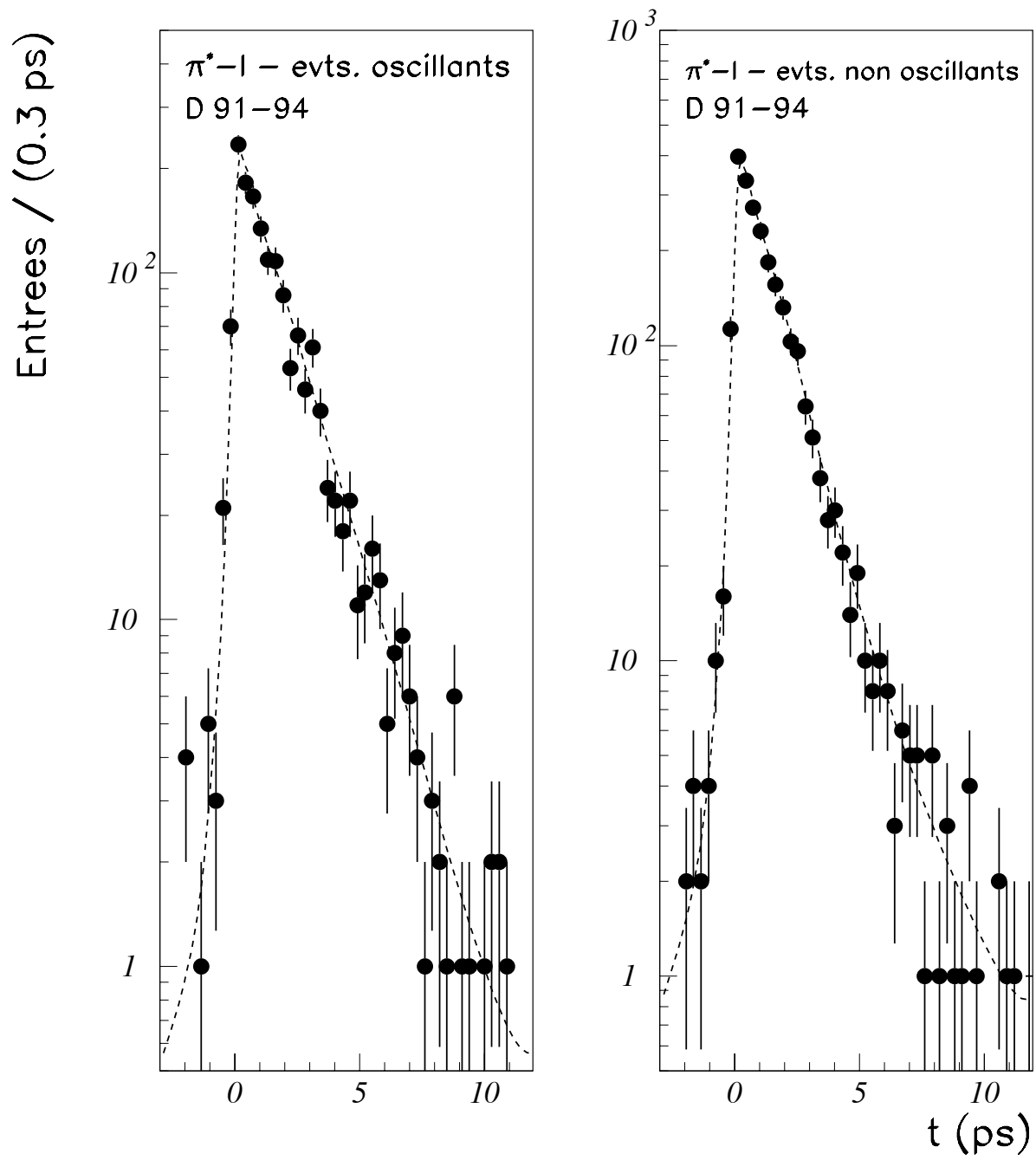


FIG. 6.8 – Distributions temporelles mesurées pour les événements oscillants et non-oscillants. Les courbes représentent le résultat de l'ajustement.

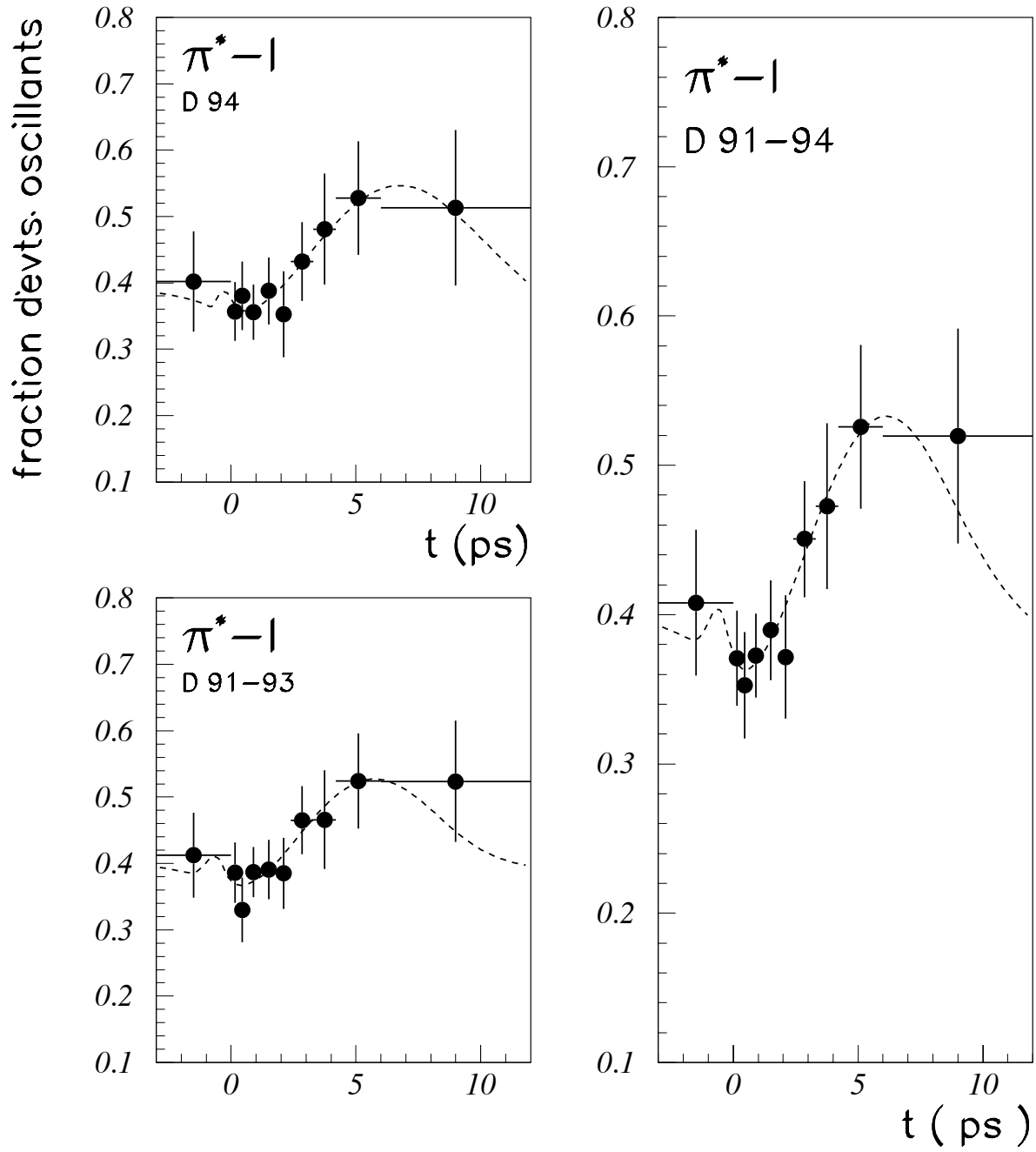


FIG. 6.9 – Variation temporelle de la proportion d'événements oscillants mesurée dans les différents échantillons de données. Les courbes représentent le résultat de l'ajustement.

## 6.2.4 Évaluation des erreurs systématiques sur la mesure de $\Delta m_d$

La table 6.5 regroupe l'ensemble des erreurs systématiques étudiées. La méthode utilisée pour évaluer ces erreurs est la même que celle décrite au paragraphe 6.1.6. Comme nous l'avons indiqué précédemment les principales sources d'erreurs systématiques qui affectaient la mesure de  $\Delta m_d$  dans le canal lepton-charge du jet sont réduites. En effet, dans cette analyse, nous disposons d'un lot d'événements fortement enrichis en mésons  $B_d^0$ . Par conséquent, l'ensemble des systématiques liées notamment aux contaminations en faux leptons, en cascade et en charme se sont avérées négligeables (voir par exemple l'effet engendré par  $\mathcal{P}_h^\ell$  dans la table 6.5). Les effets liés à  $\overline{\chi}$  et  $\chi_d$  sont également totalement négligeables puisqu'ils n'affectent que les hadrons beaux du fond combinatoire. A titre de comparaison, la variation de  $P_\Lambda$  (reliée principalement à la fraction de  $B_d^0$  du fond combinatoire) n'induit qu'une variation de  $\pm 0,002 \text{ hps}^{-1}$  alors que dans l'analyse précédente, cette variation était 5 fois plus importante.

L'incertitude principale provient de l'estimation du taux de  $B_d^0$  dans le signal qui est elle même déterminée par l'incertitude sur le taux de production de  $D^{**}$  dans les désintégrations semi-leptoniques des hadrons B. L'erreur systématique totale est ainsi estimée à  $\pm 0,017$ .

| Paramètres                                              | Valeur centrale | Gamme de variation      | Variation de $\Delta m_d$ ( $\text{hps}^{-1}$ ) |
|---------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------|-------------------------------------------------|
| $f_{B_d^0 \rightarrow \ell}^{\pi^*}$                    | 0,85            | $\pm 0,05$              | $\mp 0,015$                                     |
| $f_{comb.}$                                             | 0,30            | $\pm 0,015$             | $\mp 0,001$                                     |
| $P_\Lambda$                                             | 0,116           | $\pm 0,032$             | $\pm 0,002$                                     |
| $\mathcal{P}_h^\ell$                                    | 29. %           | $\pm 10. \%$            | $\pm 0,002$                                     |
| $\tau_{B_d^0}$                                          | 1,023           | $\pm 0,036$             | $\mp 0,001$                                     |
| $\frac{\langle \tau_b \rangle}{\epsilon_{jet}^{bruit}}$ | 45 %            | $\pm 2 \%$              | $\pm 0,0014$                                    |
| Contrôle de l'impulsion                                 |                 | $\pm 0,2 \text{ GeV}/c$ | $\pm 0,006$                                     |
| Total                                                   |                 |                         | $\pm 0,017$                                     |

TAB. 6.5 – Contribution des incertitudes systématiques à la mesure de  $\Delta m_d$  dans le canal  $\pi^* - \ell$ .

## 6.3 Conclusion

Nous avons mesuré, dans deux canaux différents, la différence de masse entre les deux états propres du système  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . Avec l'analyse lepton-charge du jet, le résultat obtenu à partir de 3,2 millions de désintégrations hadroniques du  $Z^0$  (données enregistrées par DELPHI de 1991 à 1994) est :

$$\Delta m_d = 0,500 \pm 0,042 \text{ (stat)} \pm 0,027 \text{ (syst)} \text{ hps}^{-1} \quad (6.26)$$

Dans le canal,  $(\pi^*, \ell)$ -charge du jet, nous obtenons :

$$\Delta m_d = 0,493 \pm 0,053 \text{ (stat)} \pm 0,017 \text{ (syst)} \text{ hps}^{-1} \quad (6.27)$$

Nous avons évalué le recouvrement statistique de ces deux échantillons. Dans le canal lepton-charge du jet, le nombre de leptons directs provenant de  $B_d^0$  est égal à  $39,2\% \times 71,9\% \times 32394 = 9130$  pour la période 91-93 contre 7 702 en 94. Si l'on tient compte de la présence des cascades, le nombre véritable contribuant au signal est alors  $9130 + 7702 - 2173 = 14659$ .

Pour l'échantillon  $(\pi^*, \ell)$ , cette même évaluation conduit à 2 762 événements (où il est nécessaire de tenir compte des  $B_d^0$  du signal et du fond combinatoire).

Au total, le recouvrement statistique est donc :

$$\rho = \frac{2762}{14659} = 19\%$$

Par conséquent, la moyenne des deux mesures est :

$$\Delta m_d = 0,497 \pm 0,039 \text{ (stat + syst)} \text{ hps}^{-1}$$

où les corrélations entre les erreurs systématiques ont été négligées, ces dernières n'étant pas communes (voir tables 6.4 et 6.5)

Nous avons reporté ces deux mesures sur les figures 6.10 et 6.11. On peut apprécier la précision obtenue vis à vis des autres mesures de Delphi (6.10) ou bien vis à vis des deux meilleures mesures des autres collaborations LEP (6.11).

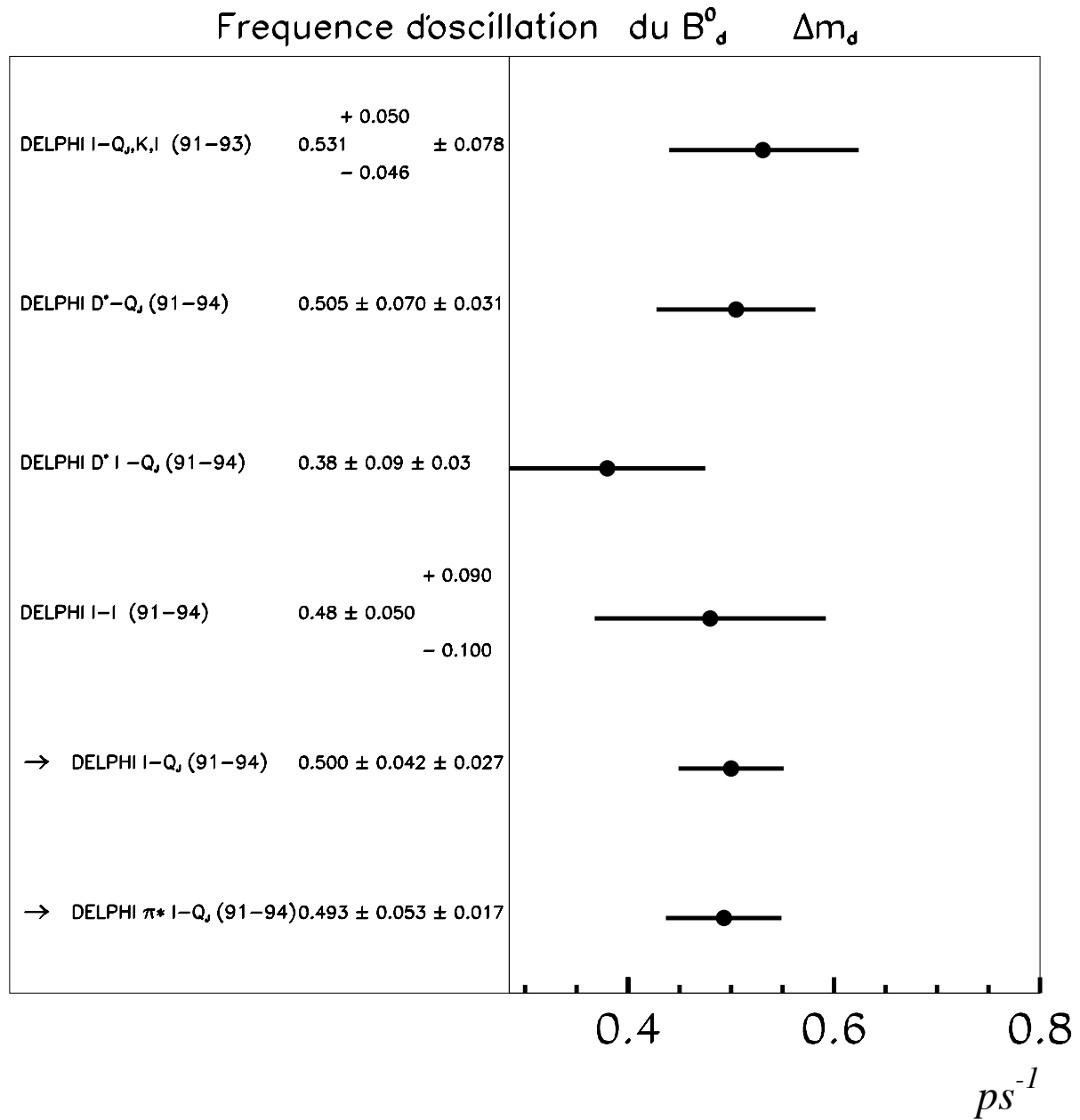


FIG. 6.10 – Comparaison des deux mesures de  $\Delta m_d$  effectuées dans cette thèse (repérées par les flèches) avec les autres mesures disponibles dans Delphi.

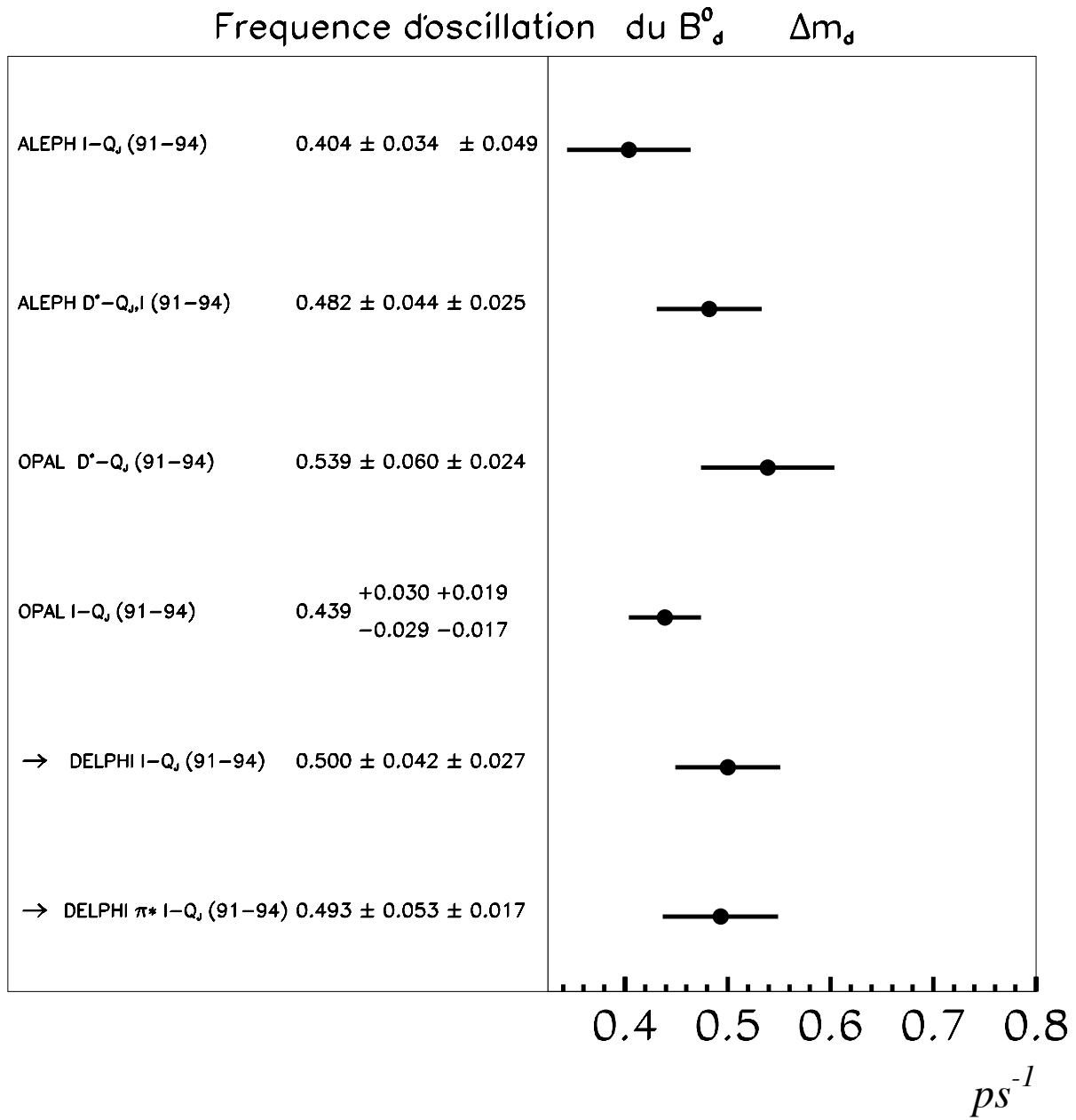


FIG. 6.11 – Comparaison des deux mesures de  $\Delta m_d$  effectuées dans cette thèse (repérées par les flèches) avec les deux meilleures mesures de chaque collaboration LEP.

# Bibliographie

- [1] LEP Coll., “A Combination of Preliminary LEP Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model”, **CERN-PPE/95-172** (1995).
- [2] Sau Lan Wu, plenary talk on ”Recent results on B meson oscillations”, 17<sup>th</sup> International Symposium on Lepton-Photon Interactions, Aug. 10-15, 1995, Beijing.

# Chapitre 7

Etude de la fréquence d'oscillation  
du système  $B_s^0 - \overline{B_s^0}$

## Contenu du chapitre

---

|            |                                                                                         |            |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>7.1</b> | <b>Introduction . . . . .</b>                                                           | <b>203</b> |
| <b>7.2</b> | <b>Méthodes permettant d'extraire une limite inférieure sur <math>\Delta m_s</math></b> | <b>204</b> |
| 7.2.1      | Utilisation de la fonction de vraisemblance . . . . .                                   | 204        |
| 7.2.1.1    | Présentation . . . . .                                                                  | 204        |
| 7.2.1.2    | Probabilités d'exclusion . . . . .                                                      | 207        |
| 7.2.1.3    | Le traitement des erreurs systématiques . . . . .                                       | 207        |
| 7.2.2      | La méthode de l'amplitude . . . . .                                                     | 208        |
| 7.2.2.1    | Principe . . . . .                                                                      | 209        |
| 7.2.2.2    | Probabilité d'exclusion . . . . .                                                       | 211        |
| 7.2.2.3    | Erreurs systématiques et combinaisons d'expériences .                                   | 212        |
| <b>7.3</b> | <b>Application aux données . . . . .</b>                                                | <b>212</b> |
| 7.3.1      | Limite statistique . . . . .                                                            | 212        |
| 7.3.2      | Limite incluant les erreurs systématiques . . . . .                                     | 214        |

---

Ce chapitre est consacré à l'évaluation d'une limite inférieure sur  $\Delta m_s$  en utilisant le canal lepton-charge du jet. Nous débutons par un panorama des méthodes d'analyse utilisées habituellement pour extraire cette limite. Nous en montrons les limitations, et concluons sur la nécessité d'adopter la "méthode des amplitudes" proposée par la collaboration Aleph [1] et développée dans cette thèse. Son application aux données est ensuite exposée.

## 7.1 Introduction

L'ensemble de programmes que nous avons développé pour mesurer la durée de vie des mésons B et étudier les oscillations du système  $B^0 - \overline{B}^0$  est très général. Dans le cas des mésons  $B_s^0$ , des canaux différents peuvent être étudiés qui correspondent à des niveaux de pureté en  $B_s^0$  et à des précisions de mesure du temps de désintégration très divers. Les mérites respectifs de ces différents canaux ont été envisagés à partir d'études préliminaires et sont résumés dans la table 7.1

| canal/tagging                 | Stat<br>(N) | Fraction de $B_s^0$<br>( $\epsilon$ ) | Pureté du<br>tag. à t ( $P_t$ ) | Pureté du<br>tag. à t=0 ( $P_0$ ) | F   |
|-------------------------------|-------------|---------------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----|
| lepton/ $Q_{jet}$             | 60000       | 7%                                    | 90%                             | 67,3%                             | 4,8 |
| $D_s - \ell/Q_{jet-combinée}$ | 200         | 54%                                   | 99%                             | 70,4%                             | 3,1 |
| $D_s$ -hadron/ $Q_{jet}$      | 350         | 23%                                   | 93%                             | 67,5%                             | 1,3 |
| lepton/K spect.               | 5000        | 15%                                   | 90%                             | 76%                               | 2,9 |

TAB. 7.1 – Comparaison entre les différents canaux permettant d'étudier les oscillations des mésons  $B_s^0$ . Le facteur de qualité  $F$  représente le nombre d'événements de  $B_s^0$  ou  $\overline{B}_s^0$  correctement étiquetés multiplié par la racine carrée du nombre total d'événements.  $F$  est proportionnel à un nombre de déviations standard ( $F = N^{0,5}(2P_t - 1)(2P_0 - 1)\epsilon$ ).

La résolution temporelle finie va entraîner une atténuation de l'amplitude des oscillations par un facteur  $\rho = e^{-(\Delta m_s \sigma_t)^2/2}$ . Désignons par  $\epsilon_\sigma$  la proportion d'événements bien mesurés. Nous allons calculer un nouveau facteur de qualité  $F_\sigma = F \times \rho \epsilon_\sigma$  dont la valeur va dépendre de la région en  $\Delta m_s$  explorée. Les résultats sont rassemblés dans la table 7.2.

Chaque canal nécessite une étude qui lui est propre et qui est complexe. Aussi avons-nous dans cette thèse considéré uniquement le canal lepton-charge du jet qui a déjà été présenté dans le chapitre précédent et qui reste l'un des plus prometteurs pour l'étude des oscillations du système  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ . Les autres canaux ont fait l'objet d'études par d'autres équipes de la collaboration, certaines utilisant le cadre et les logiciels que nous avons développés ( $D_s - \ell$ /charge combinée, lepton à grand  $P_T$ /K spectateur).

| canal/tagging                   | Fraction evts.<br>bien mesurés ( $\epsilon_\sigma$ ) | Resol. temp.<br>$\sigma_t$ | $F_\sigma(\Delta m_s = 4)$ | $F_\sigma(\Delta m_s = 6)$ |
|---------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| lepton/ $Q_{jet}$               | 50%                                                  | 0,23 ps                    | 1,6                        | 0,9                        |
| $D_s - \ell / Q_{jet-combinée}$ | 70%                                                  | 0,15 ps                    | 1,8                        | 1,4                        |
| $D_s$ -hadron/ $Q_{jet}$        | $\simeq 60\%$                                        | $\simeq 0,2$ ps            | 0,6                        | 0,4                        |
| lepton/K spect.                 | 50%                                                  | 0,23 ps                    | 1,0                        | 0,6                        |

TAB. 7.2 – Comparaison entre les différents canaux permettant d’étudier les oscillations des mésons  $B_s^0$ . Le facteur de qualité  $F_\sigma$  tient compte des différences de résolution temporelle.

## 7.2 Méthodes permettant d’extraire une limite inférieure sur $\Delta m_s$

Les méthodes permettant d’extraire une limite sur la valeur de  $\Delta m_s$  doivent être capables de répondre à plusieurs questions :

- quelle est la limite atteinte pour un niveau de confiance donné (95% par exemple) ?
- quelle est la probabilité d’atteindre cette limite si l’on suppose  $\Delta m_s$  infini ?
- comment tenir compte des effets systématiques ?
- comment combiner les résultats de différents canaux pour donner une limite générale ou bien, éventuellement, obtenir un signal ?

### 7.2.1 Utilisation de la fonction de vraisemblance

#### 7.2.1.1 Présentation

L’application du principe du maximum de vraisemblance conduit, dans le cas d’échantillons de grandes tailles, pour lesquels on peut mesurer  $\Delta m_s$ , aux propriétés asymptotiques de la fonction de vraisemblance qui stipulent que l’estimateur du paramètre recherché est distribué selon une loi normale. On obtient ainsi un puits parabolique si l’on représente la fonction :

$$\Delta \mathcal{L}(\Delta m_s) = -\ln \mathcal{L}(\Delta m_s) + \ln \mathcal{L}(\Delta m_s^{\min}) \quad (7.1)$$

où  $\mathcal{L}$  désigne la fonction de vraisemblance et  $\Delta m_s^{\min}$  la valeur de  $\Delta m_s$  qui minimise  $-\ln \mathcal{L}$ . Dans ce cas l’intervalle de confiance à 1  $\sigma$  (68,3% C.L.) ou celui à 2  $\sigma$  (95,4% C.L.) est déterminé en coupant la parabole avec une ligne droite située respectivement à 0,5 ou 2 unités au dessus du minimum.

Lorsqu’une mesure n’est plus possible, le comportement parabolique n’est plus vérifié. Cependant, nous avons vérifié que, même pour des valeurs élevées de  $\Delta m_s$ , la position du minimum de la fonction  $\Delta\mathcal{L}$  était très voisine de la valeur théorique. Pour cela, nous avons simulé 100 échantillons correspondants à la même statistique et aux mêmes caractéristiques que les données enregistrées en 1994, pour différentes valeurs de  $\Delta m_s$ . Nous constatons sur la figure 7.1 que, jusqu’à  $\Delta m_s \simeq 7 - 8 \hbar ps^{-1}$ , le minimum de la fonction  $\Delta\mathcal{L}$  est situé autour de la valeur générée. Lorsque  $\Delta m_s$  devient trop grand, la position du minimum est très dispersée et peut atteindre des valeurs très faibles.

A titre d’illustration, nous avons représenté sur la figure 7.2 les différences de comportement entre une fonction de vraisemblance<sup>†</sup> permettant une mesure de  $\Delta m_s$  (7.2-a) et une fonction de vraisemblance n’autorisant que l’évaluation d’une limite inférieure (7.2-b).

Dans le second cas, une limite inférieure peut être déterminée. Une méthode “naïve” serait de supposer qu’en coupant la fonction de vraisemblance avec un niveau constant à 2 unités (1,96 plus exactement), on obtienne la limite à 95% de niveau de confiance. Cependant, ceci n’est pas correct, car cette règle n’est applicable qu’au voisinage d’un comportement parabolique. La solution consiste à utiliser une simulation rapide reproduisant les paramètres des données. On génère un grand nombre d’échantillons pour différentes valeurs de  $\Delta m_s$ . Il y a alors deux approches (non équivalentes) :

- on évalue le niveau pour lequel la première intersection avec la fonction de vraisemblance des événements simulés fournit une valeur de  $\Delta m_s$  qui est inférieure au  $\Delta m_s$  généré dans 95% des cas (figure 7.3-a). L’intersection de la courbe ainsi obtenue avec la fonction de vraisemblance des données fournit alors la limite inférieure correspondant à un intervalle de confiance à 95%.
- on évalue le niveau permettant d’exclure dans au plus 5% des cas, le domaine contenant la valeur générée de  $\Delta m_s$  (figure 7.3-b). L’intersection de la courbe ainsi obtenue avec la fonction de vraisemblance des données détermine alors des régions d’exclusion à 95% de niveau de confiance.

Cependant, on voit clairement que les deux méthodes ne sont pas équivalentes. Une fluctuation malheureuse des données ou la présence d’un signal conduit uniquement à l’exclusion des faibles valeurs de  $\Delta m_s$  avec la première méthode, ce qui n’est pas forcément le cas avec la seconde.

Sur la figure 7.4, nous avons déterminé le contour à 95% de niveau de confiance déterminé selon les deux méthodes en générant pour chaque valeur de  $\Delta m_s$ , 100 échantillons selon la configuration des données. Une difficulté liée à cette méthode réside dans la nécessité de simuler un grand nombre d’échantillons pour déterminer ce contour. Afin de minimiser l’erreur due à la statistique limitée utilisée, nous avons généré 500 expériences à  $\Delta m_s = 10 \hbar ps^{-1}$  et à  $4 \hbar ps^{-1}$  et vérifié que le niveau à 95% de niveau de confiance correspondait à  $\Delta\mathcal{L} = 2,45 \pm 0,10$  dans le cas de l’exclusion par des intervalles (7.4-b).

---

<sup>†</sup> nous commençons ici un abus de langage. Par fonction de vraisemblance, nous désignons en fait la fonction  $\Delta\mathcal{L}$ . Cette convention est adoptée dans la suite du texte.

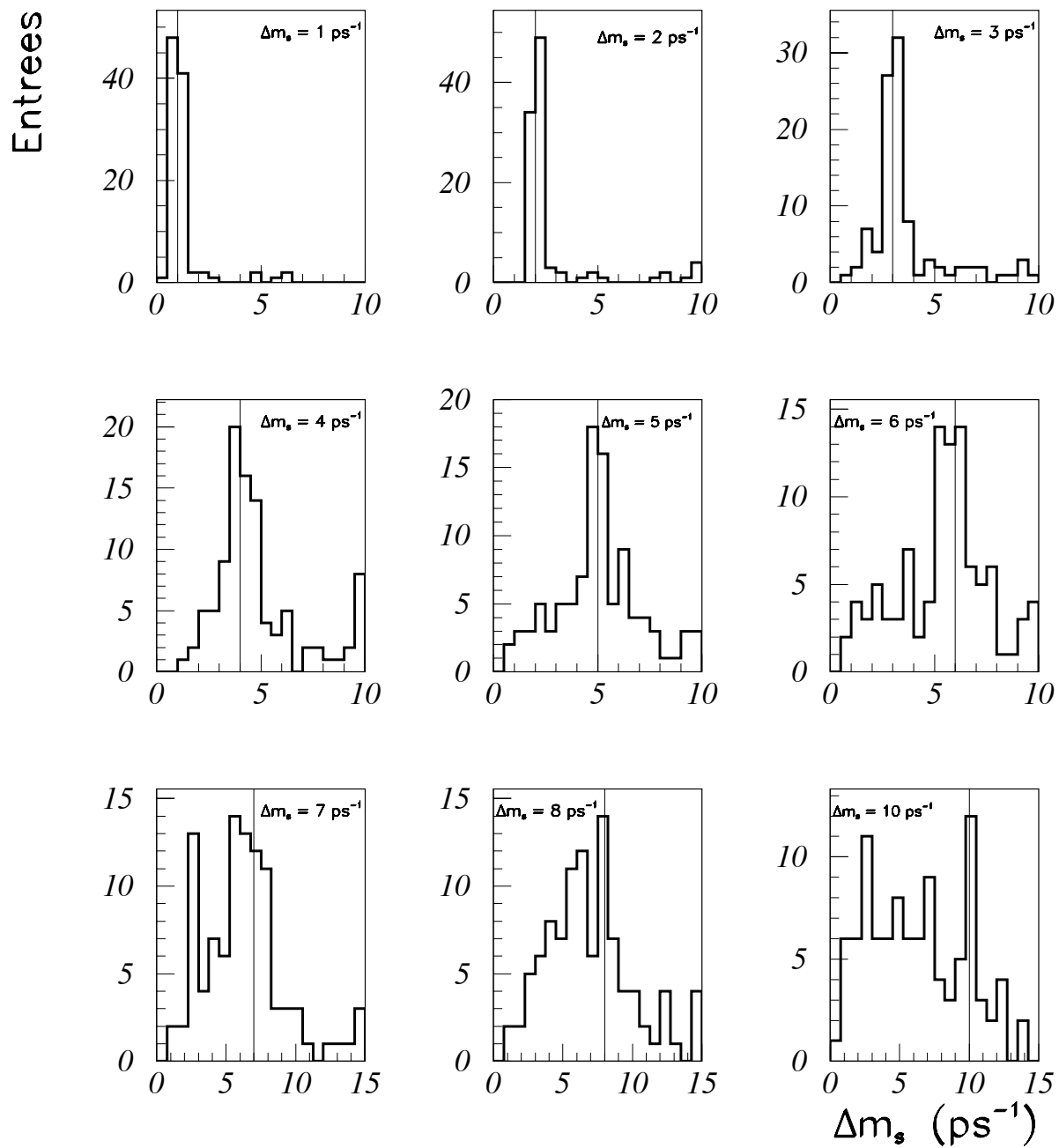


FIG. 7.1 – Position de la valeur ajustée de  $\Delta m_s$  qui correspond au maximum de vraisemblance. La valeur générée est indiquée sur les histogrammes par une ligne.

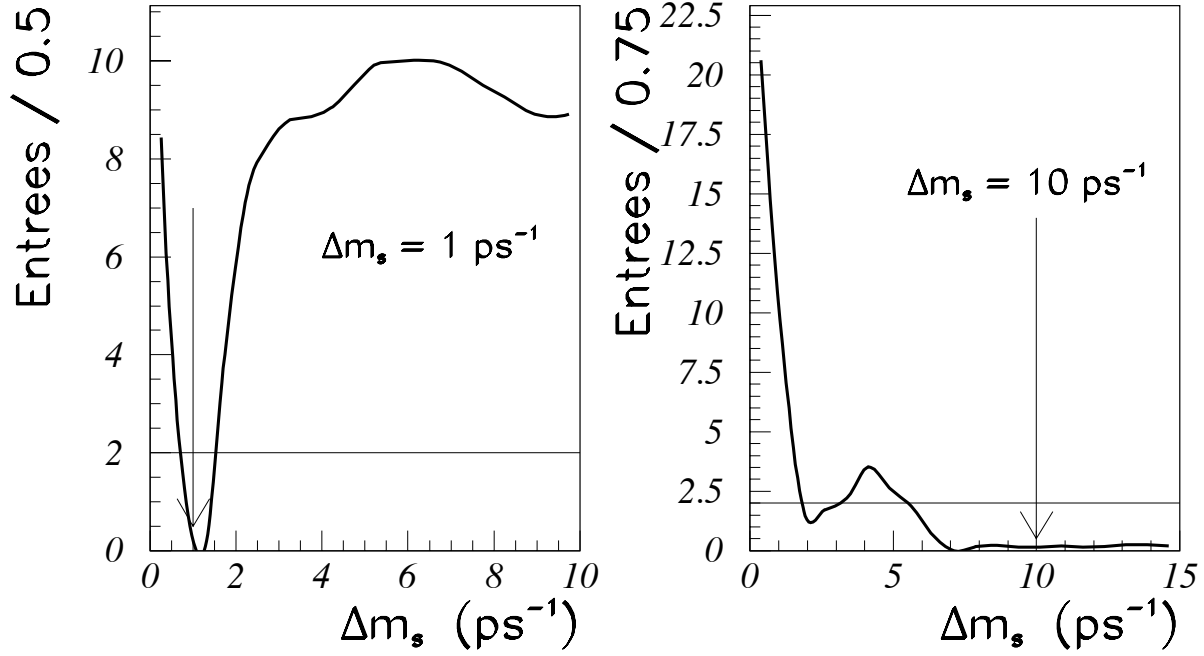


FIG. 7.2 – Profil de la fonction de vraisemblance pour  $\Delta m_s = 1 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  (a) et  $\Delta m_s = 10 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  (b).

### 7.2.1.2 Probabilités d'exclusion

Après avoir estimé une limite à 95% de niveau de confiance, il est nécessaire de déterminer la probabilité d'atteindre cette limite si l'on suppose la valeur de  $\Delta m_s$  infinie. Par définition, cette probabilité ne peut être que supérieure à 5%. Là encore, on a recours à la simulation rapide. On génère un grand nombre d'échantillons avec  $\Delta m_s$  infini (ou suffisamment élevé pour ne pas y être sensible), et on mesure dans combien de cas la limite obtenue est supérieure à celle déterminée dans les données réelles en utilisant la même procédure. L'imprécision est alors liée au nombre d'échantillons utilisés. La figure 7.5 représente la probabilité d'exclusion obtenue en générant 500 échantillons à  $\Delta m_s = 10 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$ .

### 7.2.1.3 Le traitement des erreurs systématiques

Plusieurs solutions ont été proposées [2]-[3]. Il est possible d'étudier l'effet d'un paramètre sur la simulation rapide. On détermine ainsi le nouveau contour à 95% de niveau de confiance avec les erreurs systématiques [2]. Cependant cette méthode n'est pas souhaitable. En effet, en faisant varier un paramètre dans la simulation rapide, on étudie en fait, la réponse d'une "expérience moyenne" à ce paramètre (puisque les niveaux de confiance sont déterminés à partir d'un grand nombre d'expériences). Or, il est tout à fait possible que l'expérience correspondant aux données réelles ne soit pas représentative de cette "expérience moyenne". Une autre solution serait d'étudier l'effet des erreurs systématiques directement sur la fonction de vraisemblance des données réelles. Cependant, là encore, il

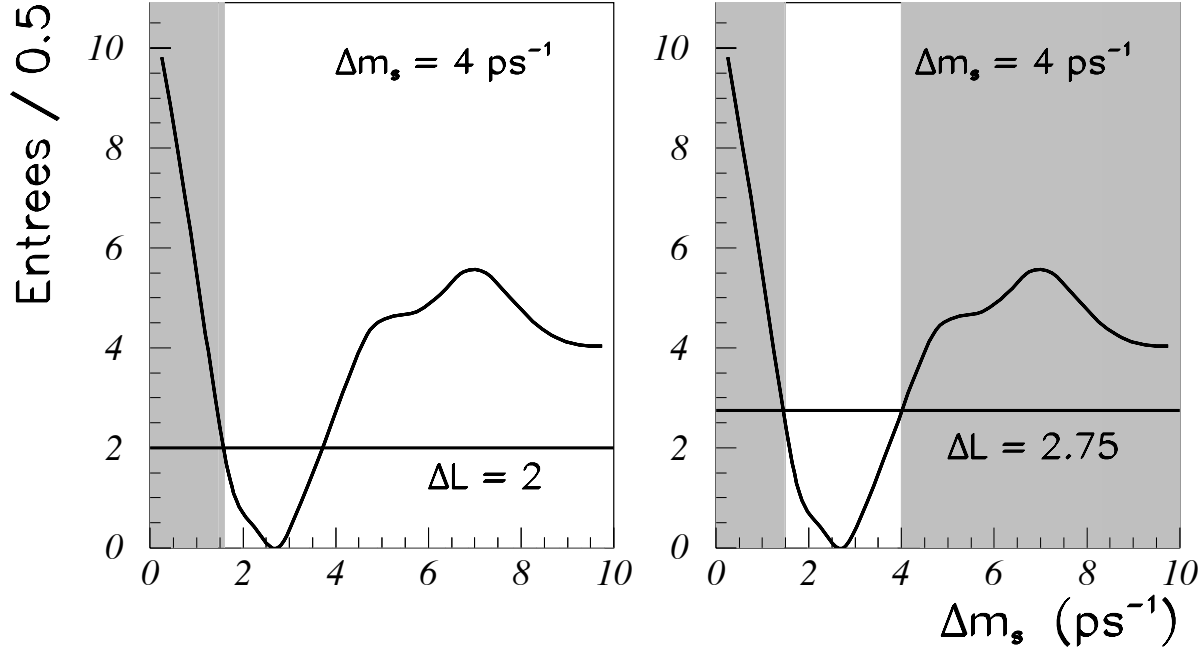


FIG. 7.3 – Exemple d’une génération à  $\Delta m_s = 4 \text{ ps}^{-1}$ . En (a), l’intersection de la fonction de vraisemblance avec un niveau voisin de 2 permet d’exclure uniquement les valeurs de  $\Delta m_s$  inférieures à la valeur générée. En (b), nous appliquons la deuxième méthode (voir texte) : le domaine d’exclusion est plus large mais il est nécessaire d’appliquer un niveau en  $\Delta \mathcal{L}$  plus élevé afin de n’exclure la valeur générée que dans 5% des cas.

faudrait en principe réévaluer la courbe du niveau de confiance à 95%.

En conclusion, les méthodes précédentes ne sont pas satisfaisantes pour plusieurs raisons. D’une part, elles utilisent toutes des simulations rapides. D’autre part, le traitement des erreurs systématiques ne semble pas convaincant. Enfin, il semble bien difficile, voire impossible, de combiner plusieurs expériences différentes. Quels niveaux minimum doit-t-on appliquer à la fonction de vraisemblance résultante (en additionnant les fonctions individuelles) pour atteindre une limite à 95% de niveau de confiance? Comment peut-on combiner les erreurs systématiques? Ces considérations nous ont donc conduit à abandonner ces méthodes au profit de la méthode dite de “l’amplitude”.

## 7.2.2 La méthode de l’amplitude

Cette méthode fut proposée pour la première fois par la collaboration Aleph [1], mais n’étant pas dans les secrets de cette collaboration, ce qui suit résulte de notre propre compréhension de cette approche. Nous allons montrer que cette méthode est suffisamment souple pour permettre de s’affranchir totalement de la simulation rapide.

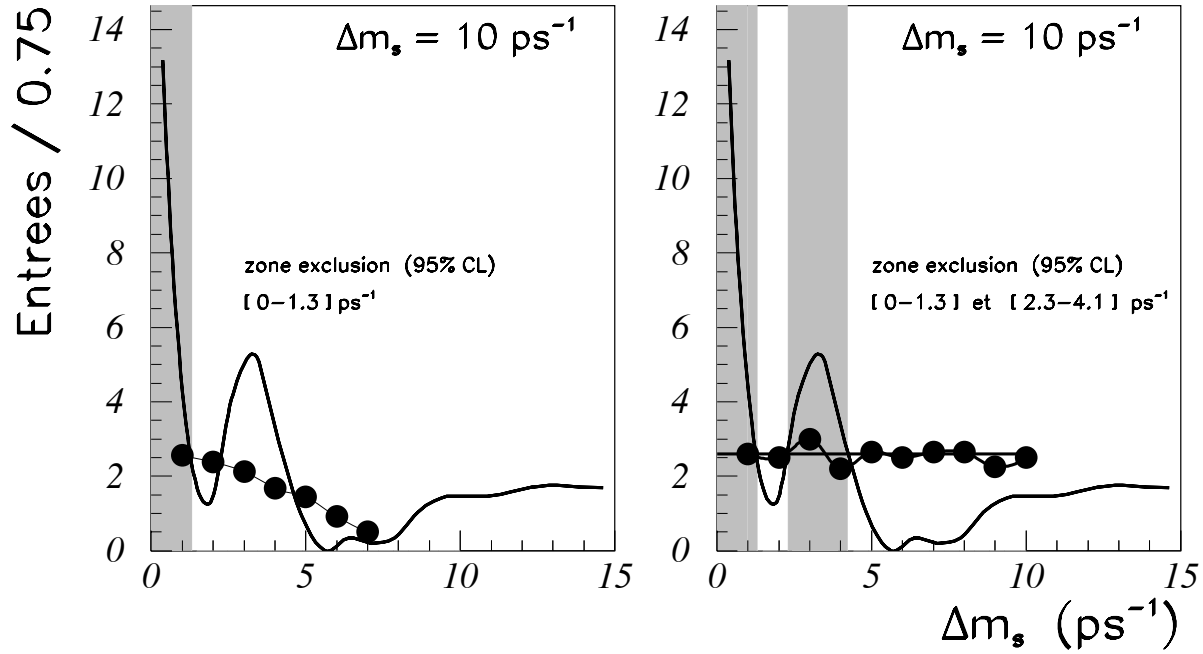


FIG. 7.4 – Contour à 95% de niveau de confiance (points) selon la méthode du premier minimum (à gauche) ou en tenant compte de plusieurs zones d'exclusion (à droite). Les portions grisées correspondent aux zones d'exclusion. Chaque point est obtenu en utilisant 100 échantillons selon la configuration des données.

### 7.2.2.1 Principe

Le problème majeur des méthodes précédentes, est l'absence de mesure qui n'autorise pas l'utilisation standard des règles de la statistique pour en déduire le niveau à 95% etc.... Ce défaut peut être pallié si, plutôt que de minimiser la fonction de vraisemblance en fonction  $\Delta m_s$ , on cherche à mesurer l'amplitude des oscillations pour une valeur de  $\Delta m_s$  donnée. Dans ces conditions, la fonction de vraisemblance écrite en 4.10 est modifiée en remplaçant:

$$\cos(\Delta m_s t) \rightarrow A \cos(\Delta m_s t)$$

où  $A$  est l'amplitude des oscillations. Jusqu'ici, la valeur de  $A$  était maintenue constante et égale à 1.

Si pour une valeur donnée de  $\Delta m_s$ , l'ajustement de l'amplitude est compatible avec zéro, alors il y a absence d'oscillation. Par contre, pour une autre valeur de  $\Delta m_s$ , il se pourrait que  $A$  deviennent compatible avec 1, ce qui favoriserait la présence d'une oscillation. L'intérêt majeur de cette approche, est que l'on est toujours capable d'effectuer une mesure de  $A$ : nous avons vérifié que le comportement de la fonction de vraisemblance était parabolique au voisinage du minimum. Ainsi, la valeur de  $A$  et son incertitude sont connues pour  $\Delta m_s$  quelconque. Sur la figure 7.6-a, nous avons représenté l'ajustement de l'amplitude en fonction de  $\Delta m_s$  lorsque la sensibilité est suffisante pour mesurer  $\Delta m_s = 3 \text{ hps}^{-1}$  (nous avons généré 10 000  $B_s^0$ ).

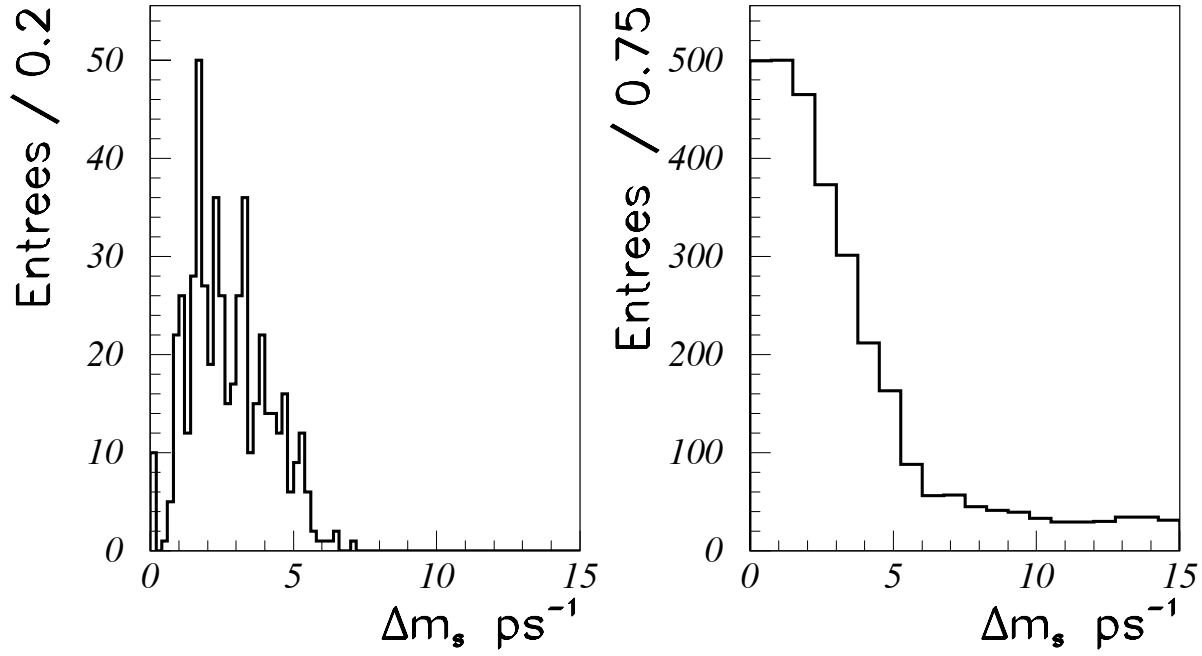


FIG. 7.5 – Probabilité d'exclusion selon la méthode du premier minimum (à gauche) ou en tenant compte de plusieurs zones d'exclusion (à droite). La valeur de  $\Delta m_s$  à la génération est  $10 \text{ hps}^{-1}$ . Enfin le niveau minimum requis est respectivement  $\Delta\mathcal{L} = 2$  sur la figure de gauche, contre 2,5 à droite.

Par contre, on voit clairement sur la figure 7.6-b que, lorsque la fonction de vraisemblance est insensible à la valeur de  $\Delta m_s$ , l'incertitude sur  $A$  devient de plus en plus grande,  $A$  devenant compatible avec 1 au delà de  $2,5 \text{ hps}^{-1}$ . Ainsi, un domaine d'exclusion en  $\Delta m_s$  à 95% de niveau de confiance peut être estimé lorsque l'amplitude est compatible avec 1 à 95% de niveau de confiance. Ceci revient à trouver la (les) valeur(s) de  $\Delta m_s$  telle(s) que:

$$A + 1,65\sigma_A \geq 1$$

c'est à dire les valeurs pour lesquelles, si l'on avait un signal ( $A = 1$ ), la probabilité d'observer une valeur de l'amplitude inférieure ou égale à celle mesurée soit de 5%.

Une représentation plus intuitive consiste à tracer la valeur de l'amplitude divisée par son erreur. Dans ces conditions, on peut évaluer rapidement l'ampleur d'une fluctuation statistique affectant l'amplitude. En effet, en l'absence de signal,  $A/\sigma_A$  doit suivre une loi normale. Un exemple est donné sur la figure 7.7 obtenue à partir de la simulation rapide ( $\Delta m_s = 20 \text{ hps}^{-1}$ ). L'intervalle de confiance à 95% décrit une courbe correspondant simplement au décalage de la courbe précédente par 1,65 unités. Enfin, les zones d'exclusion sont déterminées lorsque l'intervalle de confiance croise la courbe correspondant à une amplitude égale à 1, c'est à dire  $1/\sigma_A$  dans cette représentation. Nous nous placerons dorénavant dans cette représentation.

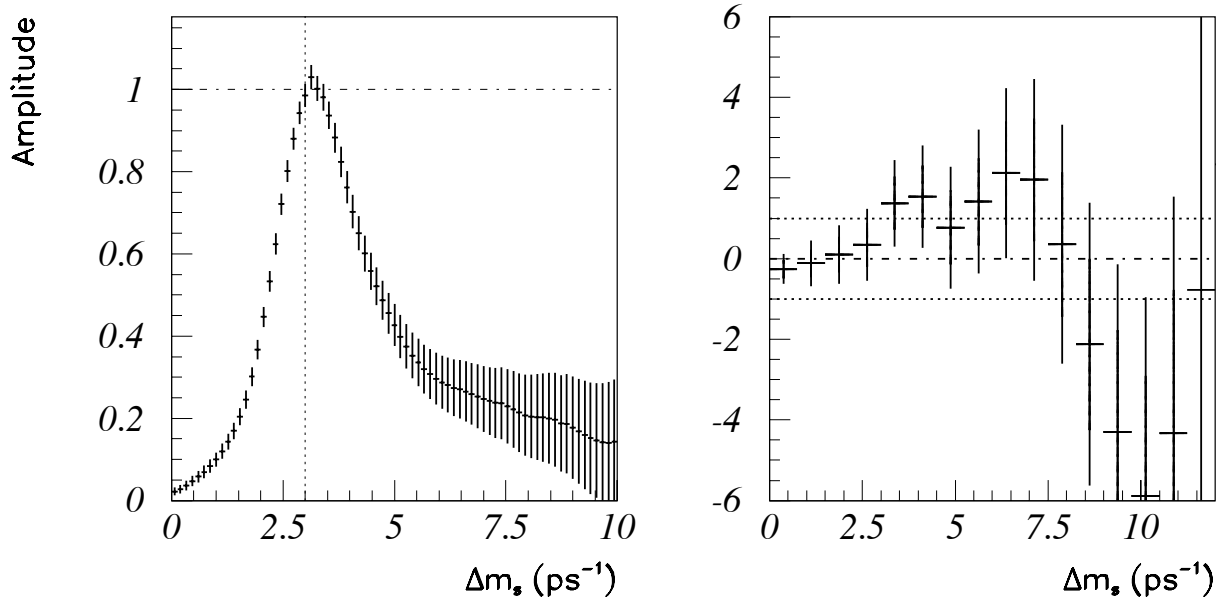


FIG. 7.6 – *Principe de la méthode des amplitudes. En (a), une mesure de  $\Delta m_s$  est possible, l'amplitude étant compatible avec 1 au voisinage de la valeur générée. En (b), seule une limite peut être estimée.*

### 7.2.2.2 Probabilité d'exclusion

Il est toujours possible d'utiliser une simulation tout comme dans les méthodes précédentes. Cependant, la méthode des amplitudes permet d'éviter le recours à la simulation rapide. En l'absence de signal ( $\Delta m_s$  infini), l'amplitude devrait être égale à zéro aux fluctuations statistiques près. La probabilité d'exclusion à 95% s'identifie donc à la probabilité qu'une fluctuation statistique fasse passer l'amplitude de 0 à la valeur  $A = A_{stat}$  telle que  $A_{stat} + 1,65\sigma_A \geq 1$ . On a ainsi:

$$\mathcal{P}(exclu) = 1 - \int_{1-1,65\sigma_A}^{\infty} \frac{dA}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} e^{-\frac{A^2}{2\sigma_A^2}} \quad (7.2)$$

L'intérêt majeur de cette approche réside dans la possibilité d'estimer directement à partir des données la probabilité d'exclusion. En effet, l'incertitude sur  $A$  est entièrement déterminée par la statistique et la sensibilité de l'analyse. Les fluctuations statistiques n'influencent que la valeur centrale de l'amplitude. A titre d'illustration, nous avons généré 200 échantillons selon la configuration des données (en respectant la proportion données 1991-1993/1994). Nous en avons déduit la probabilité d'exclusion en utilisant l'ancienne méthode: une région est exclue si  $A + 1,65\sigma_A < 1$ . De même, nous avons appliqué la formule 7.2 sur l'une de ces expériences. Le résultat de la probabilité d'exclusion est illustré sur la figure 7.8. Les deux approches sont en parfait accord. Nous avons vérifié que l'application de la formule 7.2 à une autre expérience fournit les mêmes résultats.

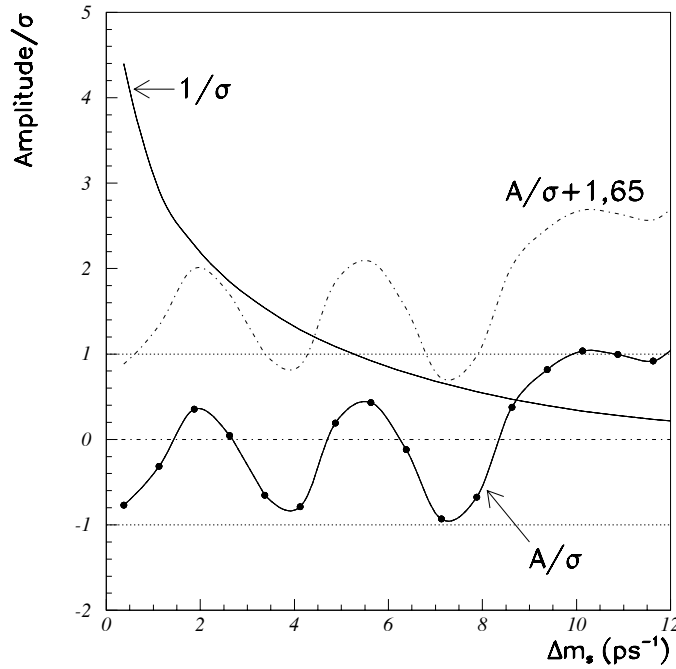


FIG. 7.7 – Illustration de la méthode des amplitudes dans la représentation  $A/\sigma_A$ .

Nous pouvons donc appliquer directement ce critère aux données réelles.

### 7.2.2.3 Erreurs systématiques et combinaisons d'expériences

Le traitement des erreurs systématiques se trouve ici grandement simplifié. Une mesure de  $A$  étant effectuée, on évalue directement l'effet des erreurs systématiques sur  $A$ . Par conséquent, l'incertitude sur  $A$  est composée de la somme quadratique de l'erreur statistique et de l'erreur systématique. Ces incertitudes sont donc évaluées directement sur les données. On peut alors en déduire un nouveau contour à 95% de niveau de confiance tenant compte de l'erreur totale.

La combinaison de deux expériences différentes s'effectue simplement en combinant point par point la valeur de l'amplitude de chaque expérience pour un  $\Delta m_s$  donné. A partir des amplitudes combinées, on peut en déduire le nouvel intervalle de confiance, et donc la nouvelle limite.

## 7.3 Application aux données

### 7.3.1 Limite statistique

Nous appliquons la méthode de l'amplitude dans les données. Les paramètres utilisés sont ceux déterminés au paragraphe 6.1.5 lors de la mesure de  $\Delta m_d$ . Les valeurs de la pureté de l'étiquetage avec la charge du jet et de  $\Delta m_d$  sont prises égales à celles mesurées

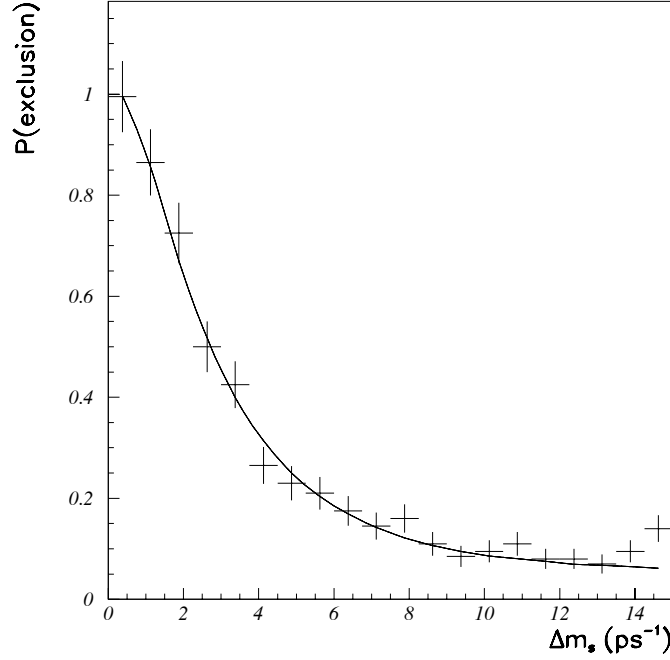


FIG. 7.8 – *Probabilité d'exclusion.* Les points ont été déterminés en utilisant un grand nombre d'échantillons générés avec la simulation rapide. La courbe résulte de l'application de la formule 7.2 à l'un de ces échantillons.

dans les données. Le logarithme de la fonction de vraisemblance se réécrit :

$$\ln \mathcal{L} = \sum_i \ln (a_i + b_i A) \quad (7.3)$$

où  $a_i$  et  $b_i$  regroupent respectivement l'ensemble des termes indépendants et dépendants de  $\cos(\Delta m_s t)$ . L'expression 7.3 n'est calculable que si l'amplitude  $A$  est bornée entre

$$-\frac{a_i}{b_i} \leq A \leq \frac{1 - a_i}{b_i} \text{ ou } \frac{1 - a_i}{b_i} \leq A \leq -\frac{a_i}{b_i}$$

selon le signe de  $b_i$ . Ainsi, pour chaque événement  $i$ , on calcule au préalable  $a_i$  et  $b_i$ , de façon à déterminer l'intervalle de variation de  $A$  qui sera autorisé lors de l'application du programme de minimisation à l'ensemble des événements de l'échantillon.

Un ajustement de  $A$  est ensuite effectué pour des valeurs de  $\Delta m_s$  comprises entre 0 et  $15 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  (par pas de  $0,2 \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$ ). Le résultat de l'ajustement de l'amplitude en fonction de  $\Delta m_s$ , pour l'ensemble des données, est illustré sur la figure 7.9-a. Les barres d'erreur correspondent à 1 écart standard. A titre indicatif, nous avons représenté en 7.9-b, le profil de la fonction de vraisemblance.

Sur la figure 7.10, est représentée l'amplitude divisée par son erreur. On distingue 2 zones d'exclusion. La première pour  $\Delta m_s \in [0; 1,9] \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$  et la seconde pour  $\Delta m_s \in [3,3; 6,3] \text{ } \hbar\text{ps}^{-1}$ . On constate que la zone non-exclue correspond à une fluctuation statistique (malchanceuse) de  $+1,5 \sigma$  ce qui ne constitue donc pas un signal significatif! Par

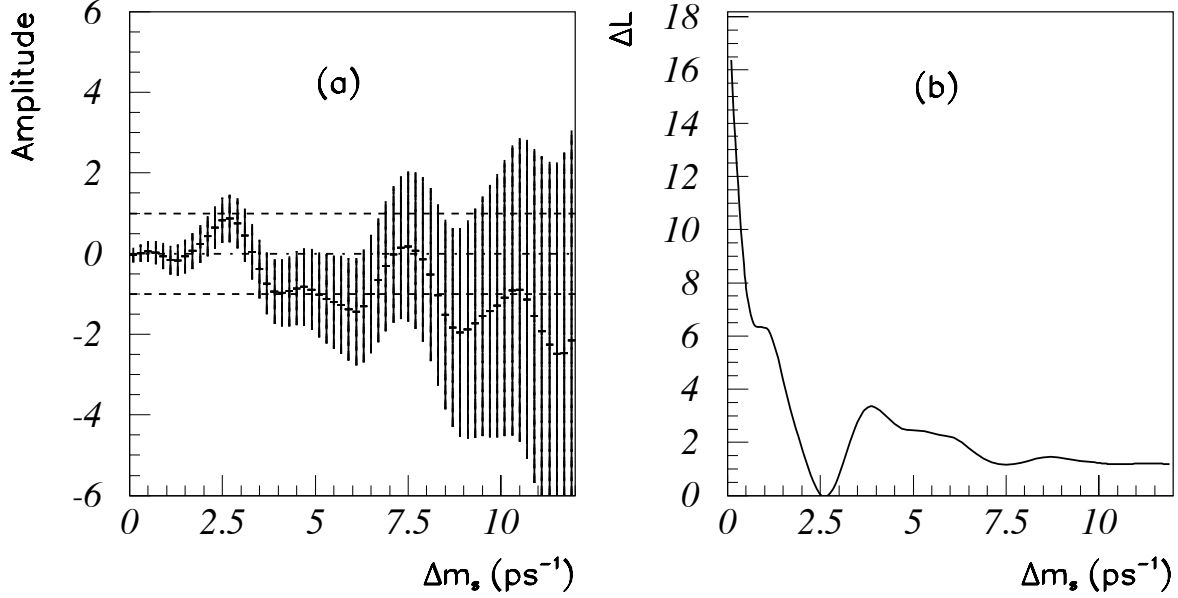


FIG. 7.9 – Variation de l’amplitude mesurée dans les données en fonction de  $\Delta m_s$  (a) et profil de la fonction de vraisemblance (b).

contre la seconde zone d’exclusion bénéficie d’une fluctuation statistique (heureuse) de  $-1 \sigma$ . Globalement, on observe néanmoins une dispersion de  $A/\sigma_A$  compatible avec une distribution normale.

La probabilité d’exclusion est représentée sur la figure 7.11. On constate que d’un point de vue statistique, la probabilité d’exclure  $6,3 \text{ hps}^{-1}$  est de 18%. Par contre, la probabilité de ne pas exclure  $1,9 \text{ hps}^{-1}$  est de 31 %. La valeur de  $\Delta m_s$  correspondant à une probabilité d’exclusion de 50 % est  $2,8 \text{ hps}^{-1}$ .

### 7.3.2 Limite incluant les erreurs systématiques

Nous avons distingué parmi les paramètres maintenus à des valeurs fixes, ceux susceptibles d’influencer la limite sur  $\Delta m_s$  (voir table 7.3). Nous les avons fait varier selon leur incertitude, et avons mesuré les amplitudes correspondantes dans les données. L’erreur systématique associée correspond au déplacement de la valeur de l’amplitude.

- **Variation de  $\Delta m_d$  et  $\epsilon_{jet}^b$**

La pureté de l’étiquetage avec la charge du jet est un paramètre fondamental pour l’étude des oscillations. Cependant, nous le contrôlons avec une grande précision puisque lors de la mesure de  $\Delta m_d$ , nous l’avons également ajusté. Nous avons donc fait varier globalement  $\Delta m_d$  et  $\epsilon_{jet}^b$  en tenant compte du coefficient de corrélation  $\rho = 0,62$ . C’est l’effet dominant, mais son impact n’est sensible qu’aux faibles valeurs de  $\Delta m_s$ .

- **Variation de la pureté en  $B_s^0$**

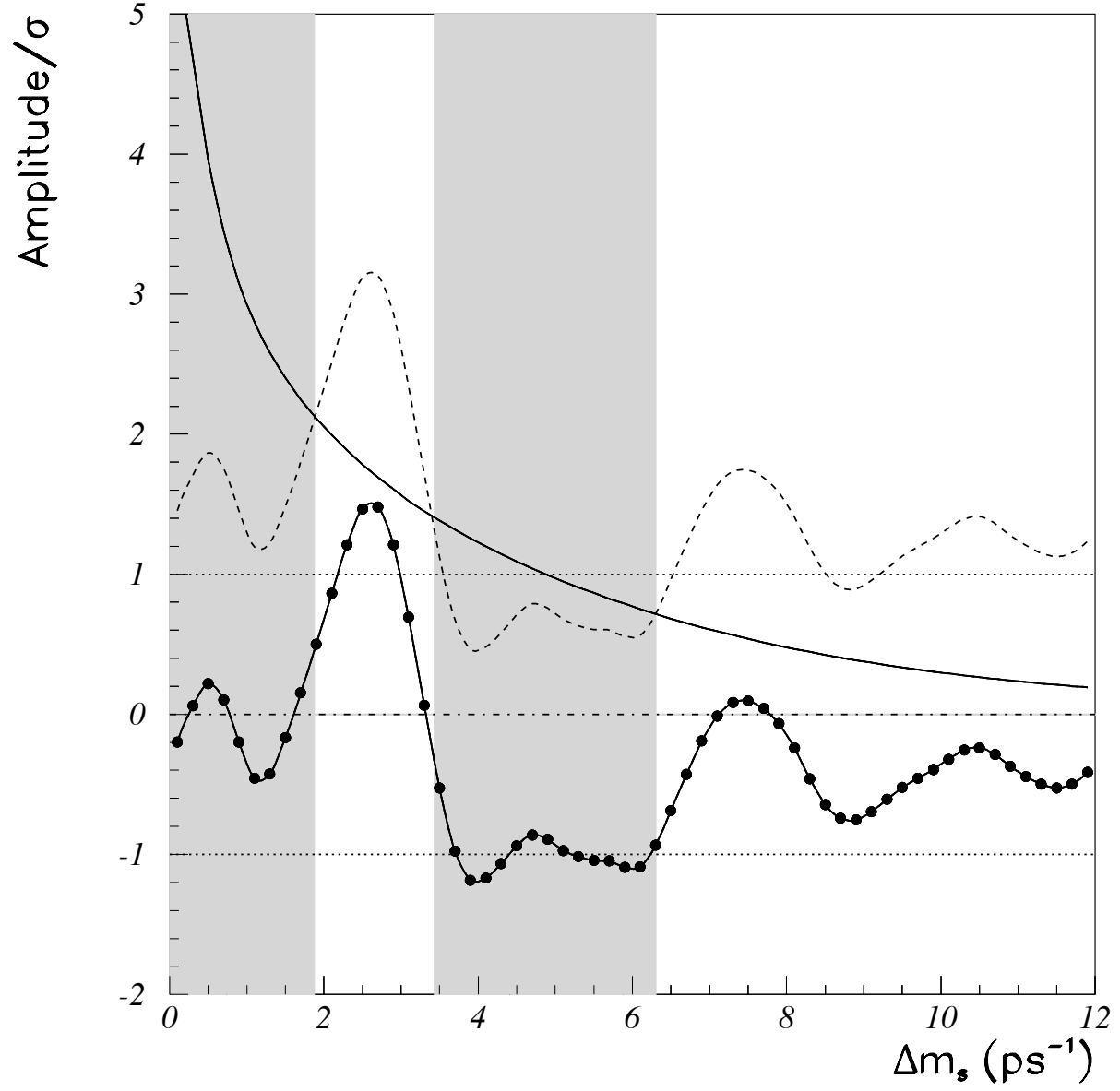


FIG. 7.10 – Variation de  $A/\sigma_A$  en fonction de  $\Delta m_s$  dans les données. La courbe en pointillé correspond à l'intervalle de confiance à 95% ( $A/\sigma_A + 1,65$ ) et son intersection avec la courbe en trait plein représentant  $1/\sigma_A$  détermine les zones d'exclusion en grisé.

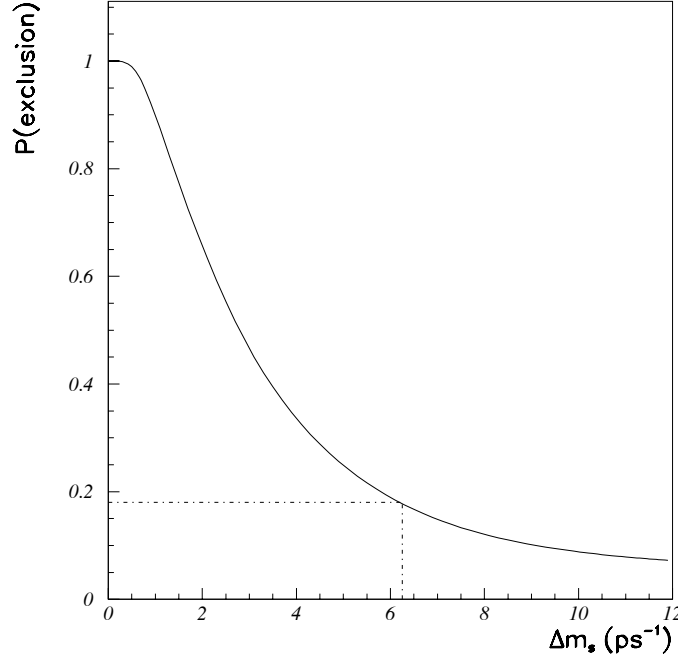


FIG. 7.11 – Probabilité d'exclusion dans les données.

Nous avons déduit à la section 6.1.2, le taux de  $B_s^0$ ,  $P_s$ , en fonction de  $\bar{\chi}$ ,  $\chi_d$  et  $P_\Lambda$ . Seules les incertitudes sur  $\bar{\chi}$  et  $\chi_d$  ont une influence sur  $P_s$ . Par conséquent, nous avons fait varier indépendamment  $\bar{\chi}$  et  $\chi_d$ , l'effet résultant sur l'amplitude étant ajouté en quadrature. La variation en  $P_s$  correspond à  $\pm 2\%$ .

- **Incertitude relative sur la distance de vol et sur l'énergie**

Afin d'évaluer l'effet d'un désaccord au niveau de la résolution sur la distance de vol et sur l'énergie du méson beau, nous avons ajusté l'amplitude en fonction de  $\Delta m_s$  dans la simulation avant et après une dégradation relative de  $\pm 10\%$ . Ces incertitudes sont conservatives, car rappelons, que nous utilisons une simulation ayant préalablement été modifiée de façon à reproduire les performances des données (voir paragraphe 3.5.1). Le désaccord résiduel serait donc dû aux procédures mise en œuvre pour ajuster la simulation aux données. Le même nombre d'événements que dans les données a été utilisé dans les simulations 93 et 94 (soit 32 394 en 1993 et 27 987 en 1994). La différence observée s'avère faible et nous l'avons ajoutée quadratiquement aux autres sources d'erreurs systématiques.

| Paramètre            | valeur centrale | variation   |
|----------------------|-----------------|-------------|
| $\Delta m_d$         | 0,500           | $\pm 0,042$ |
| $\epsilon_{jet}^b$   | 0,673           | $\pm 0,005$ |
| $\bar{\chi}$         | 0,116           | $\pm 0,006$ |
| $\chi_d$             | 0,168           | $\pm 0,016$ |
| $\frac{\delta v}{v}$ |                 | $\pm 10\%$  |
| $\frac{\delta p}{p}$ |                 | $\pm 10\%$  |

TAB. 7.3 – Sources d’incertitudes systématiques considérées dans l’évaluation de la limite sur  $\Delta m_s$

Les nouvelles zones d’exclusion, à 95% de niveau de confiance, sont illustrées sur la figure 7.12. Elles correspondent respectivement à  $[0; 1,7]$  et  $[3,4; 6,1]$ . On constate que l’incidence des incertitudes systématiques reste faible dans la région a grand  $\Delta m_s$ . La probabilité d’exclusion incluant l’effet des erreurs systématiques est montrée sur la figure 7.13. Pour  $\Delta m_s = 6,1 \text{ hps}^{-1}$ , elle est de 16,5 % et vaut 37% pour  $\Delta m_s = 3,4 \text{ hps}^{-1}$ .

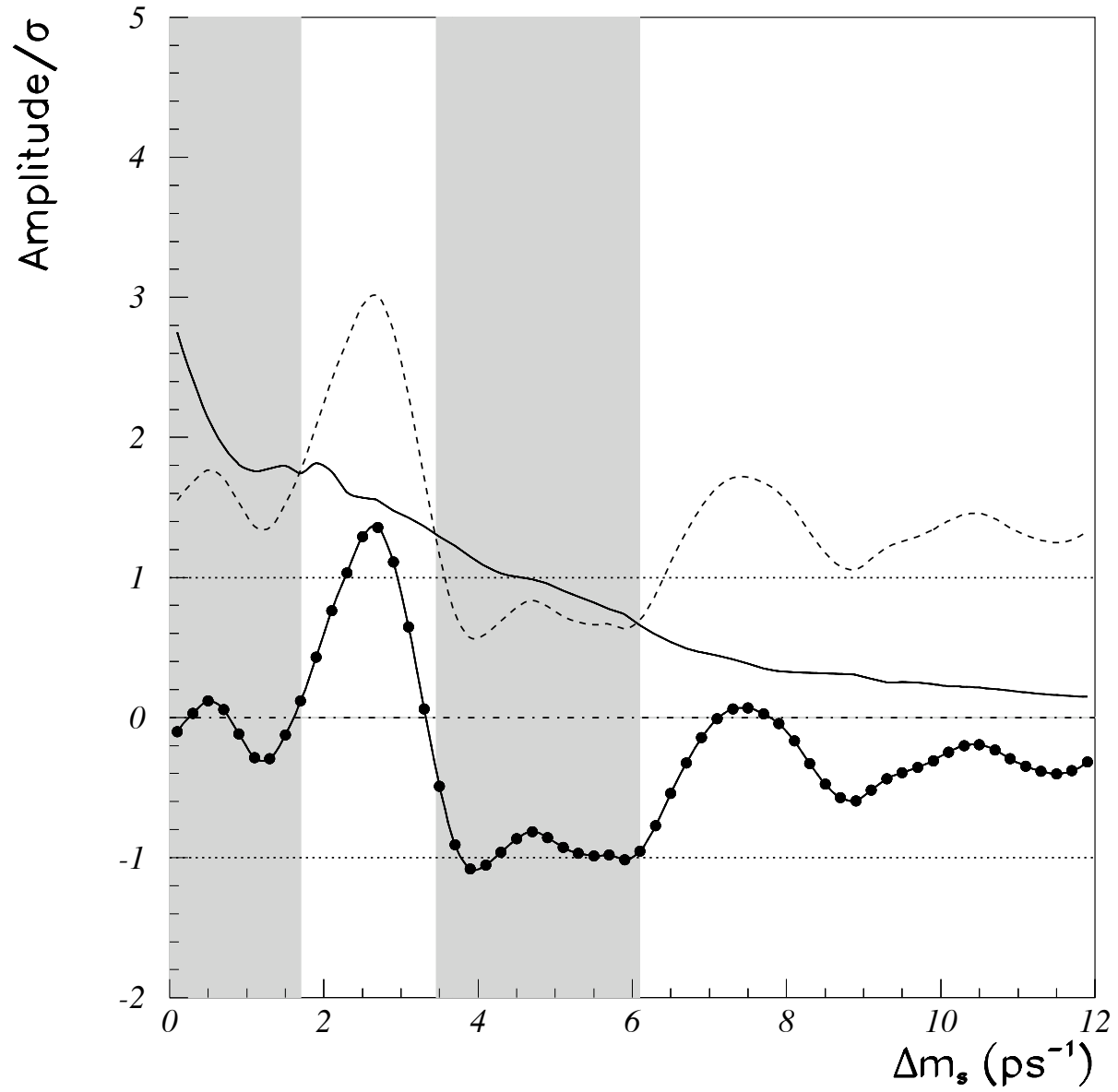


FIG. 7.12 – Variation de  $A/\sigma_A$  en fonction de  $\Delta m_s$  dans les données après inclusion des incertitudes systématiques. La courbe en pointillé correspond à l'intervalle de confiance à 95% ( $+1,65 \sigma_A$ ) et son intersection avec la courbe en trait plein représentant  $1/\sigma_A$  détermine les zones d'exclusion en grisé.

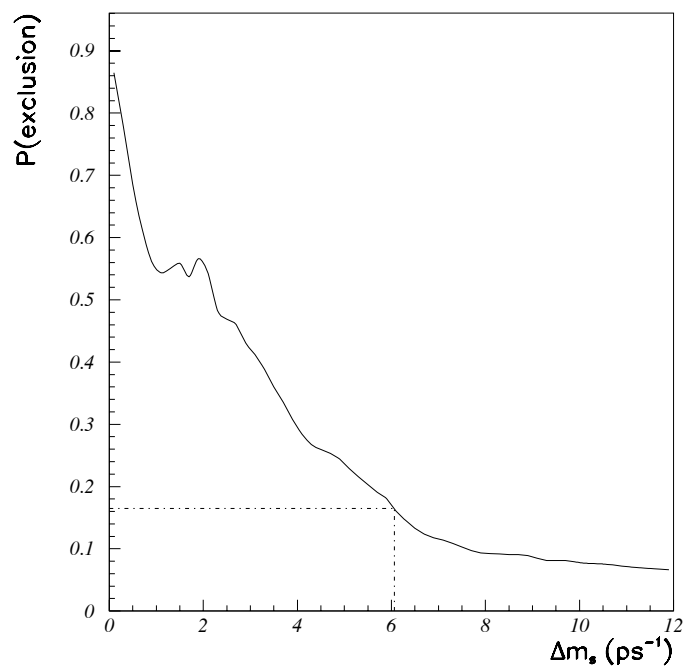


FIG. 7.13 – *Probabilité d'exclusion incorporant les incertitudes systématiques.*

# Bibliographie

- [1] voir l'exposé donné par O. Schneider à la Conférence de Bruxelles, PA5, International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, July 27-August 2, 1995.
- [2] Aleph Coll., *Phys. Lett. B* **356** (1995) 409.
- [3] Delphi Coll., Delphi note **95-109** Phys 544, 30 June 1995

# Conclusions

La haute statistique, accumulée par la collaboration Delphi au pôle du  $Z^0$  (près de 3,2 millions de désintégrations hadroniques), permet d'entreprendre des études qui, il y a peu, étaient encore irréalisables. Cette thèse s'est pleinement inscrite dans ce contexte.

Les outils développés au cours de ce travail nous ont permis de mesurer le temps propre des mésons beaux, pour des événements comportant un lepton émis à grande impulsion transverse par rapport à l'axe du jet. En application, deux voies ont été explorées : la mesure de la durée de vie du méson  $B_d^0$  et l'étude des oscillations des mésons beaux-neutres via leur dépendance temporelle.

Dans la première analyse, nous avons suivi une approche originale. La présence d'un couple  $\pi^\pm \ell^\mp$  de charges opposées nous a permis de sélectionner de manière inclusive des mésons  $\overline{B}_d^0$  se désintégrant dans le canal  $D^{*+} \ell^- \overline{\nu}$  suivi de  $D^{*+} \rightarrow \pi^+ D^0$ . Ainsi, près de 4 100  $D^*$  ont été reconstruits, soit une augmentation de la statistique, comparée aux reconstructions exclusives de  $D^*$  associé à un lepton, par un facteur variant de cinq à sept. Une mesure de la durée de vie du méson  $B_d^0$  a pu ainsi être effectuée :

$$\tau(\overline{B}_d^0) = 1,500_{-0,037}^{+0,038} \pm 0,041 \text{ (syst) } ps$$

et constitue à ce jour, la mesure la plus précise, dont l'incertitude est comparable à celle sur la moyenne mondiale actuelle obtenue à partir des mesures antérieures des collaborations LEP et CDF au Tevatron. Ce niveau de précision ouvre des perspectives intéressantes, en permettant de mesurer pour la première fois, la constante de désintégration pseudo-scalaire  $f_B$  par application de modèles théoriques développés pour expliquer les différences de durée de vie entre les différents types de mésons B :

$$f_B = 250_{-80}^{+60} MeV$$

Cette évaluation incorpore notre mesure de la durée de vie à la moyenne mondiale antérieure.

Dans le second volet de cette thèse, nous avons abordé la mesure de la différence de masse entre les deux états physiques du système  $B_d^0 - \overline{B}_d^0$ . Deux analyses y contribuent. La première porte sur des événements comportant un lepton à grand  $p_T$ , la seconde, sur des couples  $\pi^\pm \ell^\mp$ . L'étiquetage de la nature  $B^0$  ou  $\overline{B}^0$  du méson, à la production, est réalisé par la charge moyenne de l'hémisphère opposé au lepton. Les mesures ainsi obtenues sont :

$$\Delta m_d = 0,500 \pm 0,042 \text{ (stat)} \pm 0,027 \text{ (syst)} \text{ hps}^{-1}$$

dans le canal, lepton à grand  $p_T$ -charge du jet, et,

$$\Delta m_d = 0,493 \pm 0,053 \text{ (stat)} \pm 0,017 \text{ (syst)} \text{ hps}^{-1}$$

dans le canal  $\pi^\pm \ell^\mp$ -charge du jet. La précision sur ces deux mesures n'est pas limitée par les incertitudes systématiques et pourra donc s'améliorer dans l'avenir. Le résultat combiné que nous avons obtenu est :

$$\Delta m_d = 0,497 \pm 0,039 \text{ (stat + syst)} \text{ hps}^{-1}$$

Les mesures de précision sur  $\Delta m_d$  pourraient à terme, permettre de mesurer l'élément de matrice  $V_{td}$  dont l'extraction est aujourd'hui entachée d'incertitudes théoriques liées à la maîtrise de l'interaction forte dans le domaine non perturbatif ( $f_B$ ,  $B_B$ ).

Le troisième volet de ce travail concerne l'étude des oscillations du système  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ . Nous avons mené à son terme, une analyse permettant, à partir d'événements contenant un lepton de grande impulsion transverse, d'estimer une limite inférieure sur la différence de masse entre les deux états physiques du système  $B_s^0 - \overline{B}_s^0$ . Nous avons ainsi déterminé deux zones d'exclusion à 95% de niveau de confiance:

$$\Delta m_s \notin [0; 1,7] \text{ hps}^{-1} \text{ et } \Delta m_s \notin [3,4; 6,1] \text{ hps}^{-1}$$

La probabilité d'exclusion pour  $\Delta m_s = 6,1 \text{ hps}^{-1}$  est de 16,5% contre 37% à  $3,4 \text{ hps}^{-1}$ . L'approche que nous avons développée permet la combinaison de plusieurs expériences ainsi qu'un traitement des incertitudes systématiques plus simple qu'à l'accoutumée. En conséquence, on peut raisonnablement penser que la zone non-exclue entre 1,7 et  $3,4 \text{ hps}^{-1}$  le sera dans un avenir proche en combinant, par exemple, cette analyse avec un canal plus exclusif tel  $D_s$ -lepton. Comme nous l'avons montré dans le premier chapitre, ce résultat permet d'approcher le domaine attendu dans le cadre du modèle standard et la combinaison de plusieurs canaux devrait permettre d'explorer la région la plus probable au voisinage de  $\Delta m_s \simeq 8 \text{ hps}^{-1}$ .

# Annexes

## Contenu du chapitre

---

|          |                                                                                                   |            |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>A</b> | <b>Expression de la matrice de masse du système <math>B_q^0 - \overline{B}_q^0</math> . . . .</b> | <b>225</b> |
| <b>B</b> | <b>Calculs intermédiaires du diagramme en boîte . . . . .</b>                                     | <b>230</b> |
| <b>C</b> | <b>Calcul des intégrales <math>A_{ij}</math> . . . . .</b>                                        | <b>233</b> |

---

## A Expression de la matrice de masse du système $B_q^0 - \overline{B}_q^0$

Afin de déterminer la matrice de masse qui régit l'évolution du système  $B_q^0 - \overline{B}_q^0$ , nous allons formuler le problème sous sa forme Hamiltonienne. Le lecteur trouvera des informations complémentaires aux traitements qui suivent dans la référence [1].

Désignons par  $H_s$  l'Hamiltonien des interactions fortes et  $H_w$  celui des interactions faibles. La fonction d'onde  $|\phi(t)\rangle$  qui décrit l'ensemble du système, état propre de l'Hamiltonien total  $H_s + H_w$  obéit à l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{d}{dt} |\phi(t)\rangle = (H_s + H_w) |\phi(t)\rangle \quad (\text{A1})$$

où nous nous plaçons dans une unité où  $\hbar = c = 1$ . Travaillons en représentation d'interaction afin d'éliminer la dépendance temporelle liée à  $H_s$ . On introduit donc :

$$|\Psi(t)\rangle = e^{iH_s t} |\phi(t)\rangle \quad (\text{A2})$$

$e^{iH_s t}$  représentant l'opérateur d'évolution.  $|\Psi(t)\rangle$  obéit alors à l'équation :

$$i \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle = e^{iH_s t} H_w e^{-iH_s t} |\Psi(t)\rangle \quad (\text{A3})$$

En décomposant  $|\Psi(t)\rangle$  sur la base des états propres de l'interaction forte,

$$|\Psi(t)\rangle = a(t) |B_q^0\rangle + \bar{a}(t) |\overline{B}_q^0\rangle + \sum_k C_k(t) |k\rangle \quad (\text{A4})$$

On obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} a(t) = & \langle B_q^0 | H_w | B_q^0 \rangle a(t) + \langle B_q^0 | H_w | \overline{B}_q^0 \rangle \bar{a}(t) \\ & + \sum_k \langle B_q^0 | H_w | k \rangle e^{i(m_q - E_k)t} C_k(t) \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \bar{a}(t) = & \langle \overline{B}_q^0 | H_w | B_q^0 \rangle a(t) + \langle \overline{B}_q^0 | H_w | \overline{B}_q^0 \rangle \bar{a}(t) \\ & + \sum_k \langle \overline{B}_q^0 | H_w | k \rangle e^{i(m_q - E_k)t} C_k(t) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} C_k(t) = & \langle k | H_w | B_q^0 \rangle e^{i(E_k - m)t} a(t) + \langle k | H_w | \overline{B}_q^0 \rangle e^{i(E_k - m)t} \bar{a}(t) \\ & + \sum_j \langle k | H_w | j \rangle e^{i(E_k - E_j)t} C_j(t) \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

où  $k$  représente la valeur propre de  $|k\rangle$  et  $m_q$  celle de  $|B_q^0\rangle$  et de  $|\overline{B_q^0}\rangle$ . Nous allons supposer les éléments de matrice de  $H_w$  petits devant ceux de  $H_s$  : nous ne gardons donc que les termes d'ordre 2 en  $H_w$ . Ceci revient alors à négliger la somme sur  $j$  dans l'équation A7. En effet, ce terme contribue au 3<sup>e</sup> ordre en  $H_w$  (il suffit pour s'en convaincre d'intégrer A7 et de le substituer en A5 et A6 à 2 reprises). Cette approximation fut introduite pour la première fois dans une publication de Weisskopf et Wigner [2] traitant de la description des états instables. Après intégration de A7 et substitution dans A5 et A6 on aboutit à :

$$\frac{d}{dt}A(t) + ih_w A(t) + \sum_k D_k \int_0^t dt' A(t') e^{-i\omega_k(t-t')} = 0 \quad (\text{A8})$$

où nous avons introduit les notations :

$$A(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ \bar{a}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{A9})$$

$$\omega_k = E_k - m_q$$

$$h_w = \begin{pmatrix} \langle B_q^0 | H_w | B_q^0 \rangle & \langle B_q^0 | H_w | \overline{B_q^0} \rangle \\ \langle \overline{B_q^0} | H_w | B_q^0 \rangle & \langle \overline{B_q^0} | H_w | \overline{B_q^0} \rangle \end{pmatrix}$$

$$D_k = \begin{pmatrix} \langle B_q^0 | H_w | k \rangle & \langle k | H_w | B_q^0 \rangle \\ \langle \overline{B_q^0} | H_w | k \rangle & \langle k | H_w | \overline{B_q^0} \rangle \end{pmatrix}$$

Pour établir A8, nous avons supposé implicitement que l'état initial est une superposition de  $|B_q^0\rangle$  et  $|\overline{B_q^0}\rangle$  ( $C_k(0) = 0$ ). La résolution de l'équation intégrale A8 s'effectue simplement en calculant sa transformée de Laplace :

$$-A(0) + s\tilde{A}(s) + ih_w \tilde{A}(s) + \sum_k D_k \frac{\tilde{A}(s)}{s + i\omega_k} = 0 \quad (\text{A10})$$

où  $\tilde{A}(s)$  représente la transformée de Laplace de  $A(t)$  :

$$\tilde{A}(s) = \int_0^\infty e^{-ist} A(t) dt \quad (\text{A11})$$

L'équation A10 permet d'en déduire  $\tilde{A}(s)$  :

$$\tilde{A}(s) = \frac{1}{s + iW(s)} A(0) \quad (\text{A12})$$

avec

$$W(s) = h_w - \sum_k \frac{D_k}{\omega_k - is} \quad (\text{A13})$$

$A(t)$  s'obtient en calculant la transformée de Laplace inverse :

$$A(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi i} \int_{\varepsilon - i\infty}^{\varepsilon + i\infty} ds \tilde{A}(s) e^{st} \quad (\text{A14})$$

qui s'exprime plus simplement en posant  $s = \varepsilon + iy$  :

$$A(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} idy \frac{e^{(\varepsilon + iy)t}}{\varepsilon + iy + iW(\varepsilon + iy)} A(0) \quad (\text{A15})$$

La contribution de  $W(\varepsilon + iy)$  à l'intégrale n'est significative que pour  $y$  proche de zéro. En effet,  $W(iy)$  ne dépend de  $y$  que par une contribution du second ordre en  $H_w$  (voir A.13). Cette dépendance est donc en première approximation faible. Nous n'allons donc conserver que la valeur de  $W$  en  $y = 0$ .

On en déduit donc :

$$W(0) = W(y = 0) = h_w - P \sum_k \frac{D_k}{\omega_k} - i\pi \sum_k D_k \delta(\omega_k) \quad (\text{A16})$$

où nous avons utilisé l'égalité :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\omega_k - i\varepsilon} = P \left( \frac{1}{\omega_k} \right) + i\pi \delta(\omega_k) \quad (\text{A17})$$

$P$  désignant la partie principale. Moyennant ces approximations,  $A(t)$  prend la forme :

$$A(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{e^{iyt}}{y + W(0)} A(0) \quad (\text{A18})$$

Il nous reste à calculer l'expression précédente. Pour cela, décomposons  $A(0)$  sur la base des deux vecteurs propres de  $W(0)$ ,  $v_1$  et  $v_2$  :

$$A(0) = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 \quad (\text{A19})$$

Compte tenu de (A.16), les valeurs propres associées à  $v_1$  et  $v_2$  peuvent s'écrire sous la forme  $m_j - i\frac{\gamma_j}{2}$  ( $j = 1, 2$ ).  $m_j$  et  $\gamma_j$  sont tous deux réels, et de plus  $\gamma_j$  est positif, les éléments diagonaux de  $D_k$  étant  $|\langle B_q^0 | H_w | k \rangle|^2$  et  $|\langle \overline{B}_q^0 | H_w | k \rangle|^2 > 0$ .

Il vient alors :

$$A(t) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1,2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iyt}}{y + m_j - \frac{i\gamma_j}{2}} \alpha_j v_j \quad (\text{A20})$$

dont le calcul donne :

$$A(t) = \sum_{j=1,2} e^{-i(m_j - \frac{i\gamma_j}{2})t} \alpha_j v_j = e^{-iW(0)t} A(0) \quad (\text{A21})$$

Nous venons donc d'établir l'expression de  $A(t)$ . Revenons à présent aux notations initiales. Cherchons par exemple l'amplitude de transition de l'état  $B_q^0$  vers lui même. L'état initial étant  $B_q^0$ , nous avons donc  $A(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . L'amplitude recherchée est alors déterminée par l'équation A.21 qui devient (voir A.9) :

$$\begin{aligned} M_{B_q^0 \rightarrow B_q^0} &= \langle B_q^0 | \Psi(t) \rangle = a(t) \\ &= e^{-it} \left\{ \langle B_q^0 | H_w | B_q^0 \rangle - P \sum_k \frac{\langle B_q^0 | H_w | k \rangle \langle k | H_w | B_q^0 \rangle}{E_k - m_q} \right. \\ &\quad \left. - i\pi \sum_k \langle B_q^0 | H_w | k \rangle \langle k | H_w | B_q^0 \rangle \delta(E_k - m_q) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

où nous avons utilisé l'expression et  $W(0)$  établie en (A.14). L'état du système  $|\Psi(t)\rangle$  est donc décrit par l'Hamiltonien :

$$H = H_w - P \sum_k \frac{H_w | k \rangle \langle k | H_w}{E_k - m_q} - i\pi \sum_k H_w | k \rangle \langle k | H_w \delta(E_k - m_q) \quad (\text{A23})$$

Nous aurions trouvé ce même résultat en partant d'une condition initiale différente, ou en exprimant l'autre amplitude de transition ( $M_{B_q^0 \rightarrow \overline{B}_q^0}$ ). La fonction d'onde  $|\phi(t)\rangle$ , décrivant le système  $(B_q^0, \overline{B}_q^0)$  se déduit de  $|\Psi(t)\rangle$  via (A.2) et vérifie donc l'équation de Schrödinger "effective" :

$$i \frac{d}{dt} | \phi(t) \rangle = H_{eff} | \phi(t) \rangle \quad (\text{A24})$$

l'Hamiltonien effectif ayant pour expression :

$$H_{eff} = H_s + H = M - \frac{i\Gamma}{2} \quad (\text{A25})$$

avec :

$$M = H_s + H_w - P \sum_k \frac{H_w | k \rangle \langle k | H_w}{E_k - m_q} \quad (\text{A26})$$

$$\Gamma = 2\pi \sum_k H_w | k \rangle \langle k | H_w \delta(E_k - m) \quad (\text{A27})$$

Ce qui constituent les expressions des matrices de masse et de désintégration.

## B Calculs intermédiaires du diagramme en boîte

Nous partons de l'expression suivante issue de 1.85 :

$$A = A_1.I \quad (\text{B1})$$

avec :

$$A_1 = \bar{v}_q \left[ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] u_b \bar{u}_q \left[ \gamma^\sigma \gamma^\beta \gamma^\rho \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] u_b \quad (\text{B2})$$

$$I = \int d^4k \frac{k_\alpha (-g_{\nu\sigma} k_\nu k_\sigma / m_W^2) (-g_{\mu\rho} + k_\mu k_\rho / m_W^2) k_\beta}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)^2} \quad (\text{B3})$$

Commençons par réordonner les indices  $k_i$  dans  $I$  :

$$\begin{aligned} k_\alpha k_\beta \left( -g_{\nu\sigma} + \frac{k_\nu k_\sigma}{m_W^2} \right) \left( -g_{\mu\rho} + \frac{k_\mu k_\rho}{m_W^2} \right) &= g_{\nu\sigma} g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta \\ &- \frac{1}{m_W^2} (g_{\nu\sigma} k_\alpha k_\beta k_\mu k_\rho + g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta k_\nu k_\sigma) \\ &+ \frac{1}{m_W^4} k_\alpha k_\beta k_\nu k_\sigma k_\mu k_\rho \end{aligned} \quad (\text{B4})$$

Exprimons ensuite  $k_i k_j$  en fonction de  $k^2$  :

$$k_\alpha k_\beta = \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} k^2 \quad (\text{B5})$$

où le coefficient 1/4 est déterminé en multipliant par  $g^{\alpha\beta}$  l'expression  $k_\alpha k_\beta = a g_{\alpha\beta} k^2$ .

En appliquant la même méthode, on trouve :

$$k_\alpha k_\beta k_\mu k_\rho = \frac{1}{24} (g_{\alpha\beta} g_{\mu\rho} + g_{\alpha\mu} g_{\beta\rho} + g_{\alpha\rho} g_{\beta\mu}) k^4 \quad (\text{B6})$$

$$k_\alpha k_\beta k_\nu k_\sigma k_\mu k_\rho = \frac{1}{192} (g_{\alpha\beta} g_{\nu\sigma} g_{\mu\rho} + \text{les 14 autres combinaisons}) \quad (\text{B7})$$

Terme quadratique :

$$A_1 g_{\nu\sigma} g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta = \frac{k^2}{4} \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \frac{1-\gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q [\gamma_\gamma \gamma_\alpha \gamma_\mu] \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \quad (\text{B8})$$

Nous utilisons maintenant les égalités suivantes :

$$\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu = g^{\mu\alpha} \gamma^\nu - g^{\mu\nu} \gamma^\alpha + g^{\alpha\nu} \gamma^\mu - i \varepsilon^{\mu\alpha\nu\varphi} \gamma_5 \gamma_\varphi \quad (\text{B9})$$

$$\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\nu = g_{\mu\alpha} \gamma_\nu - g_{\mu\nu} \gamma_\alpha + g_{\alpha\nu} \gamma_\mu + i \varepsilon_{\mu\alpha\nu\varphi'} \gamma_5 \gamma^{\varphi'} \quad (\text{B10})$$

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4, g^{\mu\alpha} g_{\nu\alpha} = g^\mu{}_\nu \quad (\text{B11})$$

$$g^{\mu\alpha} \varepsilon_{\nu\alpha\mu\varphi'} = 0 \text{ (2 indices étant égaux)} \quad (\text{B12})$$

B8 se réexprime alors selon :

$$\begin{aligned} A_1 g_{\nu\sigma} g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta &= \frac{k^2}{4} \left( 10 \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q \left[ \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \right] v_b \right. \\ &\quad \left. + \overline{v}_q \left[ \gamma_5 \gamma_\alpha \frac{1-\gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q \left[ \gamma_5 \gamma^{\varphi'} \frac{1-\gamma_5}{2} \right] v_b \varepsilon^{\mu\alpha\nu\varphi} \varepsilon_{\nu\alpha\mu\varphi'} \right) \end{aligned} \quad (\text{B13})$$

finalemant sachant :

$$\varepsilon^{\mu\alpha\nu\varphi} \varepsilon_{\nu\alpha\mu\varphi'} = -6 g^\varphi{}_{\varphi'} \quad (\text{B14})$$

$$\gamma_5 \gamma^\varphi \frac{1-\gamma_5}{2} = \gamma^\varphi \frac{1-\gamma_5}{2} \quad (\text{B15})$$

Il vient :

$$A_1 g_{\nu\sigma} g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta = \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_d \left[ \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \right] v_b k^2 \quad (\text{B16})$$

Les termes en  $k^4$  et  $k^6$  s'obtiennent de même en utilisant B5 B6 B7 et on trouve :

$$A_1 \times -\frac{1}{m_W^2} (g_{\nu\sigma} k_\alpha k_\beta k_\mu k_\rho + g_{\mu\rho} k_\alpha k_\beta k_\nu k_\sigma) =$$

$$- \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q \left[ \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] v_b \frac{48k^4}{24m_W^2} \quad (\text{B17})$$

$$A_1 \times \frac{1}{m_W^4} k_\alpha k_\beta k_\nu k_\sigma k_\mu k_\rho = \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q \left[ \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] v_b \frac{48k^6}{192m_W^4} \quad (\text{B18})$$

En utilisant les équations B16 B17 B18 , on trouve finalement l'expression de  $A$  :

$$A = \overline{v}_q \left[ \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] u_b \overline{u}_q \left[ \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \right] v_b \int d^4k \frac{k^2 - 2\frac{k^4}{m_W^2} + \frac{k^6}{4m_W^4}}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - m_W^2)^2} \quad (\text{B19})$$

## C Calcul des intégrales $A_{ij}$

L'expression à calculer est la suivante :

$$A_{ij} = i(x_i x_j) \int d^4 k \frac{1 - 2k^2 + k^4/4}{k^2(k^2 - x_i)(k^2 - x_j)(k^2 - 1)^2} \quad (C1)$$

Nous allons dans un premier temps évaluer les intégrales,

$$J(x_1, x_2, x_3) = \int d^4 k \frac{1}{(k^2 - x_1)(k^2 - x_2)(k^2 - x_3)} \quad (C2)$$

$$I(x_1, x_2, x_3, x_4) = \int d^4 k \frac{1}{(k^2 - x_1)(k^2 - x_2)(k^2 - x_3)(k^2 - x_4)} \quad (C3)$$

On remarque en effet que  $A_{ij}$  est une combinaison de  $I$  et  $J$  :

$$A_{ij} = i(x_i x_j) \left\{ \frac{\partial}{\partial x_4} I(x_1 = 0, x_2 = x_i, x_3 = x_j, x_4 = 1) + \frac{1}{4} J(x_i, x_j, 1) - \frac{7}{4} I(x_i, x_j, 1, 1) \right\} \quad (C4)$$

et

$$A_i = A_{ii} = i.x_i^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial x_4} I(x_1 = 0, x_2 = x_i, x_3 = x_i, x_4 = 1) + \frac{1}{4} J(x_i, x_i, 1) - \frac{7}{4} I(x_i, x_i, 1, 1) \right\} \quad (C5)$$

Le calcul de  $I$  et  $J$  s'effectue en utilisant les relations de Feynman,

$$\frac{1}{u_1 u_2 \dots u_n} = (n-1)! \int_0^1 d\alpha_1 \dots d\alpha_n \frac{\delta(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i)}{\left[ \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i \right]^n} \quad (C6)$$

Appliquons cette identité avec  $n = 3$  et  $4$  :

$$\frac{1}{u_1 u_2 u_3} = 2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \frac{1}{[\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2) u_3]^3} \quad (C7)$$

$$\frac{1}{u_1 u_2 u_3 u_4} = 6 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \int_0^{1-\alpha_1-\alpha_2} d\alpha_3 \times \frac{1}{[\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 + (1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3) u_4]^4} \quad (\text{C8})$$

Commençons par l'intégrale  $J$ . En utilisant C7 , il vient immédiatement,

$$J(x_1, x_2, x_3) = 2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \int d^4 k \frac{1}{(k^2 - X^2)^3} \quad (\text{C9})$$

où nous avons posé,

$$X^2 = \alpha_1(x_1 - x_3) + \alpha_2(x_2 - x_3) + x_3 \quad (\text{C10})$$

Nous allons supposer  $X^2 > 0$ . Le cas  $X^2 < 0$  conduit en fait au même résultat par prolongement analytique. Posons,

$$K = \int d^4 k \frac{1}{(k^2 - X^2)^3} \quad (\text{C11})$$

$K$  se réécrit :

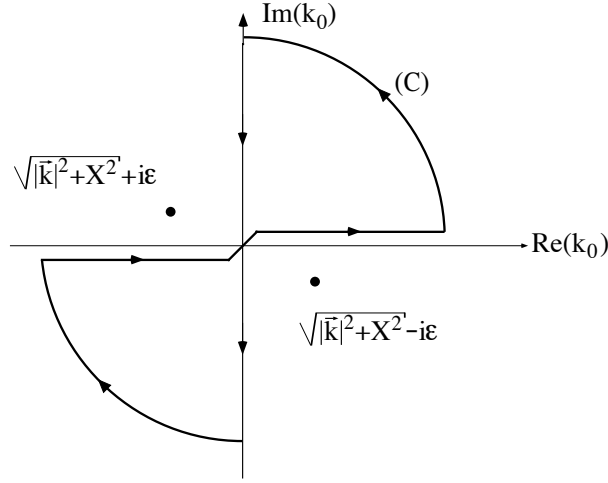
$$K = \int d^3 \vec{k} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 \frac{1}{[k_0^2 - (|\vec{k}|^2 + X^2)]^3} \quad (\text{C12})$$

$K$  possède donc 2 pôles réels en  $\pm \sqrt{|\vec{k}|^2 + X^2}$ . L'évaluation de ce type d'intégrale s'effectue en intégrant dans le plan complexe selon un contour bien choisi. En effet,

$$K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int d^3 \vec{k} \int dk_0 f(k_0) \quad (\text{C13})$$

avec

$$f(k_0) = \frac{1}{\left\{ (k_0 - [\sqrt{|\vec{k}|^2 + X^2} - i\varepsilon])(k_0 + [\sqrt{|\vec{k}|^2 + X^2} + i\varepsilon]) \right\}^3} \quad (\text{C14})$$



Choisissons le contour  $(C)$  de la figure ci-dessus.

Les pôles étant extérieurs au contour, le théorème de Cauchy implique  $\int_{(C)} dk_0 f(k_0) = 0$ . D'autre part, la contribution des parties circulaires de  $(C)$  est nulle puisque lorsque  $|k_0| \rightarrow \infty \Rightarrow f(k_0) \rightarrow 1/k_0^6$ . On en déduit donc,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 f(k_0) + \int_{+i\infty}^{-i\infty} dk_0 f(k_0) = 0 \quad (C15)$$

soit encore,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dk_0 f(k_0) = \int_{-i\infty}^{+i\infty} dk_0 f(k_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} idq_0 f(iq_0) \quad (C16)$$

Dans l'expression précédente, nous avons effectué une rotation de Wick qui transforme l'espace de Minkowski en un espace Euclidien. Ainsi  $k_0 \rightarrow iq_0$ , et posons  $\vec{k} = \vec{q}$ . Le module de  $q$  est alors défini selon la norme Euclidienne ( $q^2 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$ ).

L'intégrale  $K$  se réécrit alors :

$$K = -i \int d\vec{q} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_0 \frac{1}{[q_0^2 + (|\vec{q}|^2 + X^2)]^3} = -i \int d^4q \frac{1}{(q^2 + X^2)^3} \quad (C17)$$

En utilisant les coordonnées polaires d'un espace Euclidien de dimension 4, on a :

$$\int d^4q = \int_0^\infty q^3 dq \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\pi \sin^2 \chi d\chi \quad (C18)$$

Il vient alors :

$$K = -i2\pi^2 \int_0^\infty \frac{q^3 dq}{(q^2 + X^2)^3} = -i\pi^2 \int_0^\infty \frac{q^2 dq^2}{(q^2 + X^2)^3} \quad (\text{C19})$$

soit finalement :

$$K = -i\frac{\pi^2}{2X^2} \quad (\text{C20})$$

D'après C9 ,  $J$  se réécrit donc :

$$J(x_1, x_2, x_3) = -i\pi^2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \frac{1}{(\alpha_1(x_1 - x_3) + \alpha_2(x_2 - x_3) + x_3)} \quad (\text{C21})$$

Après avoir effectué cette double intégration, on obtient le résultat final :

$$J(x_1, x_2, x_3) = -i\pi^2 \left\{ \frac{x_1 \ln x_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + \frac{x_2 \ln x_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + \frac{x_3 \ln x_3}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} \right\} \quad (\text{C22})$$

Le calcul de  $I$  (défini en C3 ) est tout a fait similaire. En utilisant, les relations de Feynman (équation C8 ), on en déduit :

$$I(x_1, x_2, x_3, x_4) = 6 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \int_0^{1-\alpha_1-\alpha_2} d\alpha_3 K \quad (\text{C23})$$

avec

$$K = \int d^4k \frac{1}{(k^2 - X^2)^4} \quad (\text{C24})$$

et

$$X^2 = \alpha_1(x_1 - x_4) + \alpha_2(x_2 - x_4) + \alpha_3(x_3 - x_4) + x_4 \quad (\text{C25})$$

le calcul de  $K$  est semblable au cas précédent (intégrale complexe, rotation de Wick), et on trouve finalement :

$$K = \frac{i\pi^2}{6X^4} \quad (\text{C26})$$

L'expression de  $I$  devient alors :

$$I(x_1, x_2, x_3, x_4) = i\pi^2 \int_0^1 d\alpha_1 \int_0^{1-\alpha_1} d\alpha_2 \int_0^{1-\alpha_1-\alpha_2} d\alpha_3 \frac{1}{[\alpha_1(x_1 - x_4) + \alpha_2(x_2 - x_4) + \alpha_3(x_3 - x_4) + x_4]^2} \quad (\text{C27})$$

Trois intégrations plus tard, on obtient :

$$I(x_1, x_2, x_3, x_4) = -i\pi^2 \left\{ \frac{x_1 \ln x_1}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} + \frac{x_2 \ln x_2}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)} + \frac{x_3 \ln x_3}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)} + \frac{x_4 \ln x_4}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)} \right\} \quad (\text{C28})$$

Il ne reste plus qu'à substituer les expressions obtenues dans les équations C4 et C5 . A cet effet, il est nécessaire d'effectuer un développement limité au second ordre en  $\mathcal{O}(x_i - x_j)^2$  lorsque  $x_i = x_j$ . Le résultat final est alors :

$$A_{ij} = \pi^2 S(x_i, x_j) \quad (\text{C29})$$

$$A_i = \pi^2 S(x_i) \quad (\text{C30})$$

où

$$S(x_i, x_j) = x_i x_j \left\{ \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{2} \frac{1}{(1 - x_i)} - \frac{3}{4} \frac{1}{(1 - x_i)^2} \right) \frac{\ln x_i}{x_i - x_j} + (x_i \leftrightarrow x_j) - \frac{3}{4} \frac{1}{(1 - x_i)(1 - x_j)} \right\} \quad (\text{C31})$$

$$S(x_i) = x_i \left\{ \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \frac{1}{(1 - x_i)} - \frac{3}{2} \frac{1}{(1 - x_i)^2} - \frac{3}{2} \frac{x_i^2}{(1 - x_i)^3} \ln x_i \right\} \quad (\text{C32})$$

# Bibliographie

[1] P.K. KABIR, "The CP Puzzle, strange decays of the neutral meson", 1968, Academic Press, London.

M.V. Terent'ev (1965) Usp. fiz. Nauk, 86, 231.

Byers, Mac Dowell, and Yang, Proc. Seminar on High Energy physics and elementary particles 1965, I.A.E.A Vienna.

[2] V.F. Weisskopf and E.P. Wigner (1930), Z. Phys., 63, 54 and 65, 18.

# Remerciements

*Je remercie Messieurs Michel Davier et Jacques Lefrançois pour leur accueil au sein du Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire.*

*J'adresse ma gratitude aux membres du jury et plus particulièrement à Elie Aslanidès et Michel Baubillier pour avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse.*

*Je ne saurais que trop remercier Patrick Roudeau qui, par sa compétence et la qualité exceptionnelle de son encadrement, m'a permis de mener à bien ce travail. Sa patience et son dévouement envers la Physique constituent pour moi un exemple. Esprimo inoltre la mia profonda gratitudine ad Achille Stocchi, con il quale ho avuto il piacere di lavorare e per l'aiuto prezioso che mi ha dato.*

*Les physiciens du groupe DELPHI du LAL reçoivent ici toute ma sympathie. Leur bonne humeur et leur disponibilité ont toujours été au rendez-vous. Une mention spéciale pour Marie-Anne Bizouard qui, par l'apport de ses "petits gâteaux", m'a permis de "tenir" pendant ces longues soirées passées au LAL.*

*Je n'oublierai pas les membres du secrétariat scientifique qui, sous la direction de Nicole Mathieu, ont contribué à la mise en forme de ce travail. Merci beaucoup à Bérangère Petitjean pour la frappe d'une grande partie du texte, ainsi qu'à Catherine Bourge et Sylvia Portut. J'exprime toute ma reconnaissance à Bruno Mazoyer qui a réalisé les nombreux dessins. Je remercie également Jocelyne Brosselard pour sa bonne humeur et ses précieux conseils dans l'utilisation du traitement de texte.*

*Enfin et surtout, un immense merci à toi, Valérie, pour ton soutien et ta patience.*