

AdS/CFT pour la thermalisation lors des collisions d'ions lourds.

Guillaume Beuf

IPhT, CEA Saclay

- Introduction:
 - Collisions d'ions lourds et thermalisation.
 - AdS/CFT.

- Ondes gravitationnelles exactes dans un espace AdS_5 , comme modèle dual de noyau ultrarelativiste.
G. B., [arXiv:0903.1047](#).

- Dynamique à temps court après la collision, selon AdS/CFT.
G. B., M. Heller, R. Janik, R. Peschanski, [arXiv:0906.4423](#).

Introduction

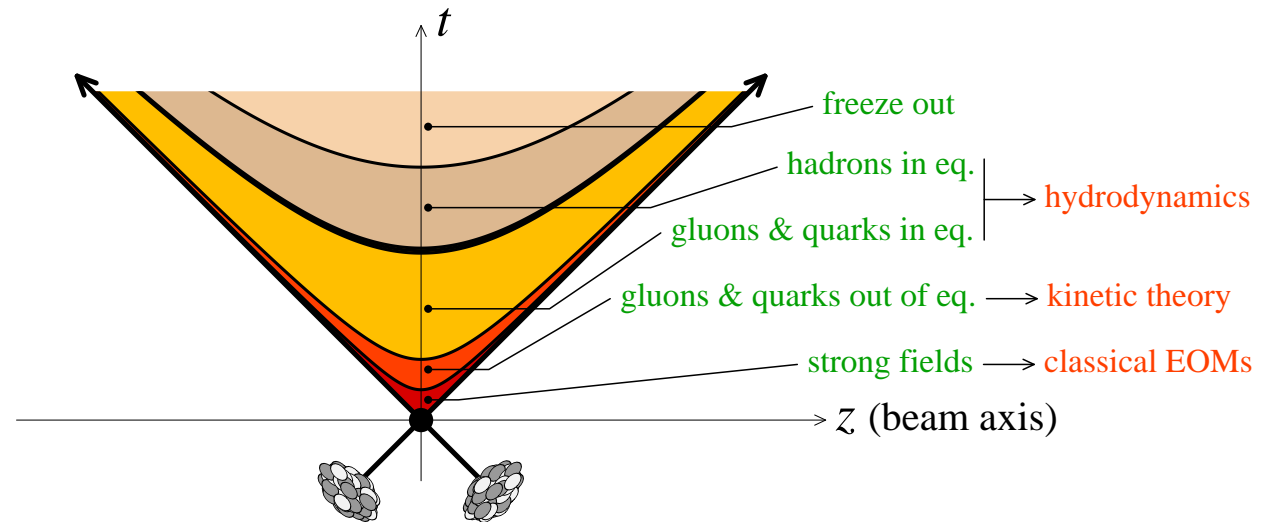
● Motivation

● AdS/CFT

● Thermalisation à partir d'AdS

Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court



Premiers stades de la collision: Color Glass Condensate et Glasma → **hors-équilibre** et à **couplage faible**.

Motivation: collisions d'ions lourds

Introduction

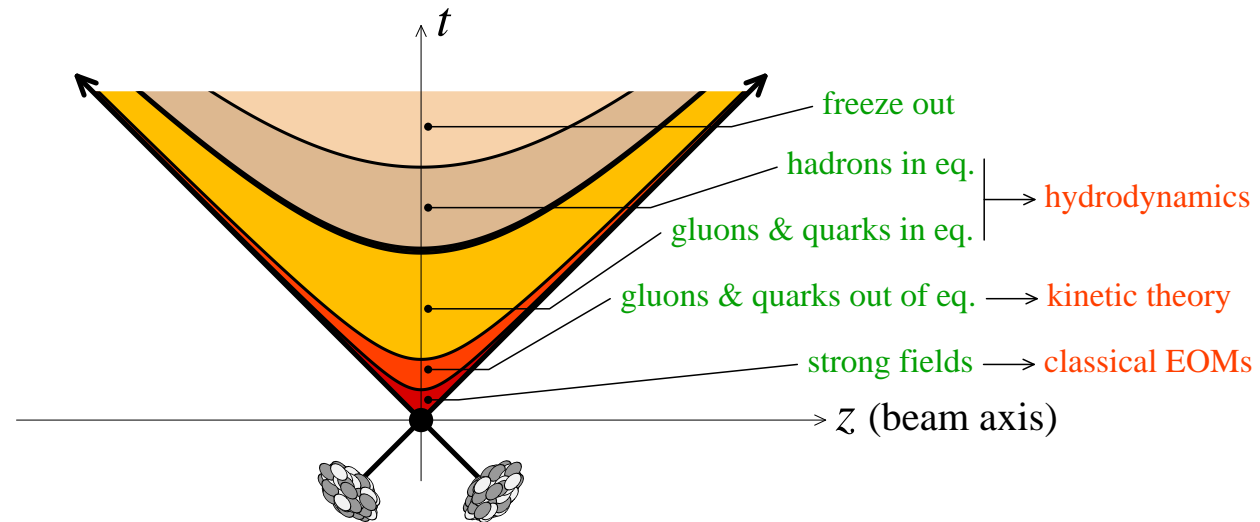
● Motivation

● AdS/CFT

● Thermalisation à partir d'AdS

Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court



Premiers stades de la collision: Color Glass Condensate et Glasma → **hors-équilibre** et à **couplage faible**.

Puis: Plasma de quarks et de gluons → **équilibre thermodynamique local**, peut-être à **couplage fort**? ⇒ méthodes holographiques utiles.

Motivation: collisions d'ions lourds

Introduction

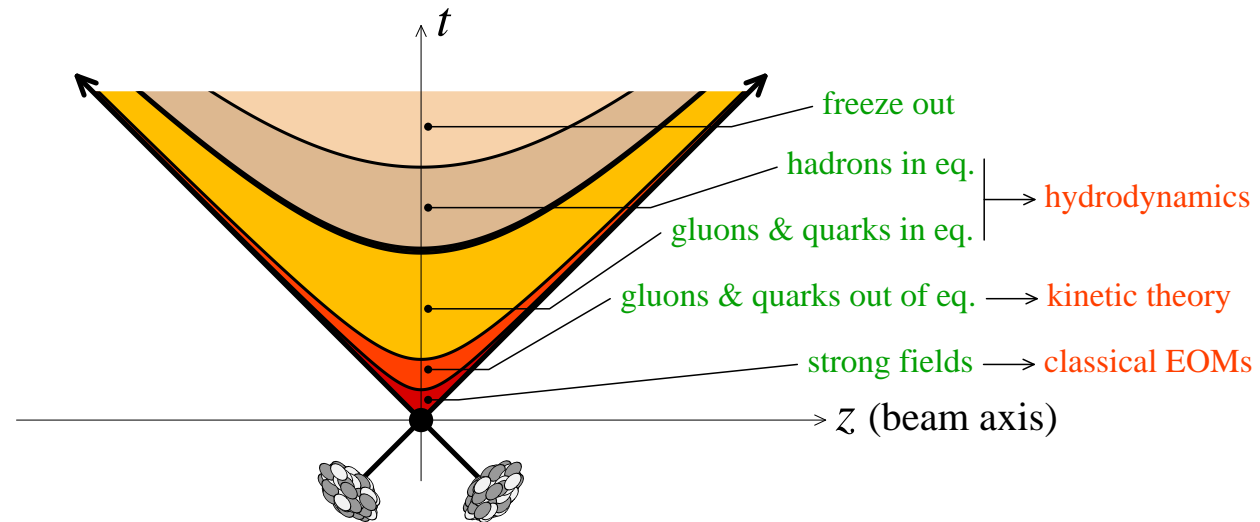
● Motivation

● AdS/CFT

● Thermalisation à partir d'AdS

Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court



Premiers stades de la collision: Color Glass Condensate et Glasma → **hors-équilibre** et à **couplage faible**.

Puis: Plasma de quarks et de gluons → **équilibre** **thermodynamique local**, peut-être à **couplage fort**? ⇒ méthodes holographiques utiles.

Etape intermédiaire: thermalisation. Dynamique à couplage faible ou fort?

Equivalence holographique entre:

- la théorie des cordes IIB dans un espace-temps $AdS_5 \times S_5$
- la théorie des champs $\mathcal{N} = 4$ Super Yang-Mills à 4 dimensions,

avec les relations entre les paramètres:

$$G_N \propto \frac{1}{N_c^2}$$

$$\left(\frac{L}{l_s}\right)^4 = \lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$$

Maldacena (1998)

Gubser, Klebanov, Polyakov (1998)

Witten (1998)

Equivalence holographique entre:

- la théorie des cordes IIB dans un espace-temps $AdS_5 \times S_5$
- la théorie des champs $\mathcal{N} = 4$ Super Yang-Mills à 4 dimensions,

avec les relations entre les paramètres:

$$G_N \propto \frac{1}{N_c^2}$$

$$\left(\frac{L}{l_s}\right)^4 = \lambda \equiv g_{YM}^2 N_c$$

Cordes semiclassiques	\Leftrightarrow	Limite planaire $N_c \rightarrow \infty$
Supergravité	\Leftrightarrow	Couplage fort $\lambda \rightarrow \infty$

En perturbant la métrique d' AdS_5 :

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 + (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x^\rho, z)) dx^\mu dx^\nu \right] \quad \text{with } z > 0$$

Dualité: Champ $h_{\mu\nu} \Leftrightarrow$ Opérateur $T_{\mu\nu}$ de $\mathcal{N} = 4$ SYM

$$\langle e^{-i \int d^4x T_{\mu\nu} j^{\mu\nu}} \rangle_{\text{SYM}} = e^{i S_{5d \text{ grav}}[h_{\mu\nu}]}$$

$h_{\mu\nu}$: solution classique, avec la condition au bord

$$\lim_{z \rightarrow 0} h_{\mu\nu}(x^\rho, z) = j_{\mu\nu}(x^\rho).$$

La thermalisation en AdS?

Introduction

- Motivation
- AdS/CFT
- Thermalisation à partir d'AdS

Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court

Par la dualité AdS/CFT, la théorie $\mathcal{N} = 4$ SYM à T finie est décrite par une métrique de brane noire.

Généralisation à l'équilibre thermodynamique local:
Oui, avec une brane noire peu déformée, évoluant lentement.

Janik, Peschanski (2006)

Bhattacharyya, Hubeny, Minwalla, Rangamani (2008)

⇒ Dual gravitationnel de la thermalisation: collision de deux ondes gravitationnelles, résultant en la formation d'une brane noire.

- 1ère étape: Modélisation d'un noyau ultrarelativiste par une onde de choc gravitationnelle.

G. B., [arXiv:0903.1047](#).

Introduction

● Motivation

● AdS/CFT

● Thermalisation à partir d'AdS

Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court

- 1ère étape: Modélisation d'un noyau ultrarelativiste par une onde de choc gravitationnelle.
G. B., [arXiv:0903.1047](#).
- 2e étape: Trouver les conditions initiales à $\tau = 0^+$ à partir de la superposition de deux ondes gravitationnelles.
Tentatives précédentes:
 - Kajantie, Louko, Tahkokallio (2008)
 - Grumiller, Romatschke (2008)
 - Albacete, Kovchegov, Taliotis (2008)

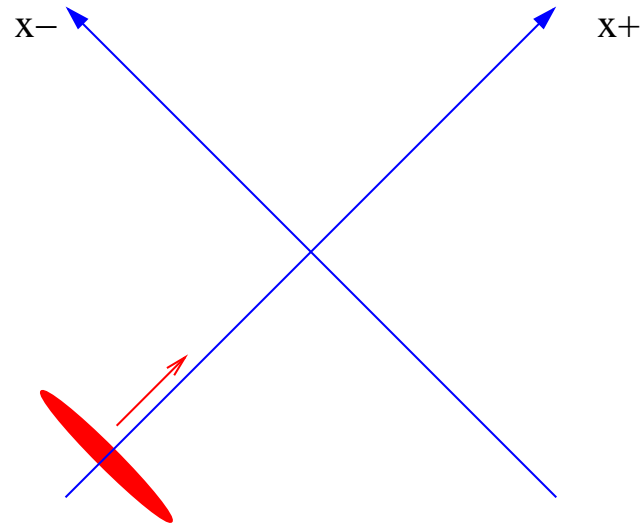
- 1ère étape: Modélisation d'un noyau ultrarelativiste par une onde de choc gravitationnelle.

G. B., [arXiv:0903.1047](#).

- 2e étape: Trouver les conditions initiales à $\tau = 0^+$ à partir de la superposition de deux ondes gravitationnelles.

G. B., [travail en cours...](#)

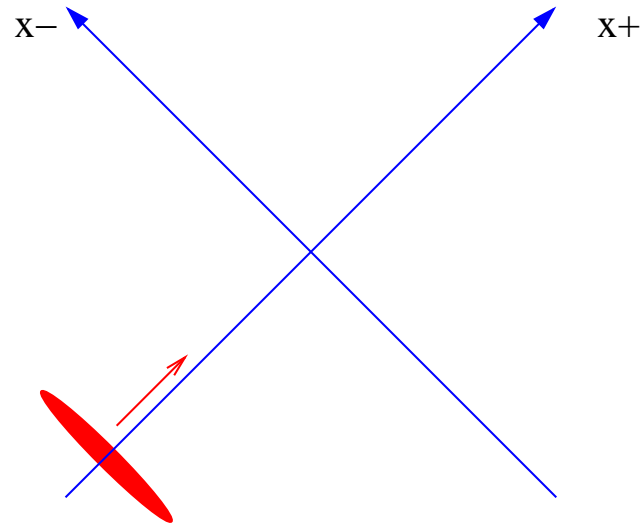
- 1ère étape: Modélisation d'un noyau ultrarelativiste par une onde de choc gravitationnelle.
G. B., [arXiv:0903.1047](#).
- 2e étape: Trouver les conditions initiales à $\tau = 0^+$ à partir de la superposition de deux ondes gravitationnelles.
G. B., [travail en cours...](#)
- 3e étape: Etudier pour $\tau > 0$ la relaxation du système vers une brane noire.
Etude analytique:
G. B., M. Heller, R. Janik, R. Peschanski, [arXiv:0906.4423](#).
Etude numérique:
Chesler, Yaffe (2009).



$\langle T_{\mu\nu} \rangle$ d'un noyau ultrarelativiste: dominé par $\langle T_{--} \rangle$

- Ansatz
- Ondes gravitationnelles dans AdS
- Côté $\mathcal{N} = 4$ SYM
- Discussion

- Ansatz
- Ondes gravitationnelles dans AdS
- Côté $\mathcal{N} = 4$ SYM
- Discussion



$\langle T_{\mu\nu} \rangle$ d'un noyau ultrarelativiste: dominé par $\langle T_{--} \rangle$

\Rightarrow Prenons l'Ansatz $h_{\mu\nu} = \delta_{\mu-} \delta_{\nu-} b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z)$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 - 2dx^+ dx^- + d\mathbf{x}_\perp^2 + b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) dx^{-2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= G_{IJ} dx^I dx^J \\
 &= \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 - 2dx^+ dx^- + d\mathbf{x}_\perp^2 + b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) dx^{-2} \right]
 \end{aligned}$$

Ici: seulement une équation d'Einstein non-triviale, qui est linéaire!

$$\partial_z^2 b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) - \frac{3}{z} \partial_z b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) + \Delta_\perp b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) = 0$$

Similaire aux résultats de [Siklos \(1985\)](#).

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= G_{IJ} dx^I dx^J \\
 &= \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 - 2dx^+ dx^- + d\mathbf{x}_\perp^2 + b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) dx^{-2} \right]
 \end{aligned}$$

Ici: seulement une équation d'Einstein non-triviale, qui est linéaire!

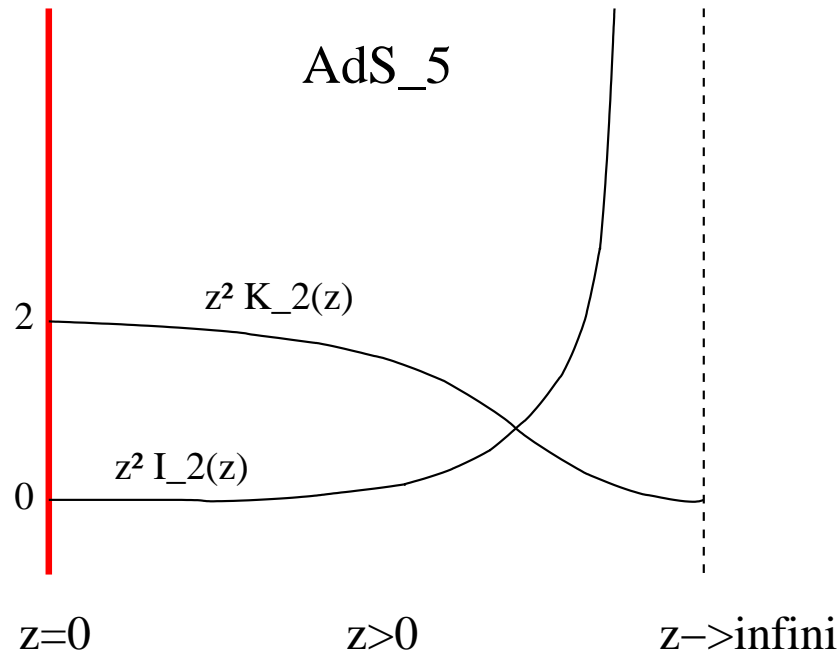
$$\partial_z^2 b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) - \frac{3}{z} \partial_z b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) + \Delta_\perp b(x^-, \mathbf{x}_\perp, z) = 0$$

Transformée de Fourier transverse: $\mathbf{x}_\perp \mapsto \mathbf{k}_\perp$:

\Rightarrow 2 solutions pour chaque mode:

$$\tilde{b}(x^-, \mathbf{k}_\perp, z) = \tilde{c}_1(x^-, \mathbf{k}_\perp) \frac{k_\perp^2 z^2}{2} K_2(k_\perp z) + \tilde{c}_2(x^-, \mathbf{k}_\perp) \frac{z^2}{k_\perp^2} I_2(k_\perp z)$$

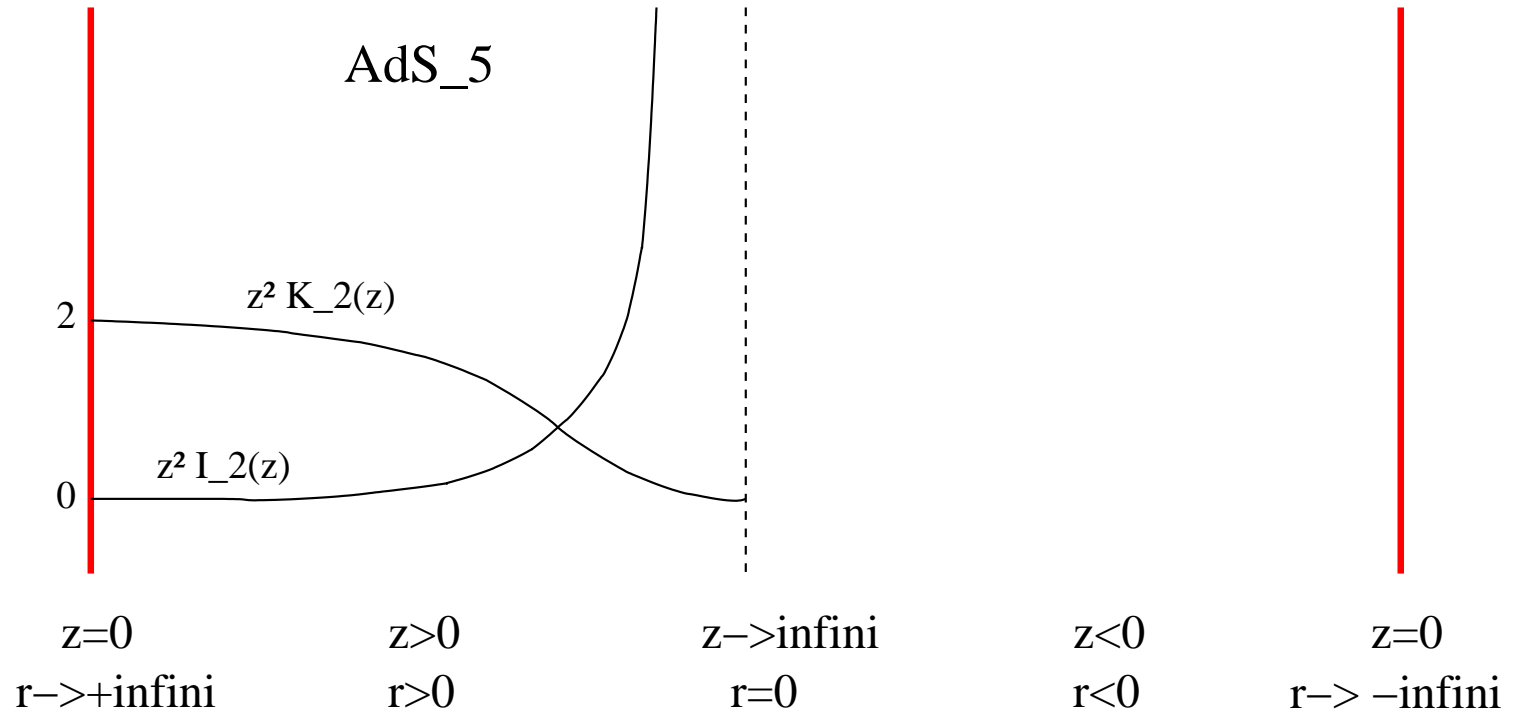
N=4 SYM



Coordonnées de Poincaré: décrivent seulement la moitié de l'espace-temps AdS_5 .

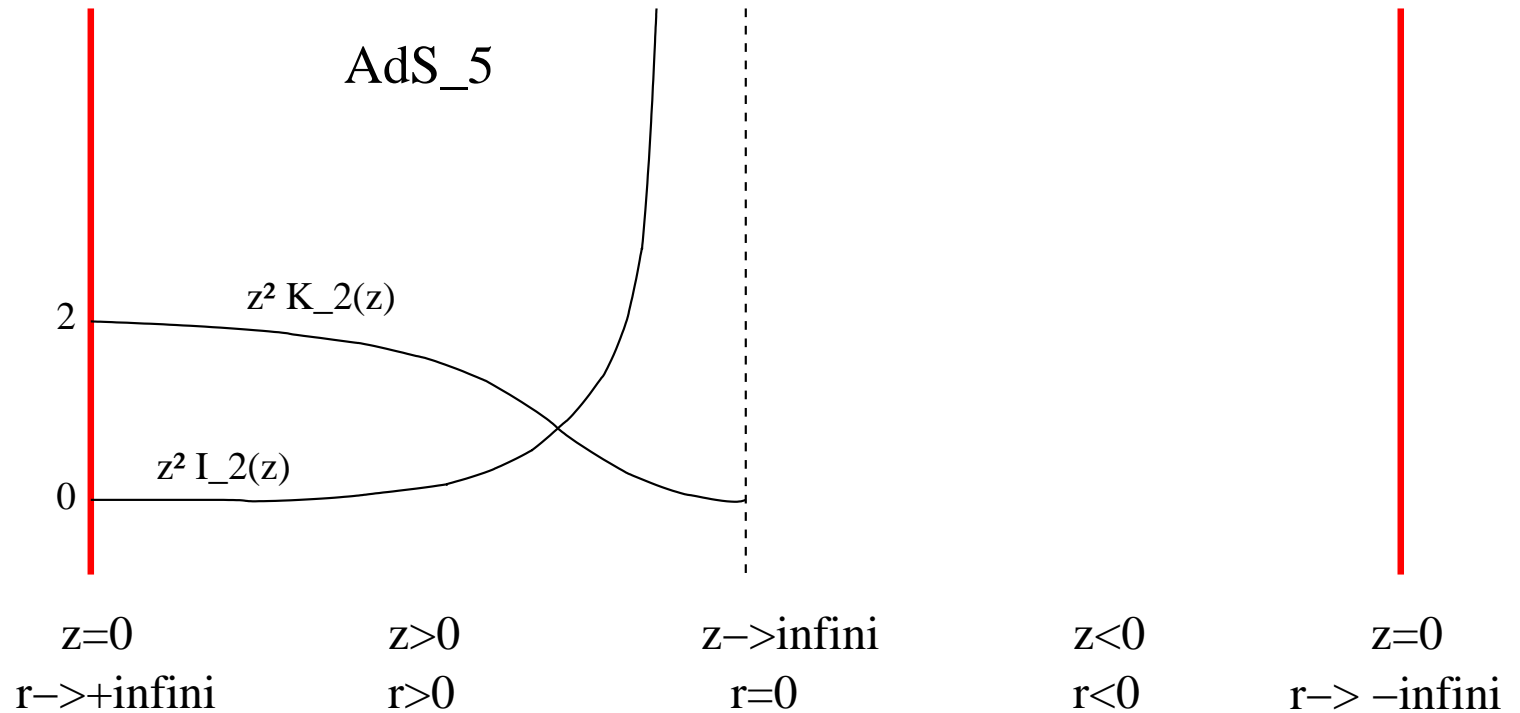
$$r \equiv \frac{L^2}{z}$$

N=4 SYM



Solution $\frac{z^2}{k_\perp^2} I_2(k_\perp z) \Rightarrow$ Espace-temps à 5d avec une singularité de la courbure à $z \rightarrow \infty$.

N=4 SYM



Gardons la solution régulière:

$$\tilde{b}(x^-, \mathbf{k}_\perp, z) = \tilde{c}_1(x^-, \mathbf{k}_\perp) \frac{k_\perp^2 z^2}{2} K_2(k_\perp z)$$

Près du bord d'AdS, pour $z \rightarrow 0$:

$$h_{\mu\nu}(x^\rho, z) = h_{(0)\mu\nu}(x^\rho) + z^2 h_{(2)\mu\nu}(x^\rho) + z^4 \left[h_{(4)\mu\nu}(x^\rho) + \log(z^2 \mu_R^2) l_{(4)\mu\nu}(x^\rho) \right] + \mathcal{O}(z^6 \log(z^2))$$

$$j_{\mu\nu} = h_{(0)\mu\nu}$$

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_j = \frac{L^3}{4\pi G_N} \left\{ h_{(4)\mu\nu} + \text{termes non-linéaires en } h_{(2)\mu\nu} \text{ et } h_{(0)\mu\nu} \right\}$$

de Haro, Skenderis, Solodukhin (2001)

Près du bord d'AdS, pour $z \rightarrow 0$:

$$\tilde{b}(x^-, \mathbf{k}_\perp, z) = \tilde{c}_1(x^-, \mathbf{k}_\perp) \left[1 - \frac{k_\perp^2 z^2}{4} + \frac{k_\perp^4 z^4}{32} \left[-\log\left(\frac{k_\perp^2 z^2}{4}\right) + \frac{3}{2} - 2\gamma_E \right] + \mathcal{O}(z^6 \log(z^2)) \right]$$

$$\tilde{j}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp) = \tilde{c}_1(x^-, \mathbf{k}_\perp)$$

$$\langle \tilde{T}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp) \rangle_j = \frac{N_c^2}{64\pi^2} k_\perp^4 \log\left(\frac{\mu_R^2}{k_\perp^2}\right) \tilde{j}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp)$$

Une distribution de sources $\tilde{j}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp)$ donne:

- Une onde gravitationnelle exacte dans l'espace-temps AdS_5 :

$$\tilde{b}(x^-, \mathbf{k}_\perp, z) = \frac{k_\perp^2 z^2}{2} K_2(k_\perp z) \tilde{j}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp)$$

- Une réponse des champs de la théorie $\mathcal{N} = 4$ SYM avec une énergie-impulsion:

$$\langle \tilde{T}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp) \rangle_j = \frac{N_c^2}{64\pi^2} k_\perp^4 \log\left(\frac{\mu_R^2}{k_\perp^2}\right) \tilde{j}_{--}(x^-, \mathbf{k}_\perp)$$

On peut ajuster \tilde{j}_{--} afin d'obtenir un $\langle \tilde{T}_{--} \rangle_j$ donnant un modèle raisonnable pour un noyau ultrarelativiste en QCD.

G. B., M. Heller, R. Janik, R. Peschanski, [arXiv:0906.4423](https://arxiv.org/abs/0906.4423).

Etude analytique de l'évolution après la collision (pour les temps-propres $\tau > 0$), pour des conditions initiales génériques à $\tau = 0$.

Hypothèses simplificatrices:

- Homogénéité dans le plan transverse.
- Expansion longitudinale de Bjorken:
rapidité d'espace-temps = rapidité = η .

G. B., M. Heller, R. Janik, R. Peschanski, [arXiv:0906.4423](https://arxiv.org/abs/0906.4423).

Etude analytique de l'évolution après la collision (pour les temps-propres $\tau > 0$), pour des conditions initiales génériques à $\tau = 0$.

Hypothèses simplificatrices:

- Homogénéité dans le plan transverse.
- Expansion longitudinale de Bjorken:
rapidité d'espace-temps = rapidité = η .
⇒ Ansatz pour la métrique à $\tau > 0$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 - e^{a(\tau,z)} d^2\tau + e^{b(\tau,z)} \tau^2 d^2\eta + e^{c(\tau,z)} d\mathbf{x}_\perp^2 \right],$$

avec les conditions de bord pour $z \rightarrow 0$:

$$a(\tau, z) \propto -z^4 \epsilon(\tau), \quad b(\tau, z) \propto z^4 p_{\parallel}(\tau), \quad c(\tau, z) \propto z^4 p_{\perp}(\tau)$$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[dz^2 - e^{a(\tau,z)} d^2\tau + e^{b(\tau,z)} \tau^2 d^2\eta + e^{c(\tau,z)} d\mathbf{x}_\perp^2 \right],$$

Les équations d'Einstein se réduisent ici à un système de 3 équations:

- 2 équations d'évolution, avec des dérivées 1ères en τ seulement.
L'une d'elles traduit holographiquement à 5d la **conservation de l'énergie en 4d**.
- 1 équation de contrainte: équation différentielle ordinaire en z .
Traduit holographiquement à 5d la symétrie conforme de $\mathcal{N} = 4$ SYM, c'est à dire $T^\mu_\mu = -\epsilon(\tau) + p_\parallel(\tau) + 2p_\perp(\tau) = 0$.

A partir de l'équation de contrainte, on peut montrer la propriété suivante:

A chaque valeur de τ , certains coefficients de la métrique doivent s'annuler ou diverger à z fini.

⇒ présence d'un horizon de trou noir (déjà à $\tau = 0$) pour toutes les solutions physiques non-triviales.

Pas de seuil sur la formation de brane noire (et donc sur la **thermalisation du plasma**) dans cette géométrie!

Exemples de solution

Introduction

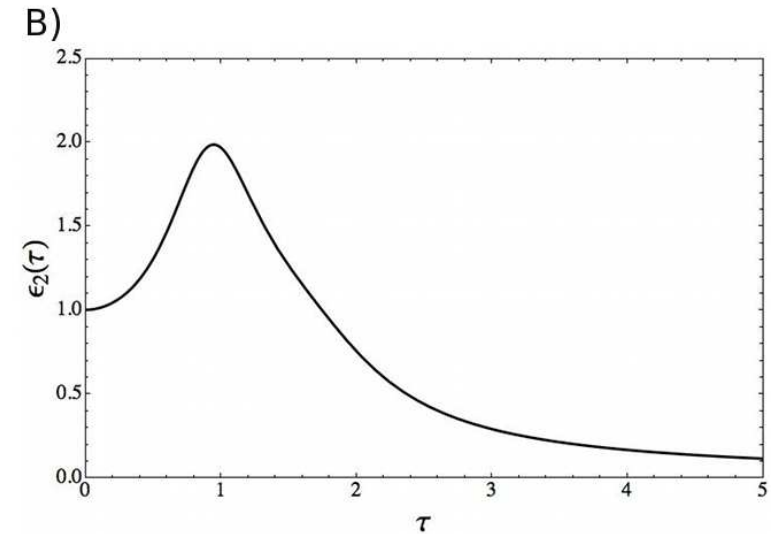
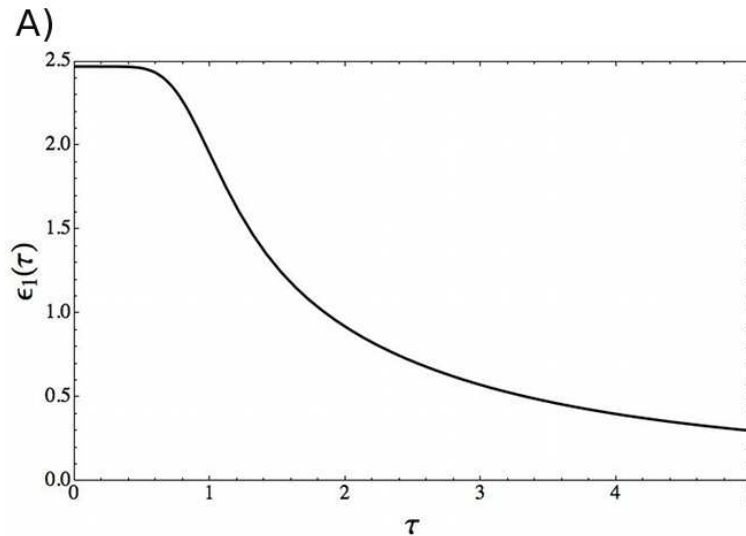
Ondes gravitationnelles dans AdS

Dynamique à temps court

● Le modèle

● Equations d'Einstein

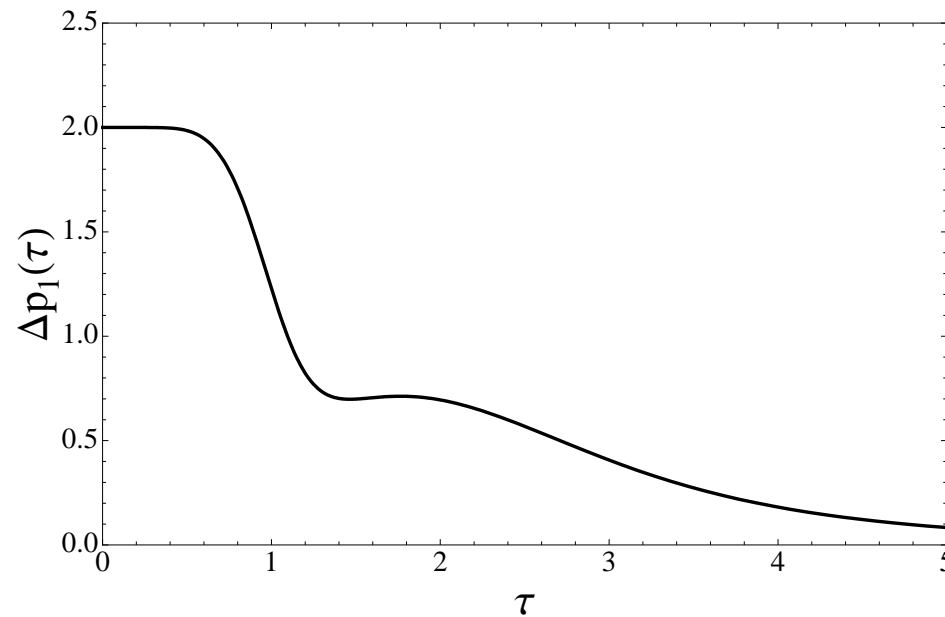
● Exemples



A gauche: Solution (Padé) pour $\epsilon(\tau)$, avec la condition initiale la plus simple résolvant l'équation de contrainte.

A droite: Autre solution résolvant l'équation de contrainte, mais violant la condition de positivité de l'énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$.

- Le modèle
- Equations d'Einstein
- Exemples



Anisotropie de la pression $\Delta p(\tau) = 1 - \frac{p_{\parallel}(\tau)}{p_{\perp}(\tau)}$ pour la première solution.

\Rightarrow Isotropisation: convergence vers le régime hydrodynamique.

Pour $\tau = 0$: Conditions initiales données par la collision de 2 ondes de choc gravitationnelles. En incluant si possible une dépendance arbitraire en \mathbf{x}_\perp .

Pour $\tau > 0$: Mieux comprendre l'horizon dynamique imposé par l'équation de contrainte.

Abandonner l'hypothèse d'homogénéité dans le plan transverse.

Abandonner l'hypothèse de boost-invariance.

En général: Comparaison avec la physique du CGC et du Glasma?