

Etude de la production d'un pion dans l'interaction de neutrinos muoniques avec le nouveau détecteur WAGASCI au Japon

Matthieu Licciardi

► To cite this version:

Matthieu Licciardi. Etude de la production d'un pion dans l'interaction de neutrinos muoniques avec le nouveau détecteur WAGASCI au Japon. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Paris-Saclay, 2018. Français. NNT : 2018SACLX048 . tel-01898261

HAL Id: tel-01898261

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01898261>

Submitted on 18 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude de la production d'un pion lors de l'interaction de neutrinos muoniques avec le nouveau détecteur WAGASCI au Japon

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'Ecole Polytechnique

Ecole doctorale n°576 Particules, Hadrons, Énergie, Noyau, Instrumentation, Imagerie,
Cosmos et Simulation (PHENICS)
Spécialité de doctorat : Physique des particules

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 18 septembre 2018, par

M. MATTHIEU LICCIARDI

Composition du Jury :

M. FEDERICO SÁNCHEZ Professeur, Université de Genève	Président
M. DOMINIQUE DUCHESNEAU Directeur de recherche, LAPP, Annecy	Rapporteur
M. GUILLAUME UNAL Physicien de recherches, CERN, Meyrin	Rapporteur
MME SARA BOLOGNESI Chercheur, CEA, Saclay	Examinatrice
M. EMILIAN DUDAS Directeur de recherche, CPhT, Palaiseau	Examineur
M. JACQUES MARTEAU Maître de conférences, IPNL, Lyon	Examineur
M. MICHEL GONIN Directeur de recherche, LLR, Palaiseau	Directeur de thèse

Etude de la production d'un pion dans l'interaction de neutrinos
muoniques avec le nouveau détecteur WAGASCI au Japon

Remerciements

Trois années de doctorat s’achèvent en écrivant ces lignes. Bien que ces années soient passées finalement assez vite, la préparation de cette thèse fut un travail de longue haleine, requérant persévérance et soutien. Aussi j’aimerais remercier ici tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à rendre tout cela possible.

Je remercie avant toutes choses l’ensemble des membres du jury, Federico SANCHEZ, Dominique DUCHESNEAU, Guillaume UNAL, Sara BOLOGNESI, Emilian DUDAS et Jacques MARTEAU qui ont accepté de remplir ce rôle. Je vous en suis très reconnaissant. Merci tout particulièrement à Guillaume pour ta relecture attentive du manuscrit et pour toutes tes questions pertinentes qui m’ont permis de perfectionner ce document.

J’aimerais remercier ensuite Michel GONIN, mon directeur de thèse. Je me rappelle un cours de physique des particules en 3A à l’X où tu as proposé des stages dans le groupe neutrino du Laboratoire Leprince-Ringuet. J’ai saisi l’opportunité, un peu par hasard je l’avoue ; un stage en a amené un autre, puis je me suis retrouvé embarqué pour une thèse... ! Merci de m’avoir fait confiance tout au long de ces années, de m’avoir accompagné et conseillé, en particulier dans les derniers mois où se déroulaient simultanément la finalisation de l’analyse et la rédaction du manuscrit. Merci de m’avoir permis de travailler librement et d’orienter mon travail en fonction de mes intérêts. Et merci enfin pour tout ce qu’implique la direction d’une thèse et dont je n’ai pas conscience ! C’est un réel privilège de pouvoir se consacrer uniquement à la recherche sans être préoccupé par toutes les tâches annexes.

Mon cher Benjamin, merci pour tout. Cela fait déjà plus de quatre ans que nous avons commencé à travailler ensemble, et je te remercie pour tout le temps que tu m’as consacré. Cette thèse est le point final de ce que j’ai commencé lors de mon premier stage au LLR ; le chemin a été long, tortueux, parfois décourageant, mais je te remercie de m’avoir accompagné. Tu as été un grand frère et un ami fidèle.

Merci de m’avoir de m’avoir tenu compagnie lors de la construction du détecteur à J-PARC ; je garde d’excellents souvenirs de tous ces moments où nous avons pu faire plus ample connaissance. Merci de m’avoir fait découvrir le Japon, de Kyoto à Hokkaido ; je m’en souviendrai un moment, même si je t’aurais sans doute moins remercié si on avait croisé un ours au bord du lac ...

Merci pour ton soutien, d’ordre scientifique cette fois, à chaque étape de mon travail de thèse. Merci d’avoir passé tant de temps à réfléchir avec moi sur l’unfolding, sur le critère de convergence et sur l’étalonnage du WaterModule. Ton approche très pédagogique avec moi m’a aidé à réfléchir par moi-même aux nombreuses questions que j’ai rencontré ; ma compréhension des subtilités de l’analyse n’en a été que plus profonde. Le seul fait de savoir que tu étais joignable si j’avais une question m’a également beaucoup rassuré.

Enfin, j’espère que tu auras apprécié autant que moi toutes nos discussions plus personnelles, de l’Okhotsk Express (tu te rappelles de ton billet de 10’000 yens ?) au jardin du CERN en passant par Ohta Danchi... Je te souhaite de tout coeur le meilleur pour la suite.

A l’ensemble du groupe neutrino (et assimilés – bien que la frontière entre les deux soit poreuse, n’est-ce-pas Pascal) je souhaite exprimer ma sincère affection. Merci Thomas, Pascal, Fred, Olivier D., Margherita, James, Stephen, Thomas S., Qinhua, Olivier V. et Emilie. Bien plus de mon intérêt scientifique pour cette petite particule, votre compagnie a fait que ces trois années furent très riches, appréciables et appréciées. Il y a bien des jours où la pause café et le repas du midi ont constitué les meilleurs moments de ma journée ! Merci à tous pour votre bonne humeur, vos conseils et tous les échanges fructueux que nous avons pu avoir. Je ne mesure probablement pas à quel point la bonne ambiance de travail que vous entretenez est une bénédiction. J’aurai beaucoup de joie, le cas échéant, à travailler de nouveau avec chacun de vous.

En particulier, merci Thomas pour ta disponibilité et tout le temps que tu m’as accordé, que ce

soit pour la relecture du manuscrit, la préparation de mes présentations, nos discussions sur les neutrinos ou mes (très nombreuses) questions de code. J'ai aussi beaucoup apprécié tous nos échanges extra-professionnels, de Palaiseau à Val Thorens ! Merci également d'avoir été présent lors des quelques fluctuations négatives de mon moral.

Pascal, tu m'as fait confiance pour animer les PC de ton cours ; merci de m'avoir donné cette opportunité qui a été une expérience très enrichissante. J'ai pris beaucoup de plaisir à me creuser la tête sur les questions les plus fondamentales que nous avons rencontrées ... nous nous sommes quand même aventurés très loin parfois (qu'est-ce qu'une particule après tout ?). Merci de m'avoir tour à tour amené et suivi dans ces discussions conceptuelles.

Merci Fred pour tous ce qu'on a pu partager autour d'un repas, d'un café ou d'une balle de tennis. Ton regard expérimenté m'a été précieux au long de ces trois années ; merci également pour ton accompagnement bienveillant vis-à-vis de toutes mes questions administratives. Enfin, et plus que toute autre chose, j'ai aimé nos longues discussions sur des sujets aussi divers que variés, généraux ou plus personnels. J'aurai plaisir à échanger à nouveau avec toi !

Je n'oublie pas de remercier les ingénieurs du LLR avec lesquels j'ai eu l'occasion de travailler sur le projet WAGASCI. Merci Alain, Oscar, Franck et Frédéric pour toutes nos discussions sur le fonctionnement précis du détecteur. C'est grâce à votre travail minutieux et précieux que nous avons pu collecter toutes les données nécessaires à mon travail. Je remercie également l'ensemble du service administratif et de la direction du Laboratoire Leprince-Ringuet pour le cadre de travail agréable que j'ai pu connaître ; merci en particulier à Thu et Brigitte pour votre aide quant aux missions et aux difficultés administratives que j'ai rencontrées.

Among the T2K collaborators I have worked with, I would like to express my gratitude to the WAGASCI group, in particular : to Minamino-san to have allowed my stay in Tokai ; to Koga-san, to have successfully led the WaterModule assembly and commissioning, your hard work and devotion has been crucial to the data taking ; to Hayashino-san, Kin and Tatiana for your help in the WaterModule construction – you all have made this thesis possible. My special thanks to the Kyoto group for the cluster's maintenance, especially to Hayashino-san and Hiramoto-san ; it has been a real gift to have a well-working computing cluster.

I am also grateful to the conveners of the cross-section group and to the reviewers of the technical note covering the work of this thesis. Thank you Son, Kendall, Kikawa-san, Callum, Ciro and Stephen for all your comments that have enriched the quality of this thesis ; for all your support and encouragement ; for your interest in my work and your help pushing this note further in the publication process.

Au-delà du cercle professionnel, je voudrais remercier mon ami, frère, témoin et co-thésard Joël pour tous les moments que tu m'as consacrés. Nous avons partagé de manière simultanée beaucoup de défis ; ton écoute et tes prières m'ont bien aidé. Merci pour ton accueil chez toi, pour nos discussions, nos soirées (nuits dirais-je plutôt) jeux... ce fut un soutien précieux. Que Dieu te bénisse pour les années à venir !

Merci Papa et Maman pour l'éducation que vous m'avez donnée ; après toutes ces années je vous en suis très reconnaissant. Merci Papa de m'avoir donné goût à la physique des particules et aux mathématiques, c'est une passion que j'ai gardé jusqu'à maintenant. Merci Maman d'avoir supporté un deuxième scientifique à la maison, surtout lorsqu'il commençait à discuter avec le premier ! Plus que tout, merci de votre exemple de foi ; c'est ce que vous m'avez transmis de plus précieux.

Je termine en remerciant Aline, ma chère épouse, pour tout ton soutien quotidien. Tu es sans doute celle qui a le plus significativement contribué à ce que cette période se passe bien. Merci de m'avoir écouté avec patience, de t'être intéressée à la physique et d'avoir cherché à comprendre mon travail et mes défis ; merci de m'avoir aidé à résoudre les quelques problèmes que je t'ai partagés. Les premiers et les derniers mois de la thèse n'ont pas été les plus faciles mais tu m'as toujours épaulé avec amour. C'est une bénédiction de t'avoir à mes côtés.

Tout ce travail est *in fine* le fruit de la grâce et de la bonté de Dieu. Il a accompagné chacun de mes pas, m'a donné la force de persévérer et les capacités nécessaires pour mener à bien ces trois années de thèse, et m'a entouré de personnes bienveillantes qui m'ont soutenu et conseillé avec sagesse. Tout le mérite lui revient. *Soli deo gloria !*

En effet, les perfections invisibles de Dieu, sa puissance éternelle et sa divinité, se voient comme à l'oeil nu, depuis la création du monde, quand on les considère dans ses ouvrages.

La Bible, Lettre de Paul aux Romains, I, 20

Table des matières

Introduction	1
1 Les neutrinos dans le Modèle Standard, et au-delà	3
1.1 Le Modèle Standard de la physique des particules	3
1.1.1 Les particules du Modèle Standard	3
1.1.2 Le principe des théories de jauge	6
1.1.3 La théorie électrofaible	9
1.1.4 Le lagrangien du Modèle Standard	16
1.2 Masse et nature des neutrinos	17
1.3 Les oscillations des neutrinos	21
1.3.1 Théorie générale des oscillations dans le vide	21
1.3.2 Oscillations dans la matière	31
1.3.3 Mesures expérimentales des paramètres des oscillations	36
1.3.4 Les oscillations dans l'expérience T2K	38
1.4 Les interactions neutrino-noyau	41
1.4.1 Les interactions sur un nucléon	42
1.4.2 La production résonante d'un pion	46
1.4.3 Les interactions des neutrinos avec un noyau	51
1.4.4 Le générateur Monte-Carlo NEUT	54
1.4.5 Classification des interactions neutrino-noyau	55
2 L'expérience T2K et le projet WAGASCI	57
2.1 L'expérience Tokai-to-Kamioka (T2K)	57
2.1.1 Le principe de l'expérience	58
2.1.2 La production du faisceau : l'accélérateur du J-PARC	58
2.1.3 Le détecteur proche hors axe : ND280	61
2.1.4 Les détecteurs proches sur axe : INGRID et le Proton Module	64
2.1.5 Le détecteur lointain : Super-Kamiokande (SK)	67
2.2 Le projet WAGASCI	69
3 Assemblage et étalonnage du WaterModule	75
3.1 La construction du WaterModule	75
3.1.1 Préparation des scintillateurs et des fibres	75
3.1.2 Assemblage des scintillateurs	78
3.1.3 Assemblage du module et finitions	79
3.2 Du dépôt d'énergie au signal électrique	81
3.3 Etalonnage de la réponse en énergie du WaterModule	82
3.3.1 Non-linéarité des ADC	82
3.3.2 Transition entre haut gain et bas gain	87
3.3.3 Longueur d'atténuation dans la fibre optique	88
4 Sélection des événements $CC1\pi$	91
4.1 Identification des traces dans le WaterModule	92
4.1.1 Principe	92
4.1.2 Distributions de dE/dz dans le WaterModule	94
4.1.3 Résultats	95
4.2 Reconstruction de l'angle et de l'impulsion du muon	97
4.2.1 Introduction	97

4.2.2	Classification des traces	98
4.2.3	Résolution des détecteurs	99
4.3	Sélection des évènements	101
4.3.1	Remarques préliminaires	101
4.3.2	Evènements CC1 π	106
4.3.3	Echantillons de contrôle CC0 π et Divers CC	110
5	Analyse des sections efficaces du canal CC1π	113
5.1	Formulation générale	113
5.2	Efficacités et binning réel $\mathcal{B}$	115
5.3	La méthode d'unfolding	118
5.3.1	Formulation de D'AGOSTINI	119
5.3.2	Formulation alternative et échantillons de contrôle	127
5.4	Critère de convergence de l'unfolding itératif	129
5.4.1	Principe	129
5.4.2	Vérification avec des pseudo-données	130
5.4.3	Application sur les données	134
5.5	Sections efficaces des interactions sur eau et sur plastique	136
5.5.1	Sections efficaces observées	136
5.5.2	Des sections efficaces observées aux sections efficaces physiques	136
6	Incertitudes statistiques et systématiques	141
6.1	Incertitudes statistiques $\Delta\sigma^{\text{stat}}$	141
6.2	Incertitudes systématiques $\Delta\sigma^{\text{syst}}$	143
6.2.1	Incertitudes sur le flux de neutrinos incidents	144
6.2.2	Incertitudes sur les modèles d'interactions	146
6.2.3	Incertitudes sur la réponse des détecteurs	148
6.3	Conclusion	155
7	Résultats	157
7.1	Section efficace totale	157
7.2	Sections efficaces différentielles	158
7.2.1	Sections efficaces différentielles simples	158
7.2.2	Sections efficaces différentielles doubles	162
7.3	Comparaison des générateurs NEUT et GENIE	164
7.4	Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux	166
	Conclusion	169
A	Transitions $\nu_1^M \rightarrow \nu_2^M$ à deux saveurs	173
B	Etalonnage de la réponse temporelle du WaterModule	179
B.1	Positionnement et fonctionnement des TFB	179
B.2	Réponse temporelle du WaterModule	180
B.2.1	Remarques préliminaires	181
B.2.2	Time-walk	182
B.2.3	Délai de propagation dans la fibre	183
B.2.4	Alignement de la référence temporelle de chaque TFB	183
B.2.5	Résultats	183
C	Compléments sur la sélection des évènements	185
C.1	Longueur δz de scintillateur traversé par une particule	185
C.2	Résolution du Proton Module	185
C.3	Distribution des évènements de l'échantillon fiduciel	186
C.4	Echantillons de contrôle CC0 π et Divers CC	193

D	Normalisation de la section efficace	199
D.1	Flux de neutrinos incidents	199
D.2	Nombre de nucléons cibles	200
D.2.1	Nucléons cibles dans le Proton Module	200
D.2.2	Nucléons cibles dans le WaterModule	202
D.2.3	Incertitude sur le nombre de nucléons	204
	Bibliographie	206

Introduction

I have done a terrible thing, I have postulated a particle that cannot be detected.

Wolfgang Pauli

Le Modèle Standard de la physique des particules, élaboré lors de la seconde moitié du XX^{ème} siècle, propose une description unifiée de trois des quatre forces fondamentales de l'univers : l'électromagnétisme, la force nucléaire faible et la force nucléaire forte, qui ensemble permettent de décrire l'évolution des particules. Parmi toutes celles-ci, les neutrinos sont peut-être les plus fascinants ; leurs caractéristiques atypiques les rendent uniques à bien des égards, et mystérieux bien souvent.

Leur histoire est déjà singulière. Lorsque Wolfgang PAULI postule leur existence, en 1930, il s'agit de son propre aveu d'une « tentative désespérée » [1] de sauvegarder la validité du principe de conservation de l'énergie, principe qui régit profondément la physique depuis le XVII^{ème} siècle. En effet, l'étude des désintégrations de noyaux radioactifs montrait qu'une partie de l'énergie du système semblait avoir disparu. Le premier neutrino fut découvert près de 30 ans plus tard par Frederick REINES et Clyde L. COWAN [2] en étudiant les réactions nucléaires du coeur de la centrale de Savannah River aux Etats-Unis. Nous savons aujourd'hui qu'il existe trois saveurs de neutrinos, c'est-à-dire trois types de neutrinos, l'une associée à l'électron (neutrino électronique ν_e , découvert par REINES et COWAN en 1956), l'une associée au muon (neutrino muonique ν_μ , découvert en 1962 [3]) et l'autre associée au tau (neutrino tau ν_τ , découvert en 2000 [4]).

Les propriétés physiques des neutrinos ouvrent la voie à de nombreuses questions dont plusieurs demeurent aujourd'hui sans réponse.

Tout d'abord, leur charge électrique est nulle : ainsi, les neutrinos ne sont pas sensibles à l'interaction électromagnétique. L'interaction forte ne concernant que les quarks, constituants élémentaires des protons et neutrons, les neutrinos ne sont donc sensibles qu'à l'interaction faible. Cette interaction tire son nom de la rareté de ses occurrences ; la probabilité d'interaction d'un neutrino est ainsi extrêmement ténue. Jugez plutôt : en une seconde, près de 65 milliards de neutrinos produits par le Soleil traversent chaque centimètre carré de notre peau sans qu'aucun d'eux n'interagissent ! La détection des neutrinos requiert donc l'utilisation de détecteurs extrêmement précis et parfois gigantesques.

En raison de leur neutralité électrique, les neutrinos pourraient également avoir la curieuse propriété d'être identiques aux antineutrinos ! Cet étrange hypothèse a été proposée dès 1937 par Ettore MAJORANA [5], mais aucune donnée expérimentale n'a actuellement confirmé ou infirmé cette théorie.

Intéressons-nous maintenant à la masse des neutrinos. Leur masse est si faible que lorsque PAULI les introduisit en 1930 il considéra que les neutrinos avaient une masse nulle. Aujourd'hui encore, aucune mesure de la masse des neutrinos n'a été effectuée. Nous savons cependant, de manière indirecte, que celle-ci n'est pas nulle : cette conclusion est tirée de l'observation du phénomène d'oscillation des neutrinos. Nous parlons d'oscillation lorsqu'un neutrino produit dans une certaine saveur (ν_e , ν_μ ou ν_τ) est détecté dans une autre saveur ! Ce phénomène reflète la nature quantique des particules élémentaires qui peuvent, telles le chat de Schrödinger, se trouver dans une superposition de plusieurs états physiques différents.

Ces oscillations ne sont possibles que si les masses des neutrinos sont distinctes : l'observation de ce phénomène permet donc de savoir que les neutrinos sont massifs. Cette conclusion a été tirée pour la première fois par l'expérience Super-Kamiokande en 1998 à partir de l'étude des neutrinos produits dans les hautes couches de l'atmosphère [6] et par l'expérience SNO en 2001 à partir de l'étude des neutrinos produits par les réactions nucléaires au coeur du Soleil [7]. Ce travail conjoint a été récompensé par le prix Nobel de physique en 2015 pour la « découverte [des] oscillations de neutrinos qui démontre que les neutrinos ont une masse ».

Afin de pouvoir étudier ce phénomène d'oscillation, il est avant tout nécessaire de bien comprendre les interactions des neutrinos dans nos détecteurs. Pour pouvoir déterminer la saveur du neutrino, il faut connaître le lepton qui lui est associé : électron e^- , muon μ^- ou tau τ^- . Pour ce faire, nous recherchons des interactions dites *par courant chargé*, ainsi nommées puisqu'elles modifient la charge et la nature des particules : un neutrino électronique ν_e (charge 0) va se transformer en électron e^- (charge $-e$), un neutrino muonique ν_μ en muon μ^- et enfin un neutrino tau ν_τ en lepton tau τ^- .

Bien que le Modèle Standard décrive de manière satisfaisante les interactions entre particules élémentaires, les interactions des neutrinos avec les noyaux, composés de neutrons et de protons eux-mêmes composés de quarks, sont beaucoup plus complexes à décrire et font l'objet de développements théoriques récents [8–11]. En particulier, certaines interactions modifient la structure interne des nucléons (protons et neutrons) et font apparaître des états excités aussi appelées résonances. La désexcitation de ces résonances peut faire apparaître un pion π , particule composée d'un quark et d'un antiquark. Ces interactions résonantes constituent un canal d'interaction secondaire des neutrinos et n'ont fait l'objet que de peu de mesures expérimentales précises. Cependant, leur importance dans l'étude des oscillations des neutrinos est appelée à s'accroître au fur et à mesure que les exigences de précision des analyses d'oscillation augmenteront ; c'est ici que le travail de cette thèse trouve son intérêt et son importance.

L'expérience Tokai-to-Kamioka, située au Nord de Tokyo au Japon, a ainsi pour objectif d'observer et de caractériser les oscillations des neutrinos [12]. Un intense faisceau de neutrinos muoniques ν_μ est produit par un complexe d'accélérateurs et envoyé en direction du détecteur Super-Kamiokande. Le principe de l'observation des oscillations des neutrinos est simple : il s'agit de comparer le nombre de neutrinos de saveur μ et e lors de leur production et lors de leur détection 300 kilomètres plus loin. Toute différence sera la preuve que les oscillations ont bien eu lieu ! Pour pouvoir connaître précisément la saveur et le nombre des neutrinos au moment de leur production, un complexe de détecteurs proches est installé à la sortie de l'accélérateur. Le plus récent de ces détecteurs est le détecteur WAGASCI [13], composé d'un réseau tri-dimensionnel de scintillateurs immergé dans une cuve d'eau, dont le premier module a été construit à partir de l'automne 2015 et installé un an plus tard.

En utilisant les données collectées par ce premier module entre octobre 2016 et mai 2017, nous proposons dans cette thèse une mesure de la section efficace (c'est-à-dire de la probabilité d'interaction) des interactions par courant chargé de neutrinos muoniques produisant un pion chargé dans l'état final, ce que l'on note CC1 π :

$$\nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- + \pi^\pm + \mathcal{N}'$$

avec $\mathcal{N}$ le noyau cible et $\mathcal{N}'$ le noyau fils. Cette mesure a été conçue pour être indépendante des modèles théoriques actuels décrivant les interactions entre neutrinos et noyaux afin que sa portée et sa longévité n'en soient pas réduites.

Nous détaillerons dans le premier chapitre de cette thèse les principes régissant le Modèle Standard de la physique des particules ainsi que les propriétés physiques des neutrinos, leurs oscillations et leurs interactions. Le second chapitre est consacré à la description de l'expérience Tokai-to-Kamioka, de la production du faisceau jusqu'à la détection au niveau des détecteurs proches ou de Super-Kamiokande. Nous présenterons également les motivations qui ont conduit à l'élaboration et à l'installation du détecteur WAGASCI.

Le troisième chapitre regroupe les contributions de l'auteur à la construction et au bon fonctionnement du premier module du détecteur WAGASCI. Les études d'étalonnage de la réponse en énergie du détecteur y seront présentées. Ces études sont le point de départ de l'analyse des données du détecteur puisque c'est cette réponse en énergie qui nous permettra d'identifier les particules produites, et de déterminer par conséquent si un pion a été conjointement produit. Le Chapitre 4 détaille les étapes successives nécessaires à la sélection d'un échantillon d'événements candidats.

Le Chapitre 5 présente la méthode statistique dite d'*unfolding* qui a été utilisée pour obtenir, à partir de cet échantillon d'événements, la valeur de la section efficace d'interaction CC1 π mesurée en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon produit. Les développements liés à cette méthode statistique itérative sont novateurs et proposent un critère de convergence dicté uniquement par les données afin de réduire toute dépendance à un modèle théorique externe. Enfin, le Chapitre 6 détaille l'étude des incertitudes statistiques et systématiques accompagnant notre mesure et le Chapitre 7 expose notre résultat.

Chapitre 1

Les neutrinos dans le Modèle Standard, et au-delà

Physical laws should have mathematical beauty.

Paul Dirac

Ce premier chapitre présente le cadre théorique général permettant de décrire les propriétés des neutrinos. Nous présentons d'abord le Modèle Standard de la physique des particules (Section 1.1) puis nous étudions les questions de la nature des neutrinos ainsi que de l'origine de leur très faible masse (Section 1.2). La Section 1.3 explique le phénomène d'oscillations et pour finir, la Section 1.4 présente les interactions des neutrinos avec les noyaux de la matière.

1.1 Le Modèle Standard de la physique des particules

1.1.1 Les particules du Modèle Standard

Les particules élémentaires et leurs interactions sont décrites par le Modèle Standard de la physique des particules, développé dans la seconde moitié du XX^{ème} siècle. Parmi les quatre interactions fondamentales que sont la gravitation, l'électromagnétisme, la force nucléaire faible et la force nucléaire forte, les trois dernières sont décrites dans le cadre de ce Modèle Standard.

Le Modèle Standard est une théorie quantique des champs, où les forces et les champs décrivant les particules sont quantifiés. Cette quantification des forces est l'un des obstacles majeur à l'intégration de la gravitation dans ce modèle. En effet, si l'existence du photon, quanta du champ électromagnétique, ne fait plus aucun doute, l'existence du graviton, quanta du champ gravitationnel, est incertaine. La pertinence d'une description quantique de la gravitation est donc à ce jour encore remise en question et fait l'objet d'une intense activité de recherche.

Ce modèle décrit le comportement des composants les plus élémentaires de la matière. Ces particules peuvent être divisées en deux catégories : les particules de matière à proprement parler, fermions de spin 1/2, et les particules médiatrices des interactions, bosons de spin 1. Comme nous le verrons dans la Section 1.1.3, un boson de spin 0, le boson de Higgs, observé pour la première fois au CERN en 2012, complète le contenu en particule du Modèle Standard.

Les fermions peuvent être organisés en trois *familles* ou *générations*, rassemblées dans la Table 1.1. La première génération, contenant les particules les plus légères, est composée de quatre particules : l'électron e , le neutrino électronique ν_e , et les deux quarks u (up) et d (down).

Fermions			Charge	Electrom.	Faible	Forte
e	μ	τ	-1	✓	✓	
ν_e	ν_μ	ν_τ	0		✓	
u	c	t	2/3	✓	✓	✓
d	s	b	-1/3	✓	✓	✓

TABLE 1.1 – Les fermions élémentaires du Modèle Standard, leur charge et leurs interactions.

Les deux autres générations sont analogues à la première, les particules ne se distinguant que par leur masse croissante. Les quatre particules de la deuxième génération sont le muon μ , le neutrino muonique ν_μ , et les quarks c (charm) et s (strange); la troisième génération est composée du tau τ , du neutrino tau ν_τ , et des quarks t (top) et b (bottom).

Les interactions entre fermions sont décrites par l'échange de bosons. L'existence de ces bosons médiateurs est une conséquence de la théorie de jauge dont nous allons parler dans la Section 1.1.2. Le photon transmet l'interaction électromagnétique, les gluons l'interaction forte et les bosons W^+ , W^- et Z^0 l'interaction faible. Parmi eux, certains sont de masse nulle (photon, gluons) et d'autres massifs ($W^\pm$ et Z^0). Quelques caractéristiques de ces bosons sont listées dans la Table 1.2.

Force	Bosons	Charge	Spin	Masse
Electromagnétisme	Photon γ	0	1	0
Force faible	$W^\pm, Z^0$	$\pm 1, 0$	1	80.4 GeV/c ² , 91.2 GeV/c ²
Force forte	8 gluons	0	1	0

TABLE 1.2 – Les interactions décrites par le Modèle Standard et les bosons médiateurs.

L'existence des neutrinos

Comme le montre la Table 1.1, les neutrinos ne sont sensibles qu'à la force faible. Cette force nucléaire faible est responsable, en particulier, des désintégrations des noyaux atomiques et de la fusion nucléaire. Elle est appelée force *faible* parce que la probabilité d'interagir par cette force est beaucoup plus petite que pour l'électromagnétisme et la force forte. C'est pour cela qu'il est très délicat d'observer les neutrinos et leurs interactions.

L'existence des neutrinos a été postulée par PAULI en 1930. L'observation des désintégrations β , décrites à l'époque comme $n \rightarrow p + e$, semblait contredire la conservation de l'énergie et de l'impulsion ainsi que du spin. Dans cette description d'une désintégration à deux corps, l'énergie dans le centre de masse est entièrement déterminée par les masses des particules n , p et e et ne peut donc prendre qu'une seule valeur précise E_0 . L'observation d'un spectre continu pour l'énergie de l'électron est une contradiction évidente, soit avec la conservation de l'énergie, soit avec le modèle de la désintégration à deux corps. Pour résoudre ce problème, PAULI écrit [1] avoir « découvert un remède inespéré pour sauver les lois de conservation de l'énergie » : il postule « la possibilité d'existence dans les noyaux de particules neutres de spin 1/2 [...] que j'appelle neutrons ».

L'existence de ces particules, rebaptisées *neutrinos* après la découverte du neutron en 1932, permit de décrire la désintégration β comme une désintégration à trois corps : $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$. L'énergie E_0 est partagée ainsi entre l'électron et le neutrino, ce qui permet que l'énergie de l'électron prenne un ensemble continu de valeurs entre 0 et E_0 , spectre en accord avec la mesure expérimentale.

Les neutrinos permirent alors à FERMI de proposer en 1934 une première version de cette force nucléaire faible, sous la forme d'une interaction de contact à quatre particules :

$$\mathcal{L}_\beta = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u}_p \gamma^\mu u_n) (\bar{u}_e \gamma_\mu u_\nu). \quad (1.1)$$

Cette nouvelle théorie de l'interaction faible, appelée *Théorie de Fermi*, fut utilisée pour décrire de nombreuses autres interactions, comme par exemple la désintégration du muon $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$, prédite par PONTECORVO en 1947 [14] et observée par STEINBERGER à Chicago en 1949 [15].

Violation de la parité et particules chirales

En parallèle du développement théorique du Modèle Standard, de nombreuses expériences du milieu du XX^{ème} siècle eurent pour but d'observer et de cataloguer différentes particules, leurs canaux de désintégrations et leurs nombres quantiques.

Un de ces nombres quantiques utilisé pour caractériser les particules est la parité. En tant qu'opérateur, la parité $\hat{P}$ transforme $\mathbf{r} = (x, y, z)$ en $\mathbf{r}' = -\mathbf{r} = (-x, -y, -z)$, et de même l'impulsion $\mathbf{p}$ en $-\mathbf{p}$. La parité p d'un système décrit par une fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r})$ est, si elle est définie, la valeur propre de l'opérateur parité : $\hat{P}\Psi(\mathbf{r}) = p \Psi(-\mathbf{r})$. Puisque $\hat{P}^2 = \mathbb{1}$, alors $p \in \{-1, 1\}$.

La conservation de la parité lors d'un processus physique correspond à l'invariance de ce processus par symétrie centrale, et est équivalente à l'invariance par réflexion selon un plan¹. Au début des années 50, rien ne laissait présager qu'un quelconque processus physique puisse être différent de son image dans un miroir !

En 1956, YANG et LEE émirent l'hypothèse que l'interaction faible pourrait ne pas conserver la parité [16], au contraire des interactions forte et électromagnétique, dont l'invariance sous parité avaient fait l'objet de vérifications expérimentales. L'expérience de Madame WU, réalisée entre 1956 et 1957, confirma cette hypothèse audacieuse [17].

L'idée fut d'observer la distribution angulaire des électrons émis lors de la désintégration β du noyau de ^{60}Co



En descendant à très basse température (de l'ordre de 10^{-3} K), il devient possible d'aligner les spins de noyaux de ^{60}Co selon un axe (Oz). Considérons la transformation de parité (ou de manière équivalente, la réflexion par rapport à un plan) d'une telle désintégration β , comme représenté sur la Figure 1.1. Le moment cinétique $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ se transforme selon $\mathbf{L}' = -\mathbf{r} \times -\mathbf{p} = \mathbf{L}$ sous parité, donc les spins restent dans la même orientation. Au contraire, l'impulsion de l'électron se transforme selon $\mathbf{p}' = -\mathbf{p}$.

Si la parité s'avère être conservée, alors la probabilité d'observer un électron faisant un angle α avec l'axe (Oz) est la même² que pour un électron à $\pi - \alpha$. L'expérience montre que ce n'est finalement pas le cas (voir Figure 1.2), ce qui démontre la violation de la parité par les interactions faibles.

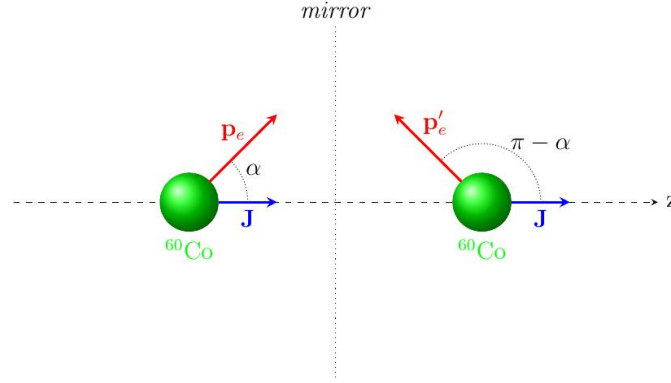


FIGURE 1.1 – Les deux situations expérimentales comparées par Madame WU. Tiré de [18].

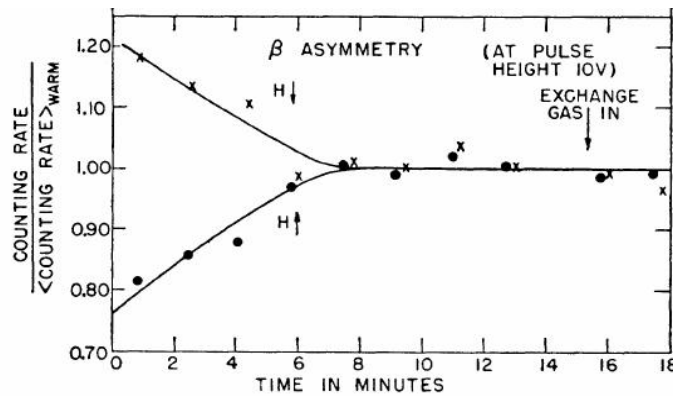


FIGURE 1.2 – Résultat de l'expérience de Madame WU. Les croix ($\times$) comptent le nombre d'électrons produits à un angle π , et les points ($\bullet$) ceux produits à un angle 0. L'asymétrie disparaît avec le temps car les spins du cobalt se désorganisent avec l'augmentation progressive de la température. Tiré de [17].

1. Considérons $\hat{S}_z$ la symétrie plane par rapport au plan (xOy), et $\hat{R}_z(\theta)$ la rotation d'angle θ autour de l'axe (Oz). On a $\hat{S}_z : (x, y, z) \rightarrow (x, y, -z)$ et $\hat{R}_z(\pi) : (x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$, de telle sorte que $\hat{P} = \hat{S}_z \circ \hat{R}_z(\pi)$. Puisque la physique est invariante par rotation (en raison de la conservation du moment cinétique), l'invariance par parité est équivalente à l'invariance par symétrie plane.

2. Il faudrait comparer α et $\pi + \alpha$, mais l'invariance des interactions faibles par rotation autour de l'axe (Oz) nous assure de l'équivalence entre $\pi + \alpha$ et $\pi - \alpha$.

Dans cette expérience, le noyau de cobalt a un spin total de 5 et celui du noyau de nickel un spin total de 4, alignés sur l'axe (Oz). L'électron et l'antineutrino portent donc chacun une projection de spin de $+1/2$. Comme le montre la Figure 1.2, l'électron est émis préférentiellement vers l'arrière (faisant un angle de π avec la direction des spins des noyaux) et donc l'antineutrino vers l'avant. Si l'on définit l'hélicité h d'une particule comme étant

$$h \equiv \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}, \quad (1.3)$$

alors, en majorité, les électrons sont d'hélicité gauche $h_e = -1/2$ et les antineutrinos sont d'hélicité droite $h_\nu = +1/2$.

Dans le formalisme des spineurs de Dirac, on définit la chiralité γ^5 , telle que pour un spineur $\psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$, on ait :

$$\gamma^5 \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi \\ -\chi \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

c'est-à-dire que l'on décompose le spineur à quatre composantes ψ entre les spineurs à deux composantes ϕ , de chiralité droite, et χ , de chiralité gauche. Dans la limite de très faible masse $m \ll E$, les états de chiralité et les états d'hélicité coïncident.

Une description appropriée de l'interaction faible doit faire donc apparaître des leptons de chiralité gauche, et des antileptons de chiralité droite, qui interagissent d'une manière différente de leurs partenaires de chiralité opposée. Le modèle de GLASHOW, SALAM et WEINBERG, élaboré dans les années 1960, en tient compte et constitue la description actuelle de l'interaction faible.

1.1.2 Le principe des théories de jauge

La théorie de GLASHOW, SALAM et WEINBERG est une théorie de jauge, comme l'ensemble du Modèle Standard. Nous allons voir ici en quoi consiste l'invariance de jauge, pour l'appliquer dans la section suivante au modèle proposé par ces trois physiciens pour décrire l'interaction faible.

L'invariance de jauge : l'exemple de QED

La propagation libre (c'est-à-dire sans aucune interaction) d'un fermion f de masse m_f , représenté par un spineur ψ_f , est décrite par l'équation de Dirac

$$(i\not{\partial} - m_f) \psi_f = 0. \quad (1.5)$$

La densité de lagrangien (que l'on écrira lagrangien dans la suite) de la théorie libre des fermions s'écrit donc

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = \sum_f \overline{\psi}_f (i\not{\partial} - m_f) \psi_f, \quad (1.6)$$

où l'on somme sur tous les fermions. L'équation de Dirac (1.5) est alors l'équation d'Euler-Lagrange (équation du mouvement) associée au champ $\overline{\psi}_f$ du lagrangien (1.6).

Symétrie du lagrangien En mécanique quantique, imaginons une particule décrite par une fonction d'onde $\psi(x)$. La probabilité d'observer cette particule à une position x est donné par la formule bien connue

$$d\mathbb{P}(x) = |\psi(x)|^2 dx. \quad (1.7)$$

On observe alors que toute transformation de la fonction d'onde du type

$$\psi(x) \longrightarrow \psi'(x) = e^{i\theta} \psi(x), \quad \theta \in \mathbb{R} \quad (1.8)$$

ne modifie pas la probabilité $\mathbb{P}(x)$. Le degré de liberté associé à la phase de la fonction d'onde est dégénéré; la phase absolue n'a plus de sens physique, seules les différences de phase sont pertinentes pour la description physique du système.

De la même manière, toutes les transformations du lagrangien libre (1.6) du type

$$\psi_f(x) \longrightarrow \psi'_f(x) = e^{iq_f \theta} \psi_f(x), \quad q_f, \theta \in \mathbb{R} \quad (1.9)$$

laissent le lagrangien invariant, et donc ne modifient pas la physique sous-jacente. Ces transformations forment un groupe $U(1)$: on dit que $U(1)$ est un groupe de symétrie, ou groupe de jauge, du lagrangien (1.6). Les transformations (1.9) sont appelées transformations de jauge *globales*, puisque la phase du champ ψ_f change de la même manière en tout point de l'espace-temps.

D'après le premier théorème de NOETHER (1918), à tout groupe de symétrie continu est associé un courant et une charge conservés. Poursuivons l'exemple du groupe $U(1)$ dont les transformations sont données par (1.9). Le courant

$$j^\mu \equiv \sum_f q_f \overline{\psi_f} \gamma^\mu \psi_f \quad (1.10)$$

et la charge

$$Q \equiv \int d^3x j^0(x) \quad (1.11)$$

sont conservés (si les champs satisfont à l'équation de Dirac), c'est à dire

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} Q = 0. \quad (1.12)$$

Nous préciserons leur interprétation dans la suite.

Invariance de jauge locale et interactions Les transformations du groupe de jauge $U(1)$ peuvent prendre la forme suivante, différente de celle proposée en (1.9) :

$$\psi_f(x) \longrightarrow \psi'_f(x) = e^{iq_f \theta(x)} \psi_f(x), \quad q_f, \theta(x) \in \mathbb{R}. \quad (1.13)$$

Ces transformations de jauge *locales* consistent à modifier la phase du champ de manière indépendante en chaque point. Le lagrangien se transforme alors selon

$$\mathcal{L}_{\text{free}} \longrightarrow \mathcal{L}'_{\text{free}} = \mathcal{L}_{\text{free}} + j^\mu \partial_\mu \theta \quad (1.14)$$

avec l'expression du courant j^μ donnée par (1.10). Pour retrouver l'invariance du lagrangien sous l'action des transformations (1.13), nous pouvons ajouter un terme $\mathcal{L}_{\text{int}}$ dont la variation compense le terme $j^\mu \partial_\mu \theta$ qui est apparu : $\mathcal{L}_{\text{int}} \rightarrow \mathcal{L}'_{\text{int}} = \mathcal{L}_{\text{int}} - j^\mu \partial_\mu \theta$. En introduisant un champ A_μ se transformant sous la forme

$$A_\mu \longrightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \theta, \quad (1.15)$$

nous pouvons considérer le terme $\mathcal{L}_{\text{int}} = -j^\mu A_\mu$ de telle sorte que le lagrangien

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}_{\text{free}} + \mathcal{L}_{\text{int}} = \sum_f \overline{\psi_f} (i\partial\!\!\!/ - q_f \not{A} - m_f) \psi_f \quad (1.16)$$

est de nouveau invariant.

La phase des champs ψ_f changeant de manière indépendante en tout point de l'espace-temps, il a été nécessaire d'introduire un nouveau champ A_μ , dit *de jauge*, pour rétablir l'invariance du lagrangien. Ce champ de jauge permet de relier les variations de phase des champs ψ_f , différentes en tout point de l'espace-temps, car sa transformation (1.15) fait intervenir $\partial_\mu \theta$. Ce nouveau champ apparaît dans un terme d'interaction avec les fermions

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -j^\mu A_\mu = -q_f \overline{\psi_f} \gamma^\mu \psi_f A_\mu \quad (1.17)$$

dont le couplage est donnée par q_f . Si l'on interprète le groupe de jauge $U(1)$ comme celui de l'électrodynamique quantique, alors le champ A_μ est interprété comme le champ électromagnétique, et son couplage q_f aux fermions comme la charge électrique.

Enfin, notons que la définition de l'opérateur Q donnée en (1.11) correspond bien à l'opérateur charge électrique : pour tout fermion f du modèle, on a $Q|f\rangle = q_f|f\rangle$. A l'invariance sous l'action du groupe de jauge $U(1)$ correspond la conservation de la charge électrique.

La propagation libre du champ électromagnétique est décrit par le terme cinétique du champ A_μ , qui est

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad \text{avec} \quad F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.18)$$

et le lagrangien de l'électrodynamique quantique (QED) s'écrit ainsi finalement :

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \sum_f \overline{\psi_f} (i\partial\!\!\!/ - q_f \not{A} - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \quad (1.19)$$

Fermions et représentations du groupe de jauge Comme nous l'avons vu, l'action du groupe $U(1)$ est distincte sur chaque champ de fermions :

$$\psi_f(x) \longrightarrow \psi'_f(x) = e^{iq_f\theta(x)}\psi_f(x), \quad q_f, \theta(x) \in \mathbb{R}. \quad (1.20)$$

Ces différentes transformations définissent différentes *représentations* du groupe de jauge $U(1)$, qui sont caractérisées par la charge électrique. Par exemple, l'électron se transforme selon la représentation de charge $q_e = -e : \psi_e \rightarrow \psi'_e = e^{-ie\theta(x)}\psi_e$.

Le lagrangien libre est invariant sous une transformation de jauge globale parce que les champs ψ_f et $\bar{\psi}_f$ qui sont associés sont décrits par la même représentation. En effet, si $\psi_f \rightarrow \psi'_f = e^{iq_f\theta}\psi_f$ alors le champ conjugué se transforme selon $\bar{\psi}_f \rightarrow \bar{\psi}'_f = e^{-iq_f\theta}\bar{\psi}_f$ et le terme $\bar{\psi}_f(i\cancel{D} - m_f)\psi_f$ est invariant. Si le lagrangien contenait au moins un terme mixte de la forme $\bar{\psi}_{f_1}\psi_{f_2}$, avec $q_{f_1} \neq q_{f_2}$, alors il resterait un facteur $e^{i(q_{f_2}-q_{f_1})\theta}$. Le lagrangien ne serait alors pas invariant et le groupe considéré ($U(1)$ ici) ne serait pas un groupe de symétrie du système.

Couplage minimal Pour chaque champ ψ_f , dans la représentation indexée par q_f , nous avons introduit un couplage au champ de jauge A_μ , sous la forme (1.17). Pour chaque fermion, on peut définir la dérivée covariante

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iq_f A_\mu \quad (1.21)$$

dont l'expression dépend de la représentation en raison de la présence de q_f . Le nom *dérivée covariante* vient du fait que, sous une transformation locale de jauge, $D_\mu\psi_f$ se transforme comme le champ ψ_f :

$$D_\mu\psi_f \rightarrow (D_\mu\psi_f)' = e^{iq_f\theta(x)}D_\mu\psi_f. \quad (1.22)$$

Le lagrangien de l'électrodynamique quantique (1.19) peut donc se récrire sous la forme

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\cancel{D} - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.23)$$

qui rappelle celle du lagrangien libre, où l'on a remplacé ∂_μ par D_μ . Rappelons encore que

1. l'expression de D_μ est différente pour chaque fermion, même si la notation ne le montre pas explicitement ;
2. l'écriture (1.23) faisant apparaître la dérivée covariante n'est possible que si le lagrangien ne contient pas de termes associant des champs de représentations différentes.

Nous avons vu que l'introduction de transformations de jauge locales requiert un champ de jauge A_μ supplémentaire. Son couplage aux champs de fermions est décrit par la dérivée covariante : ce couplage est le plus simple que l'on puisse écrire, et on l'appelle *couplage minimal*.

A partir du lagrangien libre (1.6), nous avons construit un lagrangien décrivant les interactions électromagnétiques en imposant l'invariance de jauge locale pour le groupe $U(1)$. Cette construction peut être résumée ainsi :

1. vérifier que le lagrangien ne contient pas de termes mixtes, associant des fermions de représentations différentes ;
2. déterminer l'expression de la dérivée covariante pour chaque champ de fermion ;
3. remplacer dans le lagrangien libre la dérivée partielle par la dérivée covariante ;
4. ajouter le terme cinétique du nouveau champ de jauge.

Généralisation

De manière plus générale, soit G un groupe de symétrie continu (groupe de Lie) qui décrit la conservation d'une quantité physique observable. Si l'on veut construire une théorie invariante de jauge à partir de ce groupe G , nous pouvons procéder à partir du lagrangien libre de la manière suivante, selon l'exemple de la QED ($G_{\text{QED}} = U(1)$) :

1. vérifier que le lagrangien ne contient pas de termes mixtes, associant des fermions de représentations de G différentes ;
2. déterminer le nombre de champs de jauge à ajouter A_μ^a , $a = 1, \dots, n$, où n correspond à la dimension de l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ de G ;
3. déterminer les relations de commutations des n générateurs t^a , $a = 1, \dots, n$ de $\mathfrak{g}$, sous la forme

$$[t^a, t^b] = c_{abc} t^c \quad (1.24)$$

où c_{abc} sont les constantes de structure de l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$;

4. déterminer l'expression de la dérivée covariante pour chaque champ de fermion f , qui prend la forme générique suivante :

$$D_\mu = \partial_\mu + ig T_f^a A_\mu^a \quad (1.25)$$

où T_f^a est l'expression du générateur t^a dans la représentation du fermion f et g la constante de couplage associée à G ;

5. remplacer dans le lagrangien libre la dérivée partielle par la dérivée covariante ;
6. ajouter le terme cinétique du nouveau champ de jauge, qui s'écrit comme :

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad \text{avec} \quad F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g c_{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.26)$$

Dans le cas de $U(1)$, nous avons $n = 1$, $g = e$ et $T_f = q_f$ en prenant $q_f \in \mathbb{Z}$ la charge algébrique du fermion f . Nous allons maintenant pouvoir appliquer ce procédé à la théorie électrofaible décrivant les interactions des neutrinos dans le cadre du Modèle Standard.

1.1.3 La théorie électrofaible

Groupe de jauge de la théorie électrofaible

La théorie électrofaible de GLASHOW, SALAM et WEINBERG propose, comme nous allons le voir, une description unifiée de l'électromagnétisme et de l'interaction faible [19–21]. Cette théorie est décrite par le groupe de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$; le nombre quantique associé à $U(1)_Y$ est l'hypercharge Y et celui associé à $SU(2)_L$ est l'isospin faible I . Les fermions du Modèle Standard appartiennent à des représentations de ce groupe de jauge, que l'on peut donc caractériser par la valeur de l'isospin total I et de l'hypercharge Y .

Représentation des fermions Nous avons vu, en décrivant les résultats de l'expérience de Madame WU, que les particules de chiralité gauche et droite ne sont pas sensibles de la même manière à l'interaction faible. Ainsi les fermions de chiralité gauche f_L et droite f_R , définis par

$$\begin{aligned} f_L &= \frac{1-\gamma^5}{2} f \equiv P_L f \\ f_R &= \frac{1+\gamma^5}{2} f \equiv P_R f \end{aligned}$$

n'appartiennent pas aux mêmes représentations de $SU(2)_L \times U(1)_Y$: ceux de chiralité droite sont des singlets de $SU(2)$ (représentation d'isospin 0), ceux de chiralité gauche des doublets (représentation d'isospin 1/2).

Pour les représentations d'isospin 1/2, de dimension 2, un autre nombre quantique est nécessaire pour caractériser complètement les fermions. Nous pouvons prendre par exemple la troisième composante de l'isospin, I_3 , reliée à la charge électrique et à l'hypercharge par la relation de GELL-MANN et NISHIJIMA [22, 23] :

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.27)$$

Les valeurs des nombres quantiques de la théorie électrofaible pour chacun des fermions du Modèle Standard sont données dans la table 1.3. De manière générique, nous désignons par l_α les leptons e , μ et τ , par ν_α les neutrinos ν_e , ν_μ et ν_τ , par u_α les quarks u , c et t et par d_α les quarks d , s et b .

Fermions	Isospin total I	Isospin I_3	Hypercharge Y
$L_\alpha \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\alpha L} \\ l_{\alpha L} \end{pmatrix}$	1/2	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	-1
$\nu_{\alpha R}$	0	0	0
$l_{\alpha R}$	0	0	-2
$q_{\alpha L} \equiv \begin{pmatrix} u_{\alpha L} \\ d_{\alpha L} \end{pmatrix}$	1/2	$\begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$	1/3
$u_{\alpha R}$	0	0	4/3
$d_{\alpha R}$	0	0	-2/3

TABLE 1.3 – Valeurs prises par les nombres quantiques de la théorie électrofaible pour les différents fermions. L'indice α parcourt les trois générations de fermions.

Champs de jauge et générateurs Pour déterminer l'expression de la dérivée covariante, nous avons besoin des générateurs des algèbres de Lie de SU(2) et U(1), et de leur expression dans les représentations de la Table 1.3.

SU(2) : Les générateurs de l'algèbre de Lie $\mathfrak{su}(2)$ sont t_i , $i = 1, 2, 3$, reliées par les relations de commutations $[t_i, t_j] = i\varepsilon_{ijk}t^k$, avec ε_{ijk} le tenseur complètement antisymétrique. Leur expression dans la représentation d'isospin 1/2 est donnée par les matrices de Pauli $\sigma_i/2$, et leur expression dans la représentation d'isospin 0 est 0. On notera W_μ^i les trois champs de jauge associés à SU(2) et g_w la constante de couplage correspondante.

U(1) : Le générateur de l'algèbre de Lie $\mathfrak{u}(1) \simeq \mathbb{R}$ est 1. Son expression dans la représentation d'hypercharge Y est par convention $Y/2$. On note B_μ le champ de jauge associé à U(1) et g la constante de couplage correspondante.

Couplage minimal Reprenons le lagrangien de la théorie libre (1.6) :

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = \sum_f \bar{f} (i\partial - m_f) f, \quad (1.28)$$

en sommant sur tous les fermions, avec la notation allégée $f \equiv \psi_f$.

Pour appliquer le couplage minimal $\partial \rightarrow \mathcal{D}$, il faut d'abord vérifier qu'aucun terme mixte n'apparaît dans le lagrangien. Pour cela, faisons apparaître les doublets d'isospin L_α , $q_{\alpha L}$ et les singlets de chiralité droite. En décomposant $f = f_L + f_R$ on peut récrire (1.28) comme :

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = \sum_f \left[\bar{f}_L i\partial f_L + \bar{f}_R i\partial f_R - m_f (\bar{f}_R f_L + \bar{f}_L f_R) \right]. \quad (1.29)$$

Sachant que f_L et f_R n'appartiennent pas à la même représentation de SU(2)_L, on peut remarquer que le terme de masse, qui les associe, crée un terme mixte qui n'est pas invariant par SU(2)_L. Pour rétablir cette invariance, et faire disparaître ce terme mixte, nous allons considérer ici $m_f = 0$; nous reviendrons dans la suite sur le moyen d'introduire à nouveau les masses des fermions.

Afin de simplifier la discussion, restreignons-nous à la description des leptons, le secteur des quarks étant en tout point analogue. Le lagrangien de la théorie libre s'écrit donc

$$\mathcal{L}_{\text{free}}^{(m=0)} = \sum_{\text{leptons}} \bar{f} i\partial f = \sum_{\alpha} \left[\bar{L}_\alpha i\partial L_\alpha + \bar{l}_{\alpha R} i\partial l_{\alpha R} + \bar{\nu}_{\alpha R} i\partial \nu_{\alpha R} \right], \quad (1.30)$$

où l'on somme sur les trois générations de leptons. Cette expression fait apparaître explicitement les différentes représentations des leptons L_α , $l_{\alpha R}$ et $\nu_{\alpha R}$.

Le couplage minimal consiste à remplacer la dérivée partielle ∂ par la dérivée covariante D , dont l'expression dépend de la représentation (voir Table 1.4). On obtient ainsi pour le lagrangien $\mathcal{L}_{EW}$ de la théorie électrofaible dans le secteur des leptons :

$$\mathcal{L}_{EW} = \sum_{\alpha} \left[\bar{L}_\alpha i\mathcal{D} L_\alpha + \bar{l}_{\alpha R} i\mathcal{D} l_{\alpha R} + \bar{\nu}_{\alpha R} i\mathcal{D} \nu_{\alpha R} \right] = \mathcal{L}_{\text{free}}^{(m=0)} + \mathcal{L}_{\text{int}} \quad (1.31)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = - \sum_{\alpha} \left[g_w \bar{L}_\alpha \gamma^\mu \frac{\sigma_i}{2} L_\alpha W_\mu^i - \frac{g}{2} \bar{L}_\alpha \gamma^\mu L_\alpha B_\mu - g \bar{l}_{\alpha R} \gamma^\mu l_{\alpha R} B_\mu \right]. \quad (1.32)$$

Leptons	I	Y	Dérivée covariante D_μ
L_α	$\frac{1}{2}$	-1	$\partial_\mu + ig_w \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i - \frac{ig}{2} B_\mu$
$l_{\alpha R}$	0	-2	$\partial_\mu - ig B_\mu$
$\nu_{\alpha R}$	0	0	∂_μ

TABLE 1.4 – Expressions de la dérivée covariante pour les différents leptons.

Les bosons $W^\pm, Z^0, \gamma$ et leurs interactions

Nous avons jusqu'ici introduit quatre champs de jauge W_μ^i , $i = 1, 2, 3$ et B_μ . Quelle est leur relation avec les bosons que l'on observe physiquement dans nos détecteurs : $W^\pm, Z^0$ et le photon γ ? Faisons d'abord quelques remarques pour guider notre réflexion :

- le champ électromagnétique A_μ correspondant au photon doit :
 - ne pas se coupler au neutrino, qui est électriquement neutre,
 - se coupler de la même manière aux deux chiralités de leptons chargés $l_{\alpha L}$ et $l_{\alpha R}$;
- les champs $W_\mu^\pm$ relient les deux composantes d'un doublet d'isospin de la manière suivante :
 - W_μ^+ permet de passer de la composante inférieure $l_{\alpha L}$ à la composante supérieure $\nu_{\alpha L}$,
 - W_μ^- permet l'opération inverse, de $\nu_{\alpha L}$ à $l_{\alpha L}$.

Le champ électromagnétique A_μ En utilisant l'expression des matrices de Pauli

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

il apparaît que les champs W_μ^3 et B_μ se couplent de manière diagonale aux leptons, c'est-à-dire sans associer neutrinos et leptons chargés. Ne changeant pas la nature des particules, ces champs sont donc neutres. Les termes du lagrangien (1.32) contenant les couplages de neutrinos aux champs neutres s'écrivent

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\nu \rightarrow \nu} = - \sum_\alpha \overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} \left[\frac{g_w}{2} W_\mu^3 - \frac{g}{2} B_\mu \right]. \quad (1.34)$$

Ainsi, les champs W_μ^3 et B_μ se couplent tous deux aux neutrinos et ne peuvent donc pas correspondre au champ électromagnétique. Considérons alors une combinaison linéaire des deux, paramétrée par un angle θ_W , appelé angle de Weinberg :

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Nous introduisons également ici le champ Z_μ , qui est la combinaison linéaire orthogonale au champ A_μ .

Le développement de (1.34) en fonction des champs A_μ et Z_μ donne

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\nu \rightarrow \nu} = - \sum_\alpha \frac{1}{2} \overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} \left[(g_w \sin \theta_W - g \cos \theta_W) A_\mu + (g_w \cos \theta_W + g \sin \theta_W) Z_\mu \right]. \quad (1.36)$$

Pour supprimer le couplage du champ électromagnétique aux neutrinos, nous définissons l'angle de Weinberg comme

$$g_w \sin \theta_W = g \cos \theta_W \quad \Longleftrightarrow \quad \cos \theta_W = \frac{g_w}{\sqrt{g_w^2 + g^2}}. \quad (1.37)$$

Il nous faut maintenant vérifier que le champ A_μ nouvellement défini se couple bien de la même manière aux leptons de chiralité droite et gauche. Les termes de (1.32) correspondant aux couplages des leptons chargés aux champs neutres sont :

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{l \rightarrow l} = - \sum_\alpha \left[\overline{l_{\alpha L}} \gamma^\mu l_{\alpha L} \left(-\frac{g_w}{2} W_\mu^3 - \frac{g}{2} B_\mu \right) - g \overline{l_{\alpha R}} \gamma^\mu l_{\alpha R} B_\mu \right] \quad (1.38)$$

c'est-à-dire, si on se restreint aux couplages avec le champ électromagnétique

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{em}}^{l \rightarrow l} &= - \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{2} \overline{l_{\alpha L}} \gamma^{\mu} l_{\alpha L} (-g_w \sin \theta_W - g \cos \theta_W) A_{\mu} - g \cos \theta_W \overline{l_{\alpha R}} \gamma^{\mu} l_{\alpha R} A_{\mu} \right] \\
&= +g_w \sin \theta_W \sum_{\alpha} (\overline{l_{\alpha L}} \gamma^{\mu} l_{\alpha L} + \overline{l_{\alpha R}} \gamma^{\mu} l_{\alpha R}) A_{\mu} \\
&= +g_w \sin \theta_W \sum_{\alpha} \overline{l_{\alpha}} \gamma^{\mu} l_{\alpha} A_{\mu}.
\end{aligned} \tag{1.39}$$

Nous pouvons remarquer que le champ A_{μ} se couple bien aux leptons chargé de manière indépendante de la chiralité. Le champ électromagnétique peut ainsi être construit comme une combinaison linéaire des champs de jauge W_{μ}^3 et B_{μ} .

Enfin, l'intensité du couplage du photon à l'électron est la charge électrique élémentaire e . Par identification, on obtient la relation suivante :

$$e = g_w \sin \theta_W. \tag{1.40}$$

A l'aide de (1.37), il est donc possible de déterminer les constantes de couplage de la théorie électrofaible en fonction des paramètres mesurables e et θ_W :

$$g_w = \frac{e}{\sin \theta_W} \quad \text{et} \quad g = \frac{e}{\cos \theta_W}. \tag{1.41}$$

Le lagrangien de l'interaction électromagnétique s'écrit finalement, pour quarks et leptons :

$$\mathcal{L}_{\text{em}} = - \sum_f q_f \bar{f} \gamma^{\mu} f A_{\mu}, \tag{1.42}$$

où q_f est la charge électrique du fermion f .

Interactions par courant neutre Intéressons-nous maintenant aux interactions du champ Z_{μ} , correspondant au boson Z^0 , appelées interactions par courant neutre (NC). Pour les neutrinos, on obtient à partir de (1.36) :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{NC}}^{\nu \rightarrow \nu} &= - \sum_{\alpha} \frac{1}{2} (g_w \cos \theta_W + g \sin \theta_W) \overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^{\mu} \nu_{\alpha L} Z_{\mu} \\
&= - \frac{g_w}{2 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} \overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^{\mu} \nu_{\alpha L} Z_{\mu} \\
&= - \frac{g_w}{2 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} \overline{\nu_{\alpha}} \gamma^{\mu} \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \nu_{\alpha} Z_{\mu}
\end{aligned} \tag{1.43}$$

et pour les leptons chargés, à partir de (1.38) :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{NC}}^{l \rightarrow l} &= - \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{2} (-g_w \cos \theta_W + g \sin \theta_W) \overline{l_{\alpha L}} \gamma^{\mu} l_{\alpha L} Z_{\mu} + g \sin \theta_W \overline{l_{\alpha R}} \gamma^{\mu} l_{\alpha R} Z_{\mu} \right] \\
&= - \frac{g_w}{2 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} \overline{l_{\alpha}} \gamma^{\mu} \left(-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W + \frac{1}{2} \gamma^5 \right) l_{\alpha} Z_{\mu}.
\end{aligned} \tag{1.44}$$

On observe que les deux lagrangiens d'interactions par courant neutre (1.43) et (1.44) ont une forme semblable, du type $\bar{f} \gamma^{\mu} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) f Z_{\mu}$, avec des coefficients c_V^f et c_A^f qui dépendent de la nature de la particule. Ces différents coefficients sont donnés dans la Table 1.5.

Fermions	c_V	c_A
ν_{α}	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
l_{α}	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2}$
u_{α}	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$	$\frac{1}{2}$
d_{α}	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$	$-\frac{1}{2}$

TABLE 1.5 – Coefficients c_V et c_A des courants neutres, pour les différents fermions.

Le lagrangien des interactions par courant neutre des fermions s'écrit donc finalement :

$$\mathcal{L}_{\text{NC}} = - \frac{g_w}{2 \cos \theta_W} \sum_f \bar{f} \gamma^{\mu} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) f Z_{\mu}. \tag{1.45}$$

Interactions par courant chargé Nous avons jusqu'ici fait le lien entre les champs de jauge B_μ et W_μ^3 d'une part, et les bosons physiques que sont le photon et le Z^0 d'autre part, à l'aide d'une rotation d'angle θ_W . Intéressons-nous maintenant aux bosons $W^\pm$ et à leur relation aux champs W_μ^1 et W_μ^2 .

En explicitant le premier terme du lagrangien (1.32), on obtient :

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\nu \leftrightarrow l} = -\frac{g_w}{2} \sum_{\alpha} \left[\overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^\mu l_{\alpha L} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) + \overline{l_{\alpha L}} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) \right]. \quad (1.46)$$

En accord avec nos remarques préliminaires nous pouvons définir alors les champs

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.47)$$

qui correspondent aux bosons W^+ et W^- . Les interactions des fermions avec ces bosons sont appelées interactions par courant chargé et le lagrangien s'écrit finalement :

$$\mathcal{L}_{\text{CC}} = -\frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha} \left[\overline{\nu_{\alpha L}} \gamma^\mu l_{\alpha L} W_\mu^+ + \overline{u_{\alpha L}} \gamma^\mu d_{\alpha L} W_\mu^+ + \overline{l_{\alpha L}} \gamma^\mu \nu_{\alpha L} W_\mu^- + \overline{d_{\alpha L}} \gamma^\mu u_{\alpha L} W_\mu^- \right]. \quad (1.48)$$

Nous avons donc fait apparaître, à partir de l'expression générale de $\mathcal{L}_{\text{int}}$, les quatre champs de jauge physiques comme combinaisons linéaires des bosons de jauge initiaux. Nous avons retrouvé les interactions électromagnétiques en imposant une contrainte sur les constantes de couplages g_w et g puis également fait apparaître les interactions par courant neutre et chargé des bosons Z^0 et $W^\pm$. Ainsi :

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \mathcal{L}_{\text{em}} + \mathcal{L}_{\text{NC}} + \mathcal{L}_{\text{CC}}, \quad (1.49)$$

avec les expressions de (1.42), (1.45) et (1.48).

La dernière étape est de déterminer les termes cinétiques associés aux champs de jauge. Selon (1.26), on obtient

$$\mathcal{L}_{\text{cin}} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (1.50)$$

avec

$$W_{\mu\nu}^i \equiv \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g_w \varepsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (1.51)$$

et

$$B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.52)$$

Le mécanisme de Brout–Englert–Higgs (BEH)

Comme présenté jusqu'ici, nous avons considéré une théorie avec des leptons de masse nulle, pour des raisons d'invariance de jauge. Les champs de jauge W_μ^i et B_μ sont également de masse nulle. Or, si l'on sait que le photon est effectivement sans masse, les bosons Z^0 et $W^\pm$ sont massifs ; leur masse a été mesurée et vaut $M_W = 80.385 \pm 0.015 \text{ GeV}/c^2$ pour les W et $M_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV}/c^2$ pour le Z^0 [24].

Au niveau du lagrangien, les champs A_μ et Z_μ ont une structure très similaire, étant tous deux formés comme une combinaison linéaire de B_μ et W_μ^3 . Comment rendre compte de la différence de leur masse ? Il faut briser la symétrie initiale du modèle $\text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$: c'est le mécanisme proposé en 1964 par BROUT, ENGLERT [25] et HIGGS [26].

La brisure spontanée de symétrie Introduisons un champ scalaire complexe chargé ϕ^+ et un champ scalaire complexe neutre ϕ_0 qui forment un doublet Φ d'isospin 1/2 :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi_0 \end{pmatrix}. \quad (1.53)$$

En accord avec la relation de Gell-Mann–Nishijima (1.27), on peut lui associer une hypercharge $Y = 1$. On définit également le doublet conjugué Φ^c d'hypercharge $Y = -1$ par

$$\Phi^c \equiv i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.54)$$

L'évolution de ces champs scalaires est décrite par le lagrangien

$$\mathcal{L}_{\text{BEH}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi). \quad (1.55)$$

Dans ce lagrangien (1.55), l'expression de la dérivée covariante $D_\mu = \partial_\mu + ig_w \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i + i \frac{g}{2} B_\mu$ est analogue à celles des fermions de la Table 1.4 et introduit des couplages entre les champs de jauge et le champ Φ ; le potentiel est

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.56)$$

avec $\lambda > 0$ pour que ce potentiel soit borné inférieurement. Le valeur moyenne dans le vide $\langle \Phi \rangle$ du champ Φ correspond à un état qui réalise le minimum du potentiel $V(\Phi)$; pour $\mu^2 < 0$, le minimum du potentiel est atteint pour $\Phi^\dagger \Phi = \frac{-\mu^2}{2\lambda}$. On prend alors pour le champ Φ la valeur moyenne dans le vide suivante, électriquement neutre :

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v \equiv \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.57)$$

Cette valeur de $\langle \Phi \rangle$ n'est plus symétrique sous l'action du groupe de jauge $\text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$, alors que les lagrangiens $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}_{\text{BEH}}$ le sont : c'est ce qu'on appelle une brisure spontanée de symétrie. Une illustration du mécanisme de brisure spontanée de symétrie est représentée sur la Figure 1.3.

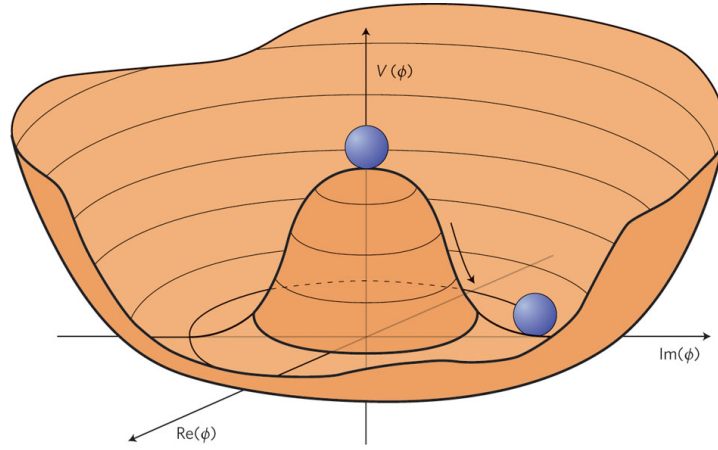


FIGURE 1.3 – Un exemple de brisure spontanée de symétrie, pour un champ complexe ϕ dans un potentiel $V(\phi) = \mu^2 |\phi|^2 + \lambda |\phi|^4$. La symétrie initiale $\text{U}(1)$ du potentiel V et du lagrangien n'est plus une symétrie de l'état fondamental (une direction a été fixée).

L'excitation longitudinale du champ Φ autour de sa valeur moyenne dans le vide $\langle \Phi \rangle$ peut être paramétrée en introduisant un champ scalaire hermitien (donc de charge nulle) h selon

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}. \quad (1.58)$$

Le quanta de ce champ h est le boson de Higgs découvert en 2012 au LHC [27, 28].

Masse des bosons Si l'on développe le terme cinétique de (1.55) avec l'expression de la valeur moyenne dans le vide du champ Φ donnée par (1.57) :

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \xrightarrow{\Phi \rightarrow \langle \Phi \rangle} \frac{v^2 g_w^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu + \frac{v^2 g_w^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu}, \quad (1.59)$$

nous pouvons définir les masses des bosons W et Z par :

$$M_W \equiv \frac{v g_w}{2} \quad \text{et} \quad M_Z \equiv \frac{v g_w}{2 \cos \theta_W}. \quad (1.60)$$

La mesure du rapport de ces masses permet de déterminer expérimentalement la valeur de $\cos \theta_W$ selon

$$\cos^2 \theta_W = \frac{M_W^2}{M_Z^2} \simeq 0.77. \quad (1.61)$$

Qu'en est-il du photon ? Lors de la brisure spontanée de symétrie, c'est la composante neutre ϕ_0 du champ Φ qui acquiert une valeur moyenne dans le vide non nulle v . Le champ de Higgs h apparaît également dans cette composante. Si l'on développe minutieusement le terme cinétique $(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$, on s'aperçoit qu'il n'apparaît aucun couplage entre le champ neutre ϕ_0 et le champ électromagnétique A_μ , ce qui est cohérent. Ainsi, parce que le champ de Higgs est neutre, il n'y a pas de couplage Higgs-photon, et le photon reste donc de masse nulle.

Masse des leptons

Nous avons vu que les bosons se couplent naturellement au champ Φ (par la dérivée covariante D_μ), et la brisure spontanée de symétrie $\langle \Phi \rangle \neq 0$ introduit des termes de masse pour les bosons. De la même manière, nous avons besoin d'un couplage entre Φ et les fermions pour que ceux-ci acquièrent à leur tour une masse.

Interactions de Yukawa Restreignons-nous à nouveau au secteur leptonique. Dans le lagrangien $\mathcal{L}_{\text{BEH}}$ de (1.55), il n'y a pas d'interactions entre les leptons et le champ Φ . Quels termes d'interaction peut-on ajouter ? La principale contrainte est de construire des termes invariants sous la symétrie de jauge $\text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_Y$.

Nous avons à notre disposition :

- deux doublets de Higgs, Φ et Φ^c , d'isospin $1/2$ et d'hypercharge $Y = 1$ et $Y = -1$, respectivement ;
- trois doublets de leptons de chiralité gauche, L_e , L_μ et L_τ correspondant aux trois générations de fermions, d'isospin $1/2$ et d'hypercharge $Y = -1$;
- trois singlets de leptons chargés de chiralité droite, l_{eR} , $l_{\mu R}$ et $l_{\tau R}$ d'isospin 0 et d'hypercharge $Y = -2$;
- trois singlets de neutrinos de chiralité droite, ν_{eR} , $\nu_{\mu R}$ et $\nu_{\tau R}$ d'isospin 0 et d'hypercharge $Y = 0$.

Les termes invariants les plus simples que l'on peut écrire sont de la forme $\overline{L}_\alpha \Phi l_{\beta R}$ ou $\overline{L}_\alpha \Phi^c \nu_{\beta R}$, avec $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$. Ces couplages sont appelés interactions de YUKAWA [29], que l'on peut regrouper sous la forme :

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha, \beta} \left[g_{\alpha\beta}^l \overline{L}_\alpha \Phi l_{\beta R} + g_{\alpha\beta}^\nu \overline{L}_\alpha \Phi^c \nu_{\beta R} \right] + \text{h.c.}, \quad (1.62)$$

avec différentes constantes de couplage réelles $g_{\alpha\beta}^l$ et $g_{\alpha\beta}^\nu$. La brisure spontanée de symétrie donne alors :

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha, \beta} \left[\frac{v g_{\alpha\beta}^l}{\sqrt{2}} (\overline{l}_{\alpha L} l_{\beta R} + \overline{l}_{\beta R} l_{\alpha L}) + \frac{v g_{\alpha\beta}^\nu}{\sqrt{2}} (\overline{\nu}_{\alpha L} \nu_{\beta R} + \overline{\nu}_{\beta R} \nu_{\alpha L}) \right]. \quad (1.63)$$

La forme du lagrangien $\mathcal{L}_Y$ est très similaire à ce que l'on attend pour les termes de masse, à savoir

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = - \sum_{\alpha} \left[m_{l_\alpha} (\overline{l}_{\alpha L} l_{\alpha R} + \overline{l}_{\alpha R} l_{\alpha L}) + m_{\nu_\alpha} (\overline{\nu}_{\alpha L} \nu_{\alpha R} + \overline{\nu}_{\alpha R} \nu_{\alpha L}) \right]. \quad (1.64)$$

La principale différence réside dans le fait que les couplages $g_{\alpha\beta}^l$ et $g_{\alpha\beta}^\nu$ ne sont *a priori* pas diagonaux ; pour obtenir les masses des leptons m_{l_α} et m_{ν_α} , nous devons donc diagonaliser ces couplages.

Diagonalisation des couplages de Yukawa et masse des leptons Récrivons le lagrangien (1.63) dans une notation matricielle, que nous allons conserver dans la suite :

$$\mathcal{L}_Y = - \frac{v}{\sqrt{2}} \left[\overline{l}_L \mathbf{g}^l l_R + \overline{l}_R \mathbf{g}^{l\dagger} l_L + \overline{\nu}_L \mathbf{g}^\nu \nu_R + \overline{\nu}_R \mathbf{g}^{\nu\dagger} \nu_L \right], \quad (1.65)$$

avec

$$l_L \equiv \begin{pmatrix} l_{eL} \\ l_{\mu L} \\ l_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \dots \quad \text{et} \quad \mathbf{g}^l \equiv (g_{\alpha\beta}^l), \quad \dots \quad (1.66)$$

Ces états $l_{L,R}$ et $\nu_{L,R}$ ont été définis à partir des représentations du groupe de jauge de la théorie électrofaible, ils sont adaptés pour décrire les interactions du modèle : on les appelle états propres de saveur.

Notons par ailleurs l'_i et ν'_i les états propres de masse des leptons chargés et des neutrinos, qui diagonalisent les couplages g^l et g^ν , respectivement. Il est possible de relier les états propres de saveur, de chiralité gauche et droite, aux états propres de masse à l'aide de matrices de rotation (matrices de passage de la base des états propres de saveur vers la base des états propres de masse), selon ³ :

$$\begin{aligned} l'_L &= V_L^l l_L & \text{et} & & l'_R &= V_R^l l_R, \\ \nu'_L &= V_L^\nu \nu_L & \text{et} & & \nu'_R &= V_R^\nu \nu_R. \end{aligned} \quad (1.67)$$

Le couplage de Yukawa (1.65) devient alors

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -\frac{v}{\sqrt{2}} \left[\overline{l'_L} g^l l'_R + \overline{l'_R} g^l l'_L + \overline{\nu'_L} g^\nu \nu'_R + \overline{\nu'_R} g^\nu \nu'_L \right] \\ &= -\frac{v}{\sqrt{2}} \left[\overline{l'} g^l l' + \overline{\nu'} g^\nu \nu' \right] \end{aligned} \quad (1.68)$$

où les matrices de couplage g^l et g^ν définies par

$$g^l \equiv V_L^l g^l (V_R^l)^\dagger \quad \text{et} \quad g^\nu \equiv V_L^\nu g^\nu (V_R^\nu)^\dagger \quad (1.69)$$

sont par construction diagonales : en effet, nous les avons définies à partir des états propres de masse. Les masses m_{l_i} et m_{ν_i} des leptons chargés l'_i et des neutrinos ν'_i sont donc données par :

$$m_{l_i} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} g_{ii}^l \quad \text{et} \quad m_{\nu_i} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} g_{ii}^\nu. \quad (1.70)$$

On introduit également de tels couplages dans le secteur des quarks. La Figure 1.4 représente l'échelle des masses des différents fermions du Modèle Standard.

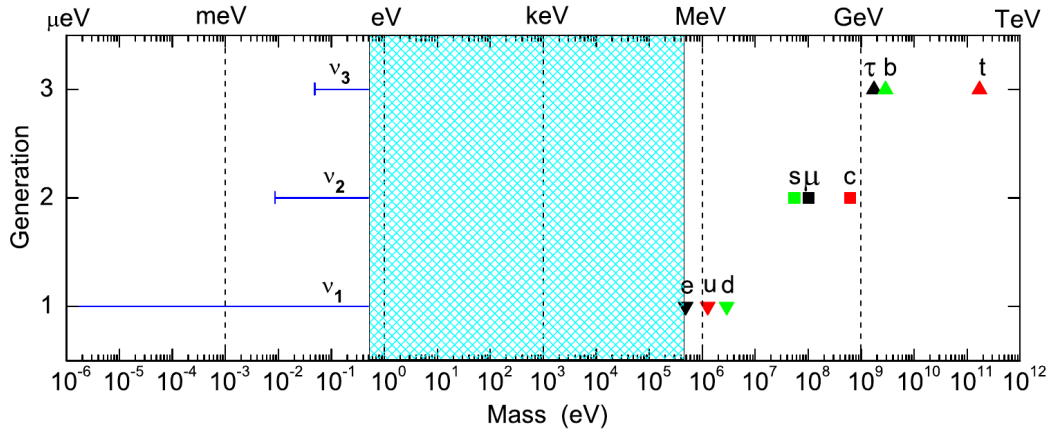


FIGURE 1.4 – Masses des fermions du Modèle Standard, pour la hiérarchie de masse normale des neutrinos. Il y a au moins 6 ordres de grandeur (zone bleue) entre les masses des neutrinos et celle des autres fermions. Tiré de [30].

1.1.4 Le lagrangien du Modèle Standard

En conclusion, le lagrangien complet du Modèle Standard s'écrit

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_{\text{free}}^{m=0} + \mathcal{L}_{\text{int}} + \mathcal{L}_{\text{cin}} + \mathcal{L}_{\text{BEH}} + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_{\text{QCD}}, \quad \Phi \rightarrow \langle \Phi \rangle \neq 0 \quad (1.71)$$

avec les expressions de (1.30), (1.49), (1.50), (1.55), (1.62) et $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$ le lagrangien de la chromodynamique quantique décrivant l'interaction forte (voir par exemple [31], chapitre 5).

3. En toute généralité, les deux conventions $V_L^f = V_R^f$ et $V_L^f \neq V_R^f$ sont possibles, et correspondent chacune à une interprétation différente des états de saveur. Dans le cas $V_L^f = V_R^f = V^f$, nous avons $f' \equiv f'_L + f'_R = V^f (f_L + f_R) = V^f f$ c'est-à-dire $f = V^{f\dagger} f'$. Nous pouvons construire des états de saveur totaux (non chiraux) à partir des états de masse. Dans le cas contraire, il n'est pas possible de construire des états de saveur totaux qui soient reliés simplement aux états de masse par une matrice de rotation. Nous pouvons construire $f_L = V_L^{f\dagger} P_L f'$ et $f_R = V_R^{f\dagger} P_R f'$ à partir de l'état de masse f' mais pas les regrouper dans un état total $f = f_L + f_R$. Cette convention revient à considérer que seuls les états de saveur chiraux ont un sens physique. Choisir entre ces deux conventions revient à répondre à la question : le ν_e est-il une particule ou doit-on seulement parler de ν_{eL} (et de ν_{eR}) ? Comme les états de saveur sont définis par des représentations chirales c'est la seconde convention que l'on choisira. Ce choix se traduit au niveau des couplages de Yukawa (1.65) par le fait que la matrice g^f n'est *a priori* pas symétrique ; les leptons de chiralité droite et gauche, dans des différentes représentations d'isospin, se couplent différemment au doublet de Higgs Φ .

1.2 Masse et nature des neutrinos

L'introduction d'interactions de Yukawa permet, après brisure spontanée de symétrie, de générer un terme de masse pour les neutrinos, $-m_\nu(\bar{\nu}_L\nu_R + \bar{\nu}_R\nu_L)$, que l'on appelle terme de masse de Dirac, par analogie avec les termes de masse des autres fermions. Cependant, la pertinence d'un tel couplage pour les neutrinos n'est pas évidente, pour les deux raisons principales suivantes :

1. il est nécessaire d'introduire un champ de neutrino de chiralité droite dans le couplage de Yukawa (1.62). Or un tel neutrino est dit « stérile » (il n'est sensible à aucune interaction, $Q = I = Y = 0$) et son existence ne pourrait donc être attestée d'aucune façon ;
2. il y a une rupture de plusieurs ordre de grandeur entre les masses d'un neutrino et des autres fermions d'une même génération (voir Figure 1.4). En particulier, au sein d'un même doublet d'isospin, les couplages de Yukawa diffèrent d'au moins un facteur 10^6 pour les leptons. Dans le secteur des quarks, les couplages sont beaucoup plus proches (moins de deux ordres de grandeur) : comment expliquer cela ?

La question de la nature des neutrinos ν et des antineutrinos $\bar{\nu}$ relie ces deux interrogations. Sont-ils des particules de Dirac (c'est-à-dire $\nu \neq \bar{\nu}$) comme les autres fermions, ou sont-ils des particules de Majorana ($\nu = \bar{\nu}$) ? Quel terme de masse alternatif peut-on écrire si l'on suppose que les neutrinos sont des particules de Majorana ?

Particules de Majorana

Parmi les fermions du Modèle Standard, les neutrinos sont les seuls de charge électrique nulle. La distinction entre neutrinos et antineutrinos n'est donc pas évidente, au contraire de la différence entre un électron (charge $-e$) et un positron (charge $+e$).

Une particule de Dirac est représentée par un spineur à quatre composantes ψ , que l'on peut décomposer à l'aide des projecteurs de chiralité en

$$\psi = \psi_L + \psi_R. \quad (1.72)$$

Dans la représentation chirale (1.4), ces spineurs chiraux ψ_L et ψ_R s'écrivent

$$\psi_L = \begin{pmatrix} \phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (1.73)$$

c'est-à-dire que chacun contient deux composantes indépendantes.

Si l'on projette l'équation de Dirac (1.5) sur les spineurs chiraux à l'aide des projecteurs P_L et P_R , on obtient le système d'équation

$$\begin{cases} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m\psi_R \\ i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R = m\psi_L \end{cases} \quad (1.74)$$

qui couple les deux degrés de libertés de ψ_L à ceux de ψ_R . Pour des neutrinos de masse nulle (ce qui semblait être le cas avant la découverte de l'oscillation des neutrinos en 1998 à Super-Kamiokande), les spineurs chiraux ne sont pas couplés ($i\not\partial\psi_L = 0$). En appliquant le principe du rasoir d'Ockham⁴, on pourrait considérer alors une théorie des neutrinos de masse nulle à deux composantes, décrits par un spineur de Weyl ϕ de chiralité gauche (1.73).

Si deux composantes peuvent suffire à décrire un neutrino de masse nulle, quatre composantes sont-elles vraiment requises pour un neutrino massif ? MAJORANA a montré [5], en 1937, que la réponse est non : il existe une relation $\psi_R = f(\psi_L)$ telle que les deux équations de (1.74) soient équivalentes. En partant de la première équation de (1.74), la conjugaison complexe donne

$$-i\gamma^{\mu*} \partial_\mu \psi_L^* = m\psi_R^* \quad (1.75)$$

et la multiplication par la matrice $\mathcal{C} \equiv i\gamma^2$ permet d'obtenir

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \mathcal{C}\psi_L^* = m\mathcal{C}\psi_R^* \quad (1.76)$$

4. *Pluralitas non est ponenda sine necessitate* : les multiples ne doivent pas être utilisés sans nécessité (Guillaume d'Ockham, XIV^{ème} siècle). Appliqué ici, ce principe nous dit de ne pas chercher à ajouter plus de degrés de liberté que le minimum requis.

en utilisant la relation $i\gamma^2\gamma^{\mu*} = -i\gamma^\mu\gamma^2$. Le but est d'identifier (1.76) avec la deuxième équation de (1.74), et donc de poser

$$\psi_R = f(\psi_L) \equiv \mathcal{C}\psi_L^*. \quad (1.77)$$

La fonction f représente l'opération de conjugaison de charge, qui transforme une particule en son antiparticule. Deux remarques s'imposent pour valider cette proposition :

- le spineur $\mathcal{C}\psi_L^*$, que l'on veut identifier à ψ_R , est de chiralité droite : en effet $P_L(\mathcal{C}\psi_L^*) = \mathcal{C}P_R\psi_L^* = \mathcal{C}(P_R\psi_L)^* = 0$;
- la conjugaison de charge est involutive, de telle sorte que $\mathcal{C}\psi_R^* = f(\psi_R) = f^2(\psi_L) = \psi_L$, ce qui permet d'identifier également le second membre des deux équations.

Avec la correspondance donnée par (1.77), les deux équations de (1.74) se récrivent

$$\begin{cases} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m f(\psi_L) \\ i\gamma^\mu \partial_\mu f(\psi_L) = m \psi_L \end{cases} \quad (1.78)$$

et sont équivalentes. Le spineur ψ n'a donc plus que deux composantes indépendantes, satisfaisant à l'équation

$$i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L = m \mathcal{C}\psi_L^* \quad (1.79)$$

et peut se récrire sous la forme

$$\psi = \psi_L + \psi_L^C, \quad \text{avec} \quad \psi_R = \mathcal{C}\psi_L^* \equiv \psi_L^C. \quad (1.80)$$

Un tel spineur vérifie ainsi la condition dite de Majorana

$$\psi^C = \psi. \quad (1.81)$$

Exprimée autrement, cette condition correspond à l'invariance sous conjugaison de charge, c'est-à-dire que la particule et l'antiparticule sont la même entité. En établissant une correspondance entre les deux projections chirales, le formalisme de Majorana permet de décrire une particule neutre avec seulement deux degrés de libertés, et non pas quatre comme pour une particule de Dirac.

Cette description semble très pertinente dans le cas des neutrinos ; en effet, un neutrino de Majorana n'est décrit qu'à partir du neutrino gaucher ν_L , et ne requiert pas l'existence du neutrino droitier ν_R , qui est stérile dans le cas du Modèle Standard.

Pour terminer, remarquons que c'est la neutralité du neutrino qui rend la description de Majorana pertinente. En effet, pour une particule chargée en interaction électromagnétique (décrite par QED), l'équation de Dirac devient

$$\begin{cases} \gamma^\mu (i\partial_\mu - qA_\mu) \psi = m \psi \\ \gamma^\mu (i\partial_\mu + qA_\mu) \psi^C = m \psi^C \end{cases} \quad (1.82)$$

pour les champs ψ et ψ^C . Comme ils satisfont des équations distinctes, ils ne peuvent être égaux et vérifier la condition de Majorana (1.81) ; les particules chargées sont donc forcément des particules de Dirac, avec quatre composantes indépendantes.

Masse de Majorana

Dans tout ce qui suit, pour favoriser la clarté du développement, nous ne considérerons qu'une seule génération de fermions. Avec la correspondance $\psi_R = \psi_L^C$, le terme de masse de Dirac

$$\mathcal{L}_m^D = -m_\nu (\overline{\nu_R}\nu_L + \overline{\nu_L}\nu_R) \quad (1.83)$$

devient le terme de masse de Majorana

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2}m_\nu (\overline{\nu_L^C}\nu_L + \overline{\nu_L}\nu_L^C) \quad (1.84)$$

où le facteur $1/2$ compense la réduction des degrés de libertés. Ce terme de masse respecte-t-il la symétrie de jauge $SU(2) \times U(1)$? Pour le premier terme, on a $\overline{\nu_L^C}\nu_L = (\nu_L)^T \mathcal{C} \gamma^0 \nu_L$; les valeurs de l'hypercharge Y et de la troisième composante de l'isospin I_3 sont donc deux fois celles du neutrino ν_L , c'est-à-dire $Y = -2$ et $I_3 = 1$. Pour le second terme, hermitien conjugué, on a $Y = 2$ et $I_3 = -1$: le terme de masse de Majorana n'est pas invariant de jauge.

Nous avons déjà rencontré ce problème avec le terme de masse de Dirac dans la Section 1.1.3. L'introduction des couplages de Yukawa avec le champ de Higgs a permis d'écrire un terme invariant de jauge qui, après la brisure spontanée de la symétrie électrofaible, redonne le terme de masse recherché.

Pour le terme de masse de Majorana, il est impossible d'introduire un couplage de Yukawa avec le contenu en particule du Modèle Standard : pour atteindre $I_3 = \pm 1$, nous avons besoin d'un triplet de Higgs. A partir du doublet Φ à notre disposition, des couplages plus complexes sont possibles, en combinant par exemple deux doublets de Higgs $\Phi^T \Phi$. Le lagrangien associé à un tel couplage s'écrirait (voir [32], page 206) :

$$\mathcal{L}_m = \frac{g}{M} (L^T \sigma_2 \Phi) \gamma^0 \mathcal{C} (\Phi^T \sigma_2 L) + \text{h.c.} \quad (1.85)$$

avec g une constante de couplage sans dimension, M une constante homogène à une masse et L le doublet de leptons de chiralité gauche défini dans la Table 1.3. Ce terme ne fait pas partie du Modèle Standard, car il n'est pas renormalisable : il doit être considéré comme une théorie effective d'un modèle plus général, valable à une énergie de l'ordre de $M \gg 100$ GeV.

L'autre caractéristique du terme de masse de Majorana (1.84) est la violation du nombre leptonique. La conservation du nombre leptonique correspond à l'invariance sous la symétrie globale

$$\begin{cases} \psi \rightarrow e^{i\alpha} \psi & \text{pour les particules} \\ \psi^C \rightarrow e^{-i\alpha} \psi^C & \text{pour les antiparticules} \end{cases} \quad (1.86)$$

et donne

$$\mathcal{L}_m^M \rightarrow \mathcal{L}_m'^M = -\frac{1}{2} m_\nu (e^{2i\alpha} \overline{\nu_L^C} \nu_L + e^{-2i\alpha} \overline{\nu_L} \nu_L^C) \neq \mathcal{L}_m^M. \quad (1.87)$$

Si les neutrinos sont de Majorana, il devient possible d'observer des processus violant la conservation du nombre leptonique (au-delà de la non-conservation causée par le phénomène d'oscillation). L'exemple le plus recherché est la double désintégration β sans émission de neutrino, représentée sur la Figure 1.5.

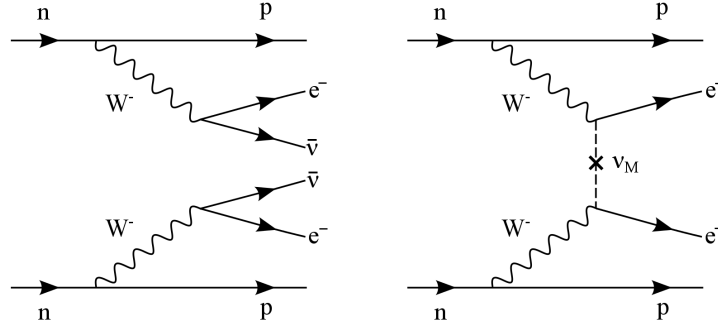


FIGURE 1.5 – Double désintégration β . A gauche, $2n \rightarrow 2p + 2e^- + 2\bar{\nu}$ avec émission de deux antineutrinos. A droite, $2n \rightarrow 2p + 2e^-$ avec échange d'un neutrino ν_M de Majorana et non-conservation du nombre leptonique.

Neutrinos massifs

En toute généralité, le terme de masse des neutrinos peut s'écrire comme la somme du terme de masse de Dirac

$$\mathcal{L}_m^D = -m_D (\overline{N_R} \nu_L + \overline{\nu_L} N_R) = -\frac{1}{2} m_D (\overline{N} \nu + \overline{\nu} N), \quad (1.88)$$

et de deux termes de masse de Majorana

$$\mathcal{L}_m^L = -\frac{1}{2} m_L (\overline{\nu_L^C} \nu_L + \overline{\nu_L} \nu_L^C) = -\frac{1}{2} m_L (\overline{\nu} \nu), \quad (1.89)$$

$$\mathcal{L}_m^R = -\frac{1}{2} m_R (\overline{N_R^C} N_R + \overline{N_R} N_R^C) = -\frac{1}{2} m_R (\overline{N} N). \quad (1.90)$$

Pour écrire ces termes, nous avons introduit deux neutrinos de Majorana :

- un neutrino actif $\nu = \nu_L + \nu_L^C$, avec $Y = -1$ et $I_3 = 1/2$;
- un neutrino stérile, $N = N_R + N_R^C$, avec $Y = 0$ et $I_3 = 0$.

Notons que le neutrino N *n'est pas* un neutrino droitier, bien qu'il soit stérile (c'est-à-dire n'interagissant pas). Il contient une composante de chiralité gauche N_R^C , tout autant stérile que la composante droite ! De la même manière, la composante droite du neutrino actif, ν_L^C , interagit de la même manière que la composante ν_L (en effet, ν_L^C correspond aussi à un antineutrino droitier).

Remarquons aussi que le terme de masse de Dirac s'écrit $-m_D (\bar{\nu}_R \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_R) = -m_D (\bar{\nu}^D \nu^D)$ pour un neutrino ν^D de Dirac, avec une composante active $\nu_L = P_L \nu^D$ et une composante stérile $\nu_R = P_R \nu^D$. Chacune des deux chiralités contient deux degrés de liberté, mais ne sont que deux aspects d'une même particule de masse m_D . Ici, le terme de Dirac (1.88) contient aussi une composante active ν et une composante stérile N , avec deux degrés de libertés chacune. Mais ces deux neutrinos *ne sont pas* les projections chirales d'un même neutrino, mais bien deux particules (de Majorana) distinctes.

Écriture matricielle générale Si l'on note

$$\mathbf{N} \equiv \begin{pmatrix} \nu \\ N \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{M} \equiv \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (1.91)$$

le terme de masse devient

$$\mathcal{L}_m \equiv \mathcal{L}_m^D + \mathcal{L}_m^L + \mathcal{L}_m^R = -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{N}} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{N}. \quad (1.92)$$

La matrice $\mathbf{M}$ n'est pas diagonale : les états propres de masse ν_1 et ν_2 sont donc des combinaisons linéaires du neutrino actif ν et du neutrino stérile N .

Regardons la cohérence des différents termes de masse proposés avec le Modèle Standard :

- le terme de masse de Dirac $\mathcal{L}_m^D$ n'est pas invariant de jauge, mais peut s'exprimer comme le résultat de la brisure spontanée de symétrie sur un couplage de Yukawa (1.63) ;
- comme nous l'avons vu précédemment, le terme de masse de Majorana $\mathcal{L}_m^L$ n'est pas invariant de jauge, et ne peut le devenir par un couplage de Yukawa ;
- le terme $\mathcal{L}_m^R$ qui contient le neutrino stérile N avec $Y = I_3 = 0$ est parfaitement invariant sous $SU(2) \times U(1)$.

Pour garantir l'invariance de jauge du terme de masse sans faire appel à des couplages du type (1.85), il est intéressant d'étudier le cas particulier où $m_L = 0$, qui implique $\mathcal{L}_m^L = 0$. Les valeurs propres de la matrice $\mathbf{M}$ sont

$$m_{1,2} = \frac{m_R}{2} \left(1 \mp \sqrt{1 + 4 \frac{m_D^2}{m_R^2}} \right) \quad (1.93)$$

et les états propres ν_1, ν_2 sont définis par

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon \cos \theta & -\epsilon \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ N \end{pmatrix}. \quad (1.94)$$

Comme m_1 peut être négatif, le facteur ϵ vaut 1 si $m_1 > 0$ et vaut i sinon, pour que ν_1 ait une masse positive $|m_1| > 0$. L'angle de mélange θ est tel que

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_R}, \quad (1.95)$$

et le terme de masse s'écrit

$$\mathcal{L}_m = -\frac{|m_1|}{2} (\bar{\nu}_1 \nu_1) - \frac{m_2}{2} (\bar{\nu}_2 \nu_2). \quad (1.96)$$

Nous observons ici un phénomène analogue aux oscillations des neutrinos (dont nous allons parler dans la Section 1.3). Les neutrinos ν et N , états propres de l'interaction, sont des combinaisons linéaires des neutrinos ν_1 et ν_2 , avec une masse bien définie. Ainsi, un neutrino ν produit par interaction faible peut osciller et devenir un neutrino stérile N au niveau du détecteur. Un défaut dans le nombre de neutrinos détecté serait le signe de l'oscillation $\nu \rightarrow N$.

Mécanisme de la bascule Une question reste en suspens : comment se fait-il que les masses des neutrinos soient si petites comparées à celles des autres fermions ? Un cas particulier du développement précédent en donne une explication. Considérons le cas où $m_D \ll m_R$. Les valeurs propres de $\mathbf{M}$ sont :

$$m_1 \simeq -\frac{m_D^2}{m_R} \quad \text{et} \quad m_2 \simeq m_R \quad (1.97)$$

et les neutrinos ν et N s'écrivent comme combinaison linéaire des états propres de masse ν_1 de masse $|m_1|$ et ν_2 de masse $m_2 \gg |m_1|$:

$$\begin{pmatrix} \nu \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i \cos \theta_{ss} & \sin \theta_{ss} \\ i \sin \theta_{ss} & \cos \theta_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (1.98)$$

L'angle de mélange θ_{ss} est tel que

$$\tan 2\theta_{ss} = \frac{2m_D}{m_R} \ll 1 \quad \implies \quad \theta_{ss} \ll 1, \quad (1.99)$$

ce qui indique un très faible mélange entre les neutrinos ν_1 (léger) et ν_2 (lourd). Nous avons ainsi

1. un neutrino stérile N , composé principalement du neutrino lourd ν_2 de masse $m_2 \simeq m_R$;
2. un neutrino actif ν , composé principalement du neutrino léger ν_1 de masse $m_1 \simeq \frac{m_D^2}{m_R}$.

Considérons un neutrino stérile avec une masse de l'ordre de grandeur des énergies des théories au-delà du Modèle Standard, typiquement $m_R = 10^{15}$ GeV. Le terme de Dirac peut être obtenu dans le cadre du Modèle Standard par un couplage de Yukawa, et il est légitime de prendre pour m_D une valeur semblable aux masses des autres fermions (obtenues par ces mêmes couplages (1.70)), par exemple m_D entre 100 MeV et 100 GeV (voir Figure 1.4). La masse du neutrino actif est réduite d'un facteur m_D/m_R par rapport au couplage de Yukawa, ce qui donne ici m_1 entre 10^{-8} eV et 10^{-2} eV ce qui est cohérent avec les limites expérimentales actuelles sur les masses des neutrinos. Ce mécanisme est appelé mécanisme de la bascule, puisque plus le neutrino N est lourd, plus le neutrino ν est léger.

En introduisant des particules de Majorana nous avons tenté de répondre aux deux interrogations, soulevées au début de cette section, qu'apporte l'utilisation d'un terme de masse de Dirac pour les neutrinos : la présence ou non d'un neutrino droit stérile, et l'origine de la masse très faible des neutrinos. En introduisant un neutrino de Majorana $\nu = \nu^C$ nous pouvons nous affranchir du neutrino droit ($\nu_R = \nu_L^C$) ; cependant le terme de masse (1.84) qui en résulte est incompatible avec le groupe de jauge du Modèle Standard. Une autre piste est de décrire les deux degrés de libertés stériles de ν_R par un neutrino stérile de Majorana N . En utilisant le mécanisme de la bascule, la présence de ce neutrino stérile lourd ($m_R \sim 10^{15}$ GeV) permet, à partir d'un couplage de Yukawa d'intensité comparable aux autres fermions, d'obtenir une masse inférieure à l'électron-volt pour le neutrino actif ν . L'existence de ces neutrinos de Majorana pourrait être établie par l'observation, par exemple, d'une double désintégration β sans émission de neutrino.

1.3 Les oscillations des neutrinos

On appelle oscillations des neutrinos le phénomène par lequel un neutrino, produit dans une saveur particulière (ν_e , ν_μ ou ν_τ) est détecté, à une certaine distance de sa production, dans une autre saveur. Ce changement de saveur tire son origine de la différence entre les états propres de masse et les états propres de saveur, que nous avons introduite en supposant les couplages de Yukawa non diagonaux en (1.63) ; elle est possible, comme nous allons le voir, parce que les neutrinos sont massifs.

La section 1.3.1 expose le principe des oscillations dans le vide et compare les deux formalismes utilisés pour les décrire : l'approximation des ondes planes et le formalisme des paquets d'onde. Ensuite, dans la section 1.3.2, nous verrons comment la présence de matière modifie les probabilités d'oscillation.

1.3.1 Théorie générale des oscillations dans le vide

Le principe

Nous allons à nouveau considérer dans la suite que les neutrinos sont des particules de Dirac, dans le cadre du Modèle Standard. Rappelons ici les notations introduites dans la section 1.1 :

- $\mathbf{l}' = \mathbf{l}'_L + \mathbf{l}'_R$ et $\boldsymbol{\nu}' = \boldsymbol{\nu}'_L + \boldsymbol{\nu}'_R$ sont les états propres de masse ;
- $\mathbf{l}_L = V_L^{l\dagger} \mathbf{l}'_L$, $\mathbf{l}_R = V_R^{l\dagger} \mathbf{l}'_R$, $\boldsymbol{\nu}_L = V_L^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_L$ et $\boldsymbol{\nu}_R = V_R^{\nu\dagger} \boldsymbol{\nu}'_R$ sont les états propres de saveur des leptons, obtenus comme combinaisons linéaires des états propres de masse.

Pour observer une oscillation des neutrinos, nous avons besoin de connaître leur saveur lors de leur production (avant propagation) et de leur détection (après propagation). La très grande majorité de nos détecteurs (calorimètres, scintillateurs, ...) ne peuvent détecter que des particules chargées grâce aux interactions électromagnétiques. Les neutrinos n'étant sensibles qu'à l'interaction faible, leur saveur ne peut être déterminée que par leur interaction par courant chargé sur une particule du détecteur

$$\nu_\alpha + N \longrightarrow l_\alpha + N'. \quad (1.100)$$

qui produit un lepton chargé l_α visible par nos appareils. Cette interaction par courant chargé caractérise la saveur α du neutrino : si l'on détecte un électron, le neutrino qui l'a produit est un ν_e , et de même pour les saveurs μ et τ .

La propagation des neutrinos de leur production à leur détection est décrite à l'aide des états propres de masse. Dans cette base, les interactions électrofaibles par courant chargé peuvent se récrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC} &= -\frac{g_w}{\sqrt{2}} (\overline{\mathbf{l}}_L \gamma^\mu \boldsymbol{\nu}_L) W_\mu^- + \text{h.c.} \\ &= -\frac{g_w}{\sqrt{2}} (\overline{\mathbf{l}}'_L \gamma^\mu U_{\text{PMNS}} \boldsymbol{\nu}'_L) W_\mu^- + \text{h.c.}, \quad U_{\text{PMNS}} \equiv V_L^l (V_L^\nu)^\dagger \end{aligned} \quad (1.101)$$

où la matrice de mélange U_{PMNS} est appelée matrice de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata. Cette matrice relie la base des états propres de masses des neutrinos à celle des leptons chargés. Sa présence (et sa forme non diagonale) souligne le fait que les états de masse $\mathbf{l}'_L$ et $\boldsymbol{\nu}'_L$ ne sont pas états propres du lagrangien de la théorie électrofaible.

En toute généralité, les états de masse et de saveur du lepton chargé peuvent être distincts. Nous savons cependant que les masses de l'électron, du muon et du tau sont différentes de plusieurs ordres de grandeur ($m_e = 511$ keV, $m_\mu = 105$ MeV, $m_\tau = 1.78$ GeV). Cela permet d'identifier très facilement, grâce à ses propriétés cinématiques, quel état de masse correspond au lepton chargé produit par l'interaction du neutrino sur un noyau. On choisit donc par convention d'identifier les états propres de saveur et de masse des leptons chargés :

$$\mathbf{l}'_L = \mathbf{l}_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad \text{c'est-à-dire} \quad V_L^l = \mathbb{1}. \quad (1.102)$$

On obtient ainsi

$$U_{\text{PMNS}} \equiv V_L^{\nu\dagger} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\nu}_L = U_{\text{PMNS}} \boldsymbol{\nu}'_L, \quad (1.103)$$

ce qui permet d'interpréter maintenant cette matrice comme reliant les états propres de masse aux états propres de saveur des neutrinos. Nous allons noter dans la suite ν_1 , ν_2 et ν_3 les états de masse m_1 , m_2 et m_3 , ainsi que ν_α , $\alpha = e, \mu, \tau$ les états de saveur (de chiralité gauche) des neutrinos, associés respectivement à l'électron, au muon et au tau lors des interactions par courant chargés.

La matrice $U \equiv U_{\text{PMNS}}$ est une matrice unitaire de dimension 3 et peut être paramétrisée à l'aide de trois angles de mélanges θ_{12} , θ_{13} et θ_{23} et d'une phase complexe δ de la façon suivante :

$$\begin{aligned} U_{\text{PMNS}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.104)$$

où $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ et $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$.

Pour décrire de manière plus simple certains aspects de l'oscillation des neutrinos, nous utiliserons parfois un formalisme simplifié à deux saveurs, ce qui donne pour la matrice U_{PMNS}

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (1.105)$$

avec un unique angle de mélange θ .

La relation (1.103) se réécrit pour chaque saveur α :

$$\nu_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i \quad \Longleftrightarrow \quad \nu_\alpha^\dagger = \sum_i U_{\alpha i}^* \nu_i^\dagger. \quad (1.106)$$

En terme d'opérateurs création et annihilation, les champs ν_α et ν_i contiennent les opérateurs d'annihilation du neutrino et de création de l'antineutrino, et les champs conjugués $\nu_\alpha^\dagger$ et $\nu_i^\dagger$ contiennent les opérateurs de création du neutrino et d'annihilation de l'antineutrino. Ainsi, les fonctions d'onde des neutrinos associées aux états propres de saveur et de masse peuvent être reliées à l'aide de la matrice de mélange selon

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (1.107)$$

et celles des antineutrinos selon

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\bar{\nu}_i\rangle. \quad (1.108)$$

Pour établir l'expression des probabilités d'oscillations, considérons une source de neutrinos au point d'espace-temps $(\mathbf{0}, 0)$ et un détecteur au point $(\mathbf{L}, T)$. Faisons les hypothèses suivantes :

1. Les neutrinos sont produits et détectés dans un état propre de saveur, c'est-à-dire ν_e , ν_μ ou ν_τ à l'exclusion de toute combinaison linéaire. La saveur est déterminée par la connaissance du lepton chargé associé (e , μ ou τ) lors du processus de production ou de détection.
2. Les neutrinos sont ultra-relativistes, c'est-à-dire $E_i = \sqrt{\mathbf{p}_i^2 + m_i^2}$ avec $p_i \equiv |\mathbf{p}_i| \gg m_i$. Comme nous savons que $m_i \lesssim 1$ eV et que l'expérience T2K produit un faisceau de neutrinos d'énergie de l'ordre du GeV, cette hypothèse est pleinement justifiée.
3. Toutes les impulsions $\mathbf{p}_i = p_i \hat{\mathbf{u}}$ sont alignées avec $\hat{\mathbf{u}} \equiv \mathbf{L}/L$ le vecteur unitaire allant de la source au détecteur⁵.

Approximation des ondes planes

En première approche, nous allons utiliser le formalisme des ondes planes progressives pour étudier le phénomène d'oscillations des neutrinos. L'évolution dans le vide des états propres de masse est simplement donnée par

$$|\nu_i(\mathbf{x}, t)\rangle = e^{-i(E_i t - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{x})} |\nu_i\rangle. \quad (1.109)$$

Energie et impulsion d'un neutrino Les trois états propres de masse ν_i qui se propagent satisfont à la relation $\underline{\mathbf{P}}_i^2 = E_i^2 - \mathbf{p}_i^2 = m_i^2$, avec $\underline{\mathbf{P}}_i \equiv (\mathbf{p}_i, E_i)$ leur quadri-vecteur énergie-impulsion. Les trois masses m_i étant distinctes, les quadri-vecteurs énergie-impulsion des trois états propres de masse constituant un neutrino de saveur sont différents ! Quelles sont donc l'énergie et l'impulsion d'un neutrino produit (comme état propre de saveur) dans une quelconque expérience ?

Dans l'expérience T2K, des neutrinos ν_μ sont produits par la désintégration en vol de π^+ selon

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu. \quad (1.110)$$

La conservation de l'énergie et de l'impulsion au vertex de cette désintégration permet d'écrire

$$\underline{\mathbf{P}}_\nu = \underline{\mathbf{P}}_\pi - \underline{\mathbf{P}}_\mu \quad (1.111)$$

c'est-à-dire

$$E_\nu = E_\pi - E_\mu \quad \text{et} \quad \mathbf{p}_\nu = \mathbf{p}_\pi - \mathbf{p}_\mu. \quad (1.112)$$

5. Il est possible de montrer (cf. [32], section 8.1.3) qu'un petit écart à cette propriété ne change pas le résultat (1.121) à l'ordre dominant.

Les propriétés cinématiques du μ et du π^+ , mesurables sans ambiguïté, permettent d'obtenir l'énergie et l'impulsion de référence du neutrino, que l'on va noter dans la suite E et $\mathbf{p}$. De manière générale, l'énergie et l'impulsion d'un neutrino sont définies par la relation de conservation au vertex et la donnée des énergies et impulsions de toutes les autres particules intervenant dans le processus de production. Ces grandeurs correspondent à une masse effective $\bar{m}^2 \equiv E^2 - \mathbf{p}^2$, avec $p \equiv |\mathbf{p}| \gg \bar{m}$.

Chaque état propre de masse a une énergie et une impulsion qui diffère légèrement de E et p . La relation de couche de masse $E_i^2 = \mathbf{p}_i^2 + m_i^2$ étant quadratique en m , ces petites corrections sont de l'ordre de $\delta m_i^2/E^2 \equiv (m_i^2 - \bar{m}^2)/E^2 \ll 1$. On peut donc écrire

$$\begin{cases} p_i = p \left(1 + \lambda_p^i \frac{\delta m_i^2}{E^2} + o\left(\frac{\delta m_i^2}{E^2}\right) \right) \\ E_i = E \left(1 + \lambda_E^i \frac{\delta m_i^2}{E^2} + o\left(\frac{\delta m_i^2}{E^2}\right) \right) \end{cases} \quad (1.113)$$

avec λ_p^i et λ_E^i des paramètres de l'ordre de 1. La condition de couche de masse $E_i^2 = \mathbf{p}_i^2 + m_i^2$ impose sur ces paramètres la relation

$$2(\lambda_E^i - \lambda_p^i) = 1 \quad (1.114)$$

au premier ordre en $\delta m_i^2/E^2$ et $\bar{m}^2/E^2$.

Temps de vol Intéressons-nous maintenant à la relation entre le temps de vol T et la distance source-détecteur L . La relation $T = L$ n'est pas exacte puisque les neutrinos ont une masse non nulle, bien que très faible. Ici encore, on s'attend à une correction de l'ordre de m^2/E^2 . La vitesse d'une particule relativiste est donnée par la relation

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = \frac{p}{E} \quad (1.115)$$

ce qui nous permet d'obtenir la vitesse moyenne des trois états propres de masse comme ($c = 1$) :

$$\bar{v} = 1 - \frac{\bar{m}^2}{2E^2} + o\left(\frac{\bar{m}^2}{E^2}\right). \quad (1.116)$$

Le temps de vol s'écrit donc finalement

$$T = \frac{L}{\bar{v}} = L \left(1 + \frac{\bar{m}^2}{2E^2} + o\left(\frac{\bar{m}^2}{E^2}\right) \right). \quad (1.117)$$

Probabilité d'oscillation Au niveau du détecteur, le neutrino ν_α qui s'est propagé⁶ s'écrit comme

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(\mathbf{L}, T)\rangle &= \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-i(E_i T - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{L})} |\nu_i\rangle \\ &= \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-i\phi_i} |\nu_i\rangle \end{aligned} \quad (1.118)$$

avec $\phi_i \equiv E_i T - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{L} = E_i T - p_i L$. En utilisant (1.113), (1.114) et (1.117), on obtient à l'ordre dominant en $\delta m_i^2/E^2$ et $\bar{m}^2/E^2$:

$$\begin{aligned} \phi_i &= LE \left((\lambda_E^i - \lambda_p^i) \frac{\delta m_i^2}{E^2} + \frac{\bar{m}^2}{2E^2} \right) \\ &= LE \frac{\delta m_i^2 + \bar{m}^2}{2E^2} \\ &= m_i^2 \frac{L}{2E}. \end{aligned} \quad (1.119)$$

La probabilité d'observer ce neutrino ν_α dans notre détecteur en $(\mathbf{L}, T)$ comme un neutrino ν_β s'écrit donc

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \mathbf{L}, T) &\equiv |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle|^2 = \sum_{i,j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(\phi_i - \phi_j)} \\ &= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \sum_{i < j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(\phi_i - \phi_j)}. \end{aligned} \quad (1.120)$$

6. A proprement parler, le neutrino de saveur ν_α ne se propage pas, ce sont les neutrinos de masse qui se propagent selon (1.109). Il faut comprendre la notation $|\nu_\alpha(\mathbf{L}, T)\rangle$ – que l'on conservera dans la suite – comme $|\nu_\alpha(\mathbf{L}, T)\rangle \equiv \hat{O}(\mathbf{L}, T)|\nu_\alpha\rangle$ avec $\hat{O}(\mathbf{x}, t)$ l'opérateur de propagation du point $(\mathbf{0}, 0)$ au point $(\mathbf{x}, t)$. Les $|\nu_i\rangle$ sont états propres de cet opérateur, avec pour valeurs propres associées $e^{-i(E_i t - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{x})}$. De même, l'amplitude $\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle$ se comprend comme $\langle \nu_\beta | \hat{O}(\mathbf{L}, T) | \nu_\alpha \rangle$.

Cette probabilité oscille en fonction d'une phase

$$\phi_{ij} \equiv \phi_i - \phi_j = \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \quad (1.121)$$

qui est fonction de la distance source-détecteur L , de l'énergie du neutrino produit E et des différences de masse au carré des neutrinos ν_1 , ν_2 et ν_3 :

$$\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2. \quad (1.122)$$

La mesure expérimentale de l'oscillation des neutrinos permet ainsi de déterminer :

- les coefficients de la matrice U , c'est-à-dire les trois angles de mélange et la phase δ de violation CP, en mesurant leur amplitude ;
- les différences des masses au carré des neutrinos, en mesurant les phases ϕ_{ij} .

Limite du modèle des ondes planes Le quadri-vecteur énergie-impulsion $\underline{\mathbf{P}}_\nu = (\mathbf{p}, E)$ du neutrino est déterminé par les relations de conservation au vertex. Nous avons considéré que les quadri-vecteurs $\underline{\mathbf{P}}_i = (\mathbf{p}_i, E_i)$ des états propres de masse étaient proches de $\underline{\mathbf{P}}_\nu$, mais différents à une petite correction près de l'ordre de $\delta m_i^2/E^2 \equiv (m_i^2 - \bar{m}^2)/E^2 \ll 1$. Nous avons donc, *a priori*, $\underline{\mathbf{P}}_i \neq \underline{\mathbf{P}}_\nu$.

Les quadri-vecteurs énergie-impulsion $\underline{\mathbf{P}}_i$ des états propres de masse ν_i vérifient chacun la relation de couche de masse $\underline{\mathbf{P}}_i^2 = m_i^2$. Comme les trois masses sont différentes nous savons que les quadri-vecteurs correspondants sont également distincts. Il ne peut donc y avoir, au plus, qu'un seul état propre de masse ν_i tel que $\underline{\mathbf{P}}_i = \underline{\mathbf{P}}_\nu$. Le formalisme des ondes planes, qui décrit la propagation des neutrinos avec une énergie et une impulsion $\underline{\mathbf{P}}_\nu$ bien définie, n'autorise ainsi aucune combinaison linéaire entre les états propres de masse. Et si il n'y a pas de combinaison linéaire des états propres de masse, il ne peut y avoir d'oscillations...

Pour pouvoir décrire correctement le phénomène d'oscillation des neutrinos, nous avons besoin d'un formalisme qui autorise, non pas une énergie et une impulsion déterminée, mais une *distribution* d'énergie et d'impulsion : c'est le formalisme des paquets d'ondes. Nous pourrions ainsi considérer une superposition cohérente d'états propres de masse avec des impulsions et des énergies légèrement différentes, et la conservation de l'énergie et de l'impulsion au vertex sera vérifiée aux incertitudes σ_p et σ_E près.

Formalisme des paquets d'ondes

Production d'un état propre de saveur Considérons un neutrino produit dans un état propre de saveur ν_α , d'énergie E et d'impulsion $\mathbf{p}$. Sa décomposition en états propres de masse peut s'écrire [32]

$$|\nu_\alpha\rangle \propto \sum_i U_{\alpha i}^* \int d^3\mathbf{k} \mathcal{A}_i(\mathbf{k}) |\nu_i(\mathbf{k})\rangle \quad (1.123)$$

avec $\mathcal{A}_i(\mathbf{k})$ la densité d'impulsion qui décrit la forme du paquet d'onde de ν_i , que l'on peut prendre par exemple selon une distribution gaussienne :

$$\mathcal{A}_i(\mathbf{k}) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{p}_i)^2}{4\sigma_p^2}\right), \quad (1.124)$$

où $\mathbf{p}_i$ est l'impulsion moyenne du paquet d'onde du neutrino ν_i , qui diffère de $\mathbf{p}$ selon (1.113). Cette incertitude sur l'impulsion correspond à un étalement spatial σ_x du paquet d'onde, lié à σ_p par la relation d'incertitude d'Heisenberg minimale

$$\sigma_p \sigma_x = \frac{\hbar}{2}. \quad (1.125)$$

Pour que la superposition des états de masse soit cohérente, c'est-à-dire pour que la mesure de l'impulsion $p \pm \sigma_p$ ne permette pas de discriminer entre les p_i , il faut que l'incertitude sur l'impulsion σ_p soit supérieure aux différences d'impulsions liées aux différences de masse des neutrinos. D'après (1.113) ces différences d'impulsion sont de l'ordre $p \cdot \Delta m_{ij}^2/E^2$, ce qui donne :

$$\sigma_p \gg \frac{|\Delta m_{ij}^2|}{E}, \quad \forall i, j. \quad (1.126)$$

La forme du paquet d'onde du neutrino ν_α est déterminée, en même temps que $\mathbf{p}$ et E , par le processus de production du neutrino. Ainsi, le temps de vie ou la largeur de désintégration de chaque particule intervenant dans le processus de production de neutrino ν_α vont contribuer à σ_p . Dans le cas de l'expérience T2K, les neutrinos sont produits par la désintégration en vol du π^+ (1.110). La relation de couche de masse nous donne pour le neutrino

$$\sigma_p \sim \sigma_E/c \quad (1.127)$$

et l'incertitude sur l'énergie du neutrino σ_E est obtenue en tenant compte des incertitudes sur l'énergie de toutes les autres particules du processus, le muon et le pion dans notre cas :

$$\sigma_E^2 \sim \sigma_{E,\mu}^2 + \sigma_{E,\pi}^2. \quad (1.128)$$

A partir l'inégalité d'Heisenberg, nous avons pour chaque particule X

$$\sigma_{E,X} \sim \frac{\hbar}{2 \sigma_{t,X}} \sim \frac{\hbar}{2 \tau_X} \quad (1.129)$$

avec $\tau_X = \gamma \tau_X^*$ son temps de vie dans le référentiel du laboratoire, τ_X^* le temps de vie dans le référentiel du centre de masse de l'interaction et $\gamma = E_X/m_X$ le facteur de boost de Lorentz. Pour obtenir des neutrinos de 1 GeV, nous avons dans T2K $E_\pi \simeq 2$ GeV c'est à dire $\gamma \simeq 15$. L'incertitude sur l'énergie σ_E est dominée par la particule avec le plus petit temps de vie ; comme $\tau_\pi = 2.6 \cdot 10^{-8}$ s et $\tau_\mu = 2.2 \cdot 10^{-6}$ s [24], nous avons

$$\sigma_p \sim 10^{-9} \text{ eV}/c. \quad (1.130)$$

D'autre part, la plus grande différence de masse au carré est $|\Delta m_{32}^2| \sim 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ (voir Table 1.6) ce qui donne pour un neutrino d'énergie de l'ordre du GeV

$$\frac{|\Delta m_{ij}^2|}{E} \sim 10^{-12} \text{ eV}/c. \quad (1.131)$$

Ainsi la condition (1.126) est bien remplie.

Chaque $|\nu_i(\mathbf{k})\rangle$ évolue ensuite de manière analogue à (1.109), ce qui donne au niveau du détecteur

$$|\nu_\alpha(\mathbf{L}, T)\rangle \propto \sum_i U_{\alpha i}^* \int d^3\mathbf{k} \mathcal{A}_i(\mathbf{k}) e^{-i(E_i(\mathbf{k})T - \mathbf{k} \cdot \mathbf{L})} |\nu_i(\mathbf{k})\rangle. \quad (1.132)$$

Détection d'un neutrino La détection d'un neutrino s'effectue par une interaction courant chargé sur un noyau $\mathcal{N}$, du type

$$\nu_\beta + \mathcal{N} \longrightarrow l_\beta + X_f \quad (1.133)$$

où X_f est l'ensemble de toutes les particules hadroniques également produites. La conservation de l'énergie et de l'impulsion nous permet d'obtenir l'énergie E' et l'impulsion $\mathbf{p}'$ du neutrino ν_β à partir de celles des autres particules.

Imaginons que nous soyons capable de mesurer E' et $\mathbf{p}'$, donc $m^2 = E'^2 - \mathbf{p}'^2$, avec une précision $\sigma_m \sim \sigma_{p'}$ qui nous permette de discriminer entre les masses m_i des trois états propres de masse, c'est-à-dire

$$\sigma_{p'} \lesssim \frac{|\Delta m_{ij}^2|}{E'}, \quad \forall i, j. \quad (1.134)$$

Dans ce cas, nous avons perdu la cohérence de la superposition des paquets d'ondes : il est possible de déterminer quel ν_i est à l'origine de l'interaction, à savoir $|\nu_{i_0}(\mathbf{p}')\rangle$. A partir de (1.132), on obtient

$$\langle \nu_{i_0}(\mathbf{p}') | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle \propto U_{\alpha i_0}^* \mathcal{A}_{i_0}(\mathbf{p}') e^{-i(E_{i_0}(\mathbf{p}')T - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{L})} \quad (1.135)$$

et l'amplitude de la transition $\nu_\alpha \rightarrow \nu_{i_0}$ est

$$\langle \nu_{i_0} | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle \equiv \int d^3\mathbf{p}' \langle \nu_{i_0}(\mathbf{p}') | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle = U_{\alpha i_0}^* e^{-i(E_{i_0}(\mathbf{p}')T - \mathbf{p}' \cdot \mathbf{L})} \quad (1.136)$$

Finalement, la probabilité (sommée sur les états de masse i_0) d'obtenir un ν_β est :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \mathbf{L}, T) &\equiv \sum_{i_0} \mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{i_0}) \mathbb{P}(\nu_{i_0} \rightarrow \nu_\beta) \\ &= \sum_{i_0} |\langle \nu_{i_0}(\mathbf{p}') | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle|^2 |U_{\beta i_0}|^2 \\ &= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2.\end{aligned}\tag{1.137}$$

Nous retrouvons ici le terme constant de la probabilité d'oscillation (1.120) obtenue par l'approximation des ondes plane. La partie qui produit les oscillations, avec le facteur $e^{-i\phi_{ij}}$, n'apparaît plus : la connaissance de l'étape intermédiaire entre la source et le détecteur supprime les interférences entre les états propres de masse⁷.

Ainsi, pour observer des oscillations et garder la cohérence de la superposition des états propres de masse, il faut également que le processus de détection admette une incertitude sur l'impulsion $\sigma_{p'}$ telle que

$$\sigma_{p'} \gg \frac{|\Delta m_{ij}^2|}{E'}, \quad \forall i, j.\tag{1.138}$$

Comme lors de la production, à $\sigma_{p'}$ correspond une dispersion spatiale $\sigma_{x'} \equiv \hbar/(2\sigma_{p'})$. Ces deux incertitudes sont déterminées par l'ensemble du processus de détection : temps de vie ou largeurs de désintégration des particules, résolution sur la position du vertex de l'interaction du neutrino etc. La condition (1.138) se traduit par $\sigma_{x'} \ll 100\text{km}$ qui est naturellement vérifiée par nos moyens de détection.

Le neutrino détecté ν_β est ainsi décrit par le paquet d'onde

$$|\nu_\beta\rangle \propto \sum_i U_{\beta i}^* \int d^3\mathbf{k} \mathcal{B}_i(\mathbf{k}) |\nu_i(\mathbf{k})\rangle\tag{1.139}$$

avec $\mathcal{B}_i(\mathbf{k})$ la distribution d'impulsion générée par l'incertitude du processus de détection, que nous allons prendre gaussienne centrée autour de $\mathbf{p}_i$:

$$\mathcal{B}_i(\mathbf{k}) = \exp\left(-\frac{(\mathbf{k} - \mathbf{p}_i)^2}{4\sigma_{p'}^2}\right).\tag{1.140}$$

Probabilité d'oscillation A partir de la description en paquets d'onde des états de saveur produits ν_α et détectés ν_β , l'amplitude de la transition $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ peut s'écrire

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle \propto \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} \int d^3\mathbf{k} \mathcal{A}_i(\mathbf{k}) \mathcal{B}_i(\mathbf{k}) e^{-i(E_i(\mathbf{k})T - \mathbf{k} \cdot \mathbf{L})}\tag{1.141}$$

et le calcul de l'intégrale gaussienne donne

$$\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle \propto \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i\phi_i(T)} e^{-\frac{(\mathbf{v}_i T - \mathbf{L})^2}{4\tilde{\sigma}_x^2}}\tag{1.142}$$

avec $\mathbf{v}_i = \mathbf{p}_i/E_i$ la vitesse du paquet d'onde du neutrino ν_i , $\phi_i(T) = E_i T - \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{L}$ et $\tilde{\sigma}_x^2 \equiv \sigma_x^2 + \sigma_{x'}^2$, caractérise la dispersion spatiale totale du paquet d'onde. La probabilité d'oscillation s'obtient finalement comme

$$\mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \mathbf{L}) \equiv \int dT \mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \mathbf{L}, T) = \int dT |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(\mathbf{L}, T) \rangle|^2.\tag{1.143}$$

Les paquets d'onde des neutrinos sont caractérisés par une distribution d'impulsion (et donc une extension spatiale finie). Ainsi, au sein d'un même paquet d'ondes i , les composantes d'impulsion $\mathbf{k}$ ont une vitesse $\mathbf{v}_i(\mathbf{k}) = \mathbf{k}/E_i(\mathbf{k})$ qui est différente de la vitesse de groupe $\mathbf{v}_i$ (correspondant à l'impulsion centrale $\mathbf{p}_i$ du paquet) : elles atteignent donc le détecteur à des temps différents. C'est en raison de cette dispersion temporelle des paquets d'ondes que nous avons intégré la probabilité d'oscillation sur le temps T , pour tenir compte de l'ensemble des composantes de chaque paquet.

7. Le cas particulier que nous venons de voir est une illustration du principe d'interférence quantique, analogue aux fentes d'Young : si le chemin par lequel passe le photon est déterminé (en fermant l'une des deux fentes, par exemple) alors on n'observe pas d'interférences ; si tous les chemins sont ouverts, il y a interférence. Ici, connaître le neutrino ν_i à l'origine de l'interaction revient à "fermer" (rendre impossible) les autres canaux.

Le calcul de l'intégrale en T de (1.143) que nous n'allons pas reproduire explicitement ici (détaillé dans [32] par exemple) donne pour la probabilité d'oscillation :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \mathbf{L}) = & \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \\ & + 2 \Re \sum_{i < j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left(-i\phi_{ij} - \left(\frac{L}{L_{ij}^{\text{coh}}} \right)^2 - 2\lambda\pi^2 \left(\frac{\tilde{\sigma}_x}{L_{ij}^{\text{osc}}} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (1.144)$$

à l'ordre dominant en m_i^2/E^2 , $\bar{m}^2/E^2$. Cette expression est semblable à celle obtenue dans l'approximation des ondes planes (1.120), avec :

- un terme constant, qui reste si il n'y a pas d'oscillations ;
- un terme avec des facteurs exponentiels, décrivant entre autres les oscillations.

Décrivons maintenant les trois termes qui apparaissent dans l'exponentielle.

1. Nous avons premièrement le terme de phase

$$\phi_{ij} \simeq 2\pi \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}} + \dots \quad \text{avec} \quad L_{ij}^{\text{osc}} \equiv \frac{4\pi E}{\Delta m_{ij}^2}. \quad (1.145)$$

À l'ordre dominant, c'est le même résultat que celui que nous avons obtenu avec l'approximation des ondes planes en (1.121).

2. Ensuite, nous avons un premier terme d'atténuation en $(L/L_{ij}^{\text{coh}})^2$, avec

$$L_{ij}^{\text{coh}} \equiv \frac{4\sqrt{2} \tilde{\sigma}_x E^2}{\Delta m_{ij}^2}. \quad (1.146)$$

Donnons une interprétation simple de ce terme. Chaque paquet d'onde a une vitesse de groupe $\mathbf{v}_i$ distincte ; les paquets d'ondes des états de masse, superposés lors de la production, se décalent au cours de leur propagation. Notons Δx_{ij} l'espacement des paquets d'onde i et j au niveau du détecteur : à l'ordre dominant,

$$v_i \equiv |\mathbf{v}_i| = 1 - \frac{m_i^2}{2E^2} \quad (1.147)$$

et

$$\Delta x_{ij} = (v_i - v_j)T \simeq \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E^2}. \quad (1.148)$$

Si Δx_{ij} est très grand par rapport à la dispersion spatiale $\tilde{\sigma}_x$ des paquets d'onde, alors il n'y a plus de recouvrement et les états propres de masse ne peuvent plus interférer (voir Figure 1.6) ! À un facteur $2\sqrt{2}$ près, on obtient

$$\frac{\Delta x_{ij}}{\tilde{\sigma}_x} \gg 1 \quad \Longleftrightarrow \quad L \gg L_{ij}^{\text{coh}}. \quad (1.149)$$

La cohérence des paquets d'onde est perdue si la distance à parcourir est plus grande que cette longueur de cohérence : la partie oscillante (en $e^{-i\phi_{ij}}$) de la probabilité d'oscillation disparaît.

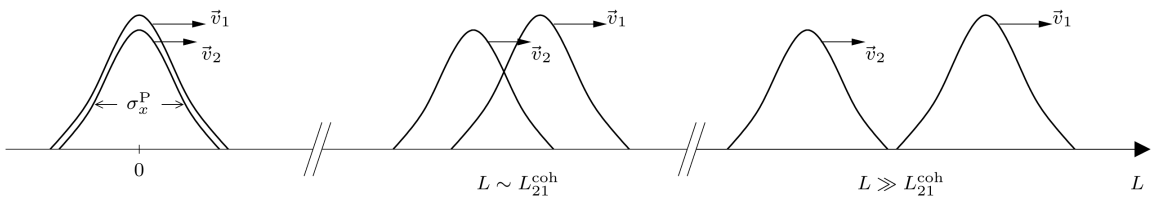


FIGURE 1.6 – Illustration de la perte de cohérence des paquets d'ondes à cause des différentes vitesses de phase ; $\sigma_x^P \equiv \sigma_x$ est leur dispersion spatiale lors de la production. Tiré de [32].

3. Enfin, nous avons un deuxième terme d'atténuation proportionnel à $(\tilde{\sigma}_x/L_{ij}^{\text{osc}})^2$, avec L_{ij}^{osc} la longueur d'oscillation définie en (1.145) et λ un coefficient de l'ordre de 1. Si la dispersion du paquet d'onde $\tilde{\sigma}_x$ est supérieure à la longueur d'oscillation L_{ij}^{osc} , celui-ci va recouvrir l'ensemble des phases de 0 à 2π . Comme la probabilité d'oscillation est intégrée sur la distribution en impulsion (voir (1.141)) ou, de manière équivalente, sur la distribution spatiale⁸, cette phase va être moyennée et le terme oscillant va également disparaître. La condition $\tilde{\sigma}_x \ll L_{ij}^{\text{osc}}$, nécessaire à l'observation du terme oscillant en $e^{-i\phi_{ij}}$, est équivalente aux conditions sur σ_p (1.126) et $\sigma_{p'}$ (1.138).

En résumé, dans les conditions suivantes :

- $L \gg L_{ij}^{\text{coh}}$;
- $\tilde{\sigma}_x \gg L_{ij}^{\text{osc}}$;

la probabilité d'oscillation se réduirait au terme constant

$$\bar{\mathbb{P}}_{\alpha\beta} \equiv \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2. \quad (1.150)$$

En pratique, ces conditions ne sont jamais remplies. La longueur d'oscillation vaut :

$$L_{ij}^{\text{osc}} \simeq 2.48 \frac{E[\text{MeV}]}{\Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2/c^4]} \text{ m}, \quad (1.151)$$

avec des différences de masse au carré de l'ordre de 10^{-3} ou 10^{-5} eV^2 (voir Table 1.6). Par exemple, dans l'expérience T2K, nous avons pour le flux hors axe $E \sim 0.6 \text{ GeV}$, d'où $L_{32}^{\text{osc}} \sim 600 \text{ km}$ et $L_{21}^{\text{osc}} \sim 2000 \text{ km}$. Quelle est la valeur de $\tilde{\sigma}_x$? En ce qui concerne la production, à partir de la valeur $\sigma_p \sim 10^{-9} \text{ eV}/c$ obtenue précédemment en (1.130), nous avons $\sigma_x \sim 100 \text{ m}$. Pour la détection à Super-Kamiokande (voir Chapitre 2), l'incertitude sur la position du vertex du neutrino $\sigma_{x'}$ est de l'ordre de quelques centimètres, ce qui donne $\tilde{\sigma}_x \sim \sigma_x \ll L_{32}^{\text{osc}}, L_{21}^{\text{osc}}$.

De même, les longueurs de cohérence

$$L_{ij}^{\text{coh}} \simeq 5.66 \frac{E^2 [\text{MeV}^2] \tilde{\sigma}_x [\text{mm}]}{\Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2/c^4]} \text{ km} \quad (1.152)$$

sont de l'ordre de $L_{32}^{\text{coh}} \sim 10^{14} \text{ km}$ et $L_{21}^{\text{coh}} \sim 3 \cdot 10^{15} \text{ km}$ avec les valeurs ci-dessus. Comme $L = 295 \text{ km}$, on a bien $L \ll L_{ij}^{\text{coh}}$.

Ainsi, la probabilité d'oscillation (1.144) dans le formalisme des paquets d'ondes se réduit à la probabilité que nous avons obtenue dans l'approximation des ondes planes (en explicitant la dépendance en L/E) :

$$\mathbb{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L/E) = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \sum_{i < j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp \left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right). \quad (1.153)$$

Ce formalisme, certes plus complexe, est le prix à payer pour décrire la production et la détection de superpositions linéaires de neutrinos de différentes masses sans violer les lois fondamentales de conservation de l'énergie et de l'impulsion au vertex de chaque interaction.

Spectre de neutrinos et effet de moyenne des oscillations

Dans toutes les expériences, il est pratiquement impossible de déterminer précisément la distance L et l'énergie E d'un flux de neutrinos. Tout d'abord, la source (accélérateur, réacteur, Soleil) produit un flux de neutrinos selon un spectre en énergie particulier ; et il n'est pas toujours possible de savoir à quel position exacte de la source le neutrino a été produit. De même des neutrinos sont détectés dans l'ensemble du détecteur à des distances L différentes. Ainsi, pour reproduire le résultat de la mesure, il est nécessaire de moyenner la probabilité d'oscillation sur la distribution en L/E de l'expérience.

Pour illustrer cela, nous pouvons prendre la probabilité de transition dans le formalisme à deux saveurs :

$$\mathbb{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \left(\frac{\Delta m^2 L}{2E} \right) \right) \quad (1.154)$$

8. L'impulsion $\mathbf{p}$ et la position $\mathbf{x}$ sont des variables conjuguées, et la distribution spatiale d'un paquet d'onde n'est que la transformée de Fourier de sa distribution en impulsion. Intégrer sur l'une est équivalent à intégrer sur l'autre et revient à tenir compte de l'ensemble du spectre du paquet d'onde.

avec $\Delta m^2 \equiv \Delta m_{12}^2$ la différence des masses au carré des deux états propres de masse. Si l'on prend la moyenne de cette probabilité par rapport à une distribution gaussienne en L/E , on obtient

$$\begin{aligned} \langle \mathbb{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) \rangle &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \left\langle \cos \left(\frac{\Delta m^2 L}{2E} \right) \right\rangle \right) \\ &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \left(\frac{\Delta m^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle \right) \cdot \exp \left(-\alpha \left(\frac{\langle L \rangle}{L^{\text{osc}}} \right)^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (1.155)$$

avec α un paramètre constant de l'ordre de 1. Pour une distance moyenne source-détecteur $\langle L \rangle \gg \langle L^{\text{osc}} \rangle$ le terme oscillant disparaît et il ne reste que le terme constant, comme le montre la Figure 1.7. En particulier, plus L est grand plus l'impact d'une petite erreur sur l'énergie $E' = E + \delta E$ (due à la résolution imparfaite de tout détecteur) induira une grande modification de la phase.

Nous pouvons prendre l'exemple des neutrinos solaires dont l'énergie moyenne est de l'ordre du MeV. Nous avons $L_{21}^{\text{osc}} \sim 100$ km pour une longueur de vol $L = 1$ u.a. $\simeq 1.5 \cdot 10^8$ km : les oscillations sont complètement moyennées.

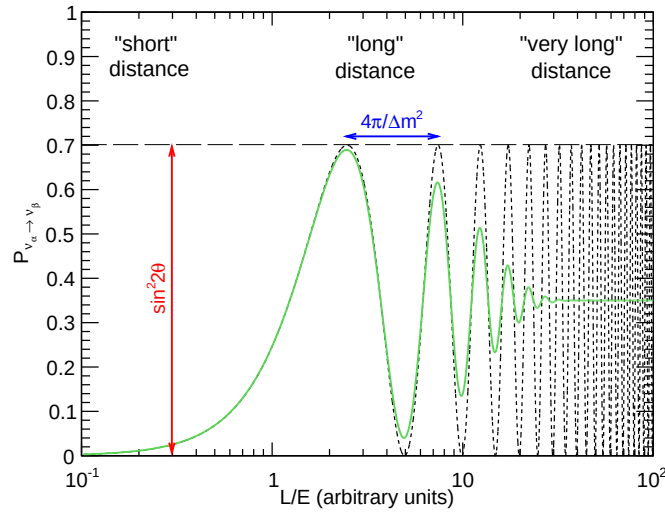


FIGURE 1.7 – Probabilité d'oscillation avec une distribution gaussienne en L/E , avec $\sigma = 0.2\langle L/E \rangle$, dans le cas d'une oscillation à deux saveurs. L'atténuation des oscillations (en vert) à cause du terme en $e^{-(L/L^{\text{osc}})^2}$ est comparée à la probabilité nominale (en pointillés). $4\pi/\Delta m^2$ correspond à L^{osc}/E , et $\sin^2 2\theta$ est l'expression de l'amplitude maximale de l'oscillation.

Oscillations des antineutrinos

Enfin, comme nous l'avons montré en (1.108), la fonction d'onde d'un antineutrino de saveur s'obtient à partir de celle d'un neutrino en remplaçant $U_{\alpha i}^*$ par son complexe conjugué $U_{\alpha i}$. Ainsi, on obtient

$$\mathbb{P}(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta, L/E) = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2 \Re \sum_{i < j} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \exp \left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \quad (1.156)$$

qui se réduit, le cas échéant, au même terme constant que celui des neutrinos. Notons que dans le cas où $\delta = 0$, la matrice U est réelle et les probabilités d'oscillation des neutrinos et des antineutrinos sont les mêmes.

Dans cette section, nous avons ainsi établi les probabilités d'oscillation des neutrinos (1.153) et des antineutrinos (1.156). Ces probabilités dépendent de la matrice de mélange U , du rapport L/E et des différences de masse au carré Δm_{ij}^2 des états propres de masse. Pour observer une transition $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ il faut que les états propres de masse soient de masses différentes, en particulier qu'ils aient (au moins l'un d'entre eux) une masse non nulle. Notons de plus que les expériences d'oscillations de neutrinos ne peuvent mesurer que les différences des masses au carré Δm_{ij}^2 des neutrinos et non la valeur absolue de ces masses.

C'est grâce à ces probabilités de transition que les expériences, avec la distribution en L/E qui les caractérise, travaillent à mesurer et déterminer les paramètres caractéristiques des oscillations des

neutrinos. Pour d'avantage de précision, il est important de voir comment la matière que rencontre les neutrinos lors de leur propagation modifie ces probabilités.

1.3.2 Oscillations dans la matière

Lors de leur propagation, les neutrinos peuvent diffuser sur les électrons, protons et neutrons (les particules stables) de la matière, par des interactions du type

$$\nu_\alpha + X \longrightarrow \nu_\alpha + X. \quad (1.157)$$

Les trois saveurs de neutrinos n'interagissent pas tous de la même manière : si la diffusion par courant neutre n'induit pas de différence entre les saveurs, seuls les ν_e peuvent interagir par courant chargé avec les électrons du milieu, comme le montre la Figure 1.8. Il n'y a pas d'interaction analogue pour les ν_μ et les ν_τ car la matière ordinaire ne contient pas de μ ou de τ . Ces diffusions peuvent être décrites par un hamiltonien d'interaction

$$\mathcal{H}_I(\mathbf{x}, t) = \sum_{\beta} \mathcal{V}_{\beta}(\mathbf{x}, t) |\nu_{\beta}\rangle\langle\nu_{\beta}| \quad (1.158)$$

dont l'action sur un état propre de saveur $|\nu_{\alpha}\rangle$ s'écrit

$$\mathcal{H}_I(\mathbf{x}, t)|\nu_{\alpha}\rangle = \mathcal{V}_{\alpha}(\mathbf{x}, t)|\nu_{\alpha}\rangle. \quad (1.159)$$

Puisque seuls les ν_e sont sensibles aux interactions par courant chargé, le potentiel d'interaction $\mathcal{V}_{\alpha}(\mathbf{x})$ vaut

$$\mathcal{V}_{\alpha}(\mathbf{x}, t) = V_{CC}(\mathbf{x}, t) \delta_{\alpha e} + V_{NC}(\mathbf{x}, t) \quad (1.160)$$

Les potentiels V_{CC} et V_{NC} sont proportionnels aux densités d'électrons $N_e = N_p$ et de neutrons N_n du milieu ainsi qu'à la constante de Fermi G_F qui décrit le couplage effectif de l'interaction faible à basse énergie. On a ainsi⁹ [32]

$$V_{CC}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{2} G_F N_e(\mathbf{x}, t) \quad (1.161)$$

$$V_{NC}(\mathbf{x}, t) = \sum_{f=e,n,p} \sqrt{2} G_F c_V^f N_f(\mathbf{x}, t) = -\frac{\sqrt{2}}{2} G_F N_n(\mathbf{x}, t) \quad (1.162)$$

où les densités peuvent varier le long du parcours du neutrino. Nous allons considérer dans la suite que l'environnement du neutrino est statique, soit $\mathcal{H}_I(\mathbf{x}, t) = \mathcal{H}_I(\mathbf{x})$.

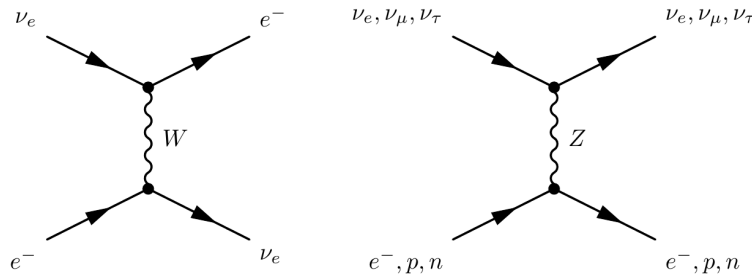


FIGURE 1.8 – Interactions des neutrinos lors de leur propagation dans la matière. La diffusion élastique par courant chargé (gauche) n'est possible que pour les ν_e alors que la diffusion par courant neutre (droite) concerne indifféremment les ν_e, ν_μ, ν_τ . Tiré de [32].

Cas général

Nous allons maintenant montrer que les oscillations dans la matière peuvent s'écrire d'une manière analogue aux oscillations dans le vide, avant de développer certains phénomènes physiques particuliers dans le formalisme simplifié à 2 saveurs. Nous suivons le traitement qui en est fait dans [32].

9. Dans l'hypothèse d'une matière neutre. Pour le potentiel d'interactions par courant neutre, une matière neutre donne $N_e = N_p$. Comme la Table 1.5 donne $c_V^p = 2c_V^u + c_V^d = -c_V^e$, les contributions des électrons et des protons au potentiel V_{NC} se compensent.

Hamiltonien et équation d'évolution Considérons un neutrino produit dans l'état propre de saveur ν_α . L'évolution temporelle de cet état au cours de sa propagation est donnée par l'équation de Schrödinger

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = \mathcal{H}(\mathbf{x}) |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle \quad (1.163)$$

avec $\mathcal{H}(\mathbf{x})$ l'hamiltonien total de la propagation dans la matière des neutrinos¹⁰. Cet hamiltonien peut se décomposer comme

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I(\mathbf{x}) \quad (1.164)$$

avec $\mathcal{H}_0$ l'hamiltonien de la propagation dans le vide, caractérisé par son action sur les neutrinos états propres de masse $|\nu_i\rangle$

$$\mathcal{H}_0 |\nu_i\rangle = E_i |\nu_i\rangle. \quad (1.165)$$

En appliquant (1.107),

$$\mathcal{H}_0 |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = \sum_{i, \gamma} U_{\alpha i}^* E_i U_{\gamma i} |\nu_\gamma(\mathbf{x}, t)\rangle \quad (1.166)$$

et on obtient avec (1.159)

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle = \sum_\gamma \left(\sum_i U_{\alpha i}^* E_i U_{\gamma i} + \mathcal{V}_\gamma(\mathbf{x}) \delta_{\gamma\alpha} \right) |\nu_\gamma(\mathbf{x}, t)\rangle. \quad (1.167)$$

Les oscillations des neutrinos sont la conséquence de l'évolution relative des amplitudes de transition au cours du temps. Si l'on suppose que les trois états propres de masse ont la même impulsion¹¹ on a pour chaque ν_i

$$E_i = p + \frac{m_i^2}{2E} \quad (1.168)$$

et nous pouvons extraire un terme global de l'équation d'évolution :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle &= \left(p + \frac{m_1^2}{2E} + V_{NC}(\mathbf{x}) \right) |\nu_\alpha(\mathbf{x}, t)\rangle \\ &+ \sum_\gamma \left(\sum_i U_{\alpha i}^* \frac{\Delta m_{i1}^2}{2E} U_{\gamma i} + V_{CC}(\mathbf{x}) \delta_{\gamma e} \delta_{\gamma\alpha} \right) |\nu_\gamma(\mathbf{x}, t)\rangle. \end{aligned} \quad (1.169)$$

La première ligne de (1.169) contient un terme $\lambda |\nu_\alpha\rangle$ qui va générer pour chaque saveur une même phase $e^{-i\lambda}$. Ce terme ne va donc pas modifier les probabilités d'oscillation et peut ainsi être omis dans le calcul de ces probabilités. D'après (1.116) $\bar{v} = 1 - \bar{m}^2/2E^2 \simeq 1$ au premier ordre, c'est-à-dire $t \simeq x$, avec $x = |\mathbf{x}|$. L'équation d'évolution peut donc se récrire, en ne gardant que les termes adéquats,

$$i \frac{\partial}{\partial x} |\nu_\alpha(x)\rangle = \sum_\gamma \left(\sum_i U_{\beta i}^* \frac{\Delta m_{i1}^2}{2E} U_{\gamma i} + V_{CC}(x) \delta_{\gamma e} \delta_{\gamma\alpha} \right) |\nu_\gamma(x)\rangle. \quad (1.170)$$

Sous forme matricielle, cette équation se récrit

$$i \frac{\partial}{\partial x} |\boldsymbol{\nu}_f(x)\rangle = \mathcal{H}_{\text{eff}}(x) |\boldsymbol{\nu}_f(x)\rangle \quad \text{avec} \quad \mathcal{H}_{\text{eff}}(x) = \frac{1}{2E} \left(U^* \mathbb{M}^2 U^T + \mathbb{V}(x) \right) \quad (1.171)$$

avec à trois saveurs

$$|\boldsymbol{\nu}_f(x)\rangle = \begin{pmatrix} |\nu_e(x)\rangle \\ |\nu_\mu(x)\rangle \\ |\nu_\tau(x)\rangle \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{V}(x) = \begin{pmatrix} a(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.172)$$

et $a(x) = 2\sqrt{2}E G_F N_e(x)$. L'expression générique de la propagation des neutrinos de saveur dans la matière est enfin donnée par

$$|\boldsymbol{\nu}_f(x)\rangle = e^{-i \int \mathcal{H}_{\text{eff}}(x) dx} |\boldsymbol{\nu}_f(0)\rangle. \quad (1.173)$$

10. Les équations (1.163) pour toutes les saveurs α sont équivalentes en termes d'opérateurs à $i \partial_t \hat{O}(\mathbf{x}, t) = \mathcal{H}(\mathbf{x}) \hat{O}(\mathbf{x}, t)$.

11. Cela revient à prendre $\lambda_i^E = 1/2$ et $\lambda_i^p = 0$ pour tout i dans (1.113). De plus, avec cette hypothèse (1.109) devient

$$|\nu_i(\mathbf{x}, t)\rangle = e^{-i(E_i t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})} |\nu_i\rangle$$

et $e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}}$ est une phase identique pour les trois ν_i n'intervenant pas dans le calcul de la probabilité d'oscillation. On peut alors se satisfaire de

$$|\nu_i(\mathbf{x}, t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle$$

et de l'équation de Schrödinger (1.163) comme équation d'évolution.

États propres de la propagation dans la matière L'équation (1.171) décrit la propagation des neutrinos de saveur dans la matière. La diagonalisation de l'hamiltonien $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ donne les états propres de la propagation dans la matière. Dans le cas où $a(x) = 0$, nous avons déjà une forme diagonalisée $U^* \mathbb{M}^2 U^T$ avec la matrice U_{PMNS} ; les vecteurs propres sont les ν_i que nous avons introduits précédemment, états propres de la propagation dans le vide.

Dans le cas général, le terme décrivant les effets de matière vaut

$$a(x) = 1.53 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2 \cdot \rho(x) [\text{g.cm}^{-3}] \cdot E [\text{GeV}] \cdot \left\langle \frac{Z}{A} \right\rangle_x \quad (1.174)$$

avec ρ la densité du milieu et $\langle Z/A \rangle$ la proportion de protons parmi les nucléons du matériau à la position x . Ce terme est d'un ordre de grandeur comparable aux différences de masse au carré (voir Table 1.6), ce qui signifie que les interactions dans la matière ont un effet non négligeable sur les oscillations des neutrinos; il est important d'en tenir compte. Notons que pour les antineutrinos, le terme de matière est négatif et vaut $-a$.

L'hamiltonien peut se récrire sous forme diagonalisée (à une phase globale près)

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(x) = \frac{1}{2E} (\tilde{U}^* \tilde{\mathbb{M}}^2 \tilde{U}^T) \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbb{M}}^2 \equiv \text{Diag}(0, \Delta \tilde{m}_{21}^2, \Delta \tilde{m}_{31}^2) \quad (1.175)$$

où les matrices $\tilde{U}$, $\tilde{\mathbb{M}}^2$ dépendent de la position selon les variations de la densité électronique $N_e(x)$. Nous avons $\Delta \tilde{m}_{ij}^2 \equiv \tilde{m}_i^2 - \tilde{m}_j^2$ avec $\tilde{m}_i$ les masses des états propres de la propagation dans la matière qui sont donnés par

$$|\nu_{\mathbf{m}}^M\rangle = \tilde{U}^T |\nu_{\mathbf{f}}\rangle \quad \text{c'est-à-dire} \quad |\nu_i^M\rangle = \sum_{\alpha} \tilde{U}_{\alpha i} |\nu_{\alpha}\rangle \quad (1.176)$$

et varient aussi avec N_e . L'équation de propagation des neutrinos de masse $|\nu_i^M\rangle$ est donnée par

$$i \frac{\partial}{\partial x} |\nu_{\mathbf{m}}^M(x)\rangle = \frac{1}{2E} \tilde{\mathbb{M}}^2 |\nu_{\mathbf{m}}^M(x)\rangle + i \frac{\partial \tilde{U}^T}{\partial x} \tilde{U}^* |\nu_{\mathbf{m}}^M(x)\rangle. \quad (1.177)$$

La variabilité des états propres ν_i^M induit un terme supplémentaire en $\partial \tilde{U}^T / \partial x$ dans l'équation d'évolution. En raison de la variation de ces états propres dans la matière, la décomposition du neutrino ν_{α} en états propres de propagation ν_i^M varie aussi, ce qui n'était pas le cas dans le vide. Dans le cas où la densité d'électrons N_e varie peu en fonction de la position (hypothèse d'adiabaticité), ce qui se traduit par

$$\left\| \frac{\partial \tilde{U}^T}{\partial x} \tilde{U}^* \right\| \ll \left\| \frac{1}{2E} \tilde{\mathbb{M}}^2 \right\|, \quad (1.178)$$

l'évolution des états propres de masse $|\nu_{\mathbf{m}}^M(x)\rangle$ est diagonale :

$$|\nu_{\mathbf{m}}^M(L)\rangle = \exp \left(-i \frac{1}{2E} \int_0^L \tilde{\mathbb{M}}^2(x) dx \right) \cdot |\nu_{\mathbf{m}}^M(0)\rangle. \quad (1.179)$$

Dans le cas contraire, le terme en $\partial \tilde{U}^T / \partial x$ introduit des transitions $\nu_i^M \rightarrow \nu_j^M$ entre les états propres de masse dans la matière d'autant plus importantes que l'évolution est non-adiabatique.

Probabilité d'oscillation Nous pouvons maintenant calculer la probabilité de détecter un neutrino ν_{β} à partir d'un neutrino ν_{α} sous l'hypothèse d'adiabaticité (1.178). Nous avons besoin d'introduire ici l'opérateur de propagation $\hat{O}$

$$\hat{O}(L) = e^{-i \int_0^L \mathcal{H}_{\text{eff}}(x) dx} \quad (1.180)$$

qui s'exprime à l'aide des états propres de masse (sous l'hypothèse d'adiabaticité) comme

$$\hat{O}(L) = \sum_i |\nu_i^M\rangle e^{-i \int_0^L \Delta \tilde{m}_{i1}^2 dx} \langle \nu_i^M|. \quad (1.181)$$

L'amplitude $\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(L) \rangle \equiv \langle \nu_{\beta} | \hat{O}(L) | \nu_{\alpha} \rangle$ s'écrit donc

$$\langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(L) \rangle = \sum_i \langle \nu_{\beta} | \nu_i^M \rangle e^{-i \frac{1}{2E} \int_0^L \Delta \tilde{m}_{i1}^2(x) dx} \langle \nu_i^M | \nu_{\alpha} \rangle \quad (1.182)$$

avec $\langle \nu_i^M | \nu_\alpha \rangle = \tilde{U}_{\alpha i}^{*(0)}$ au niveau de la production en $x = 0$ et $\langle \nu_\beta | \nu_i^M \rangle = \tilde{U}_{\beta i}^{(L)}$ au niveau de la détection en $x = L$. L'hypothèse d'adiabaticité n'exclut pas des variations très légères de la densité de matière donc les matrices de mélange $\tilde{U}^{(0)}$ et $\tilde{U}^{(L)}$ peuvent être *a priori* différentes. Ainsi

$$\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L/E) = \left| \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle \right|^2 = \left| \sum_i \tilde{U}_{\beta i}^{(L)} e^{-i \frac{1}{2E} \int_0^L \Delta \tilde{m}_{i1}^2(x) dx} \tilde{U}_{\alpha i}^{*(0)} \right|^2 \quad (1.183)$$

soit enfin

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, L/E) &= \sum_{i,j} \tilde{U}_{\alpha i}^{*(0)} \tilde{U}_{\beta i}^{(L)} \tilde{U}_{\alpha j}^{(0)} \tilde{U}_{\beta j}^{*(L)} e^{-i \tilde{\phi}_{ij}} \\ &= \sum_i \left| \tilde{U}_{\alpha i}^{(0)} \right|^2 \left| \tilde{U}_{\beta i}^{(L)} \right|^2 + 2 \Re \sum_{i < j} \tilde{U}_{\alpha i}^{*(0)} \tilde{U}_{\beta i}^{(L)} \tilde{U}_{\alpha j}^{(0)} \tilde{U}_{\beta j}^{*(L)} e^{-i \tilde{\phi}_{ij}} \end{aligned} \quad (1.184)$$

avec

$$\tilde{\phi}_{ij} = \int_0^L \frac{\Delta \tilde{m}_{ij}^2(x)}{2E} dx. \quad (1.185)$$

Nous retrouvons ici un résultat dont la forme est très similaire à celle de la probabilité d'oscillation dans le vide (1.153). Notons encore une fois ici que les termes de matrices $\tilde{U}_{\alpha i}$ et les différences de masses au carré $\Delta \tilde{m}_{ij}^2$ peuvent dépendre de la position du neutrino dans l'espace en raison des variations de la densité d'électrons dans la matière $N_e(x)$ le long de son parcours.

Oscillations à deux saveurs

À deux saveurs, de manière analogue à (1.105), on peut écrire la matrice de mélange et la matrice de masse dans la matière $\tilde{U}(x)$ à l'aide d'un angle de mélange $\tilde{\theta}(x)$ et d'une unique différence de masse au carré $\Delta \tilde{m}^2$:

$$\tilde{U}(x) = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}(x) & \sin \tilde{\theta}(x) \\ -\sin \tilde{\theta}(x) & \cos \tilde{\theta}(x) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{M}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta \tilde{m}^2(x) \end{pmatrix}. \quad (1.186)$$

Nous obtenons les expressions suivantes :

$$\Delta \tilde{m}^2(x) = \sqrt{a(x)^2 + (\Delta m^2)^2 - 2 a(x) \Delta m^2 \cos 2\theta}, \quad (1.187)$$

$$\cos 2\tilde{\theta}(x) = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta - a(x)}{\Delta \tilde{m}^2(x)}, \quad \sin 2\tilde{\theta}(x) = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta \tilde{m}^2(x)}, \quad \tan 2\tilde{\theta}(x) = \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{a(x)}{\Delta m^2 \cos 2\theta}}. \quad (1.188)$$

Dans ce qui suit, nous allons supposer $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 > 0$.

Densité de matière constante Considérons tout d'abord le cas simple $N_e(x) = N_e$. Dans ce cas, $\tilde{\theta}$ et $\Delta \tilde{m}^2$ sont constants et

$$\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) = \sin^2 2\tilde{\theta} \sin^2 \frac{\Delta \tilde{m}^2 L}{4E}. \quad (1.189)$$

En fonction de la valeur de N_e , plusieurs cas de figure sont possibles :

- lorsque $a \ll \Delta m^2 \cos 2\theta$, on obtient $\tilde{\theta} \simeq \theta$ et $\Delta \tilde{m}^2 \simeq \Delta m^2$: on retrouve le cas de la propagation dans le vide, avec la matrice de mélange $\tilde{U} \simeq U_{\text{PMNS}}$:

$$\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) \simeq \mathbb{P}^{\text{vide}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}. \quad (1.190)$$

- lorsque $a \simeq \Delta m^2 \cos 2\theta$, c'est à dire $\tilde{\theta} = \pi/4$, le neutrino est au point dit de *résonance*¹². La différence de masse est minimale et le mélange est donc maximal ($\cos \tilde{\theta} = \sin \tilde{\theta} = 1/\sqrt{2}$) :

$$|\nu_e\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\nu_1^M\rangle + |\nu_2^M\rangle). \quad (1.191)$$

La probabilité de transition $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ s'écrit donc

$$\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) = \sin^2 \frac{\Delta \tilde{m}^2 L}{4E} \quad (1.192)$$

et, au pic de l'oscillation, la transition est totale et ne dépend plus de l'angle de mélange dans le vide : $\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \big|_{\text{max}} = 1$.

12. Comme $a > 0$ pour les neutrinos, la résonance n'est possible que si $\Delta m^2 \cos 2\theta > 0$ i.e. $\theta < \pi/4$ (nous avons choisi la convention $\Delta m^2 > 0$).

- enfin, lorsque $a \gg \Delta m^2 \cos 2\theta$, on a $\tilde{\theta} = \pi/2$ et $|\nu_e\rangle = |\nu_2^M\rangle$. Dans ce cas, la différence de masse $\Delta \tilde{m}^2 \simeq a \gg \Delta m^2$ est telle qu'il n'y a plus de mélange, les oscillations sont supprimées :

$$\mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L/E) = 0. \quad (1.193)$$

Densité de matière variable Lorsque la densité de matière n'est plus constante, les états propres ν_i^M changent au cours de la propagation. Considérons au point $A(\mathbf{x}_A)$ un neutrino $|\nu_1^A\rangle$ état propre de l'hamiltonien total $\mathcal{H}(\mathbf{x}_A)$. Au point $B(\mathbf{x}_B)$ les états propres sont $|\nu_1^B\rangle$ et $|\nu_2^B\rangle$, qui sont distincts du neutrino $|\nu_1^A\rangle$. Il est donc possible que des transitions $\nu_1^A \rightarrow \nu_2^B$ se produisent.

A deux saveurs, l'hypothèse d'adiabaticité (1.178) s'écrit

$$|\partial_x \tilde{\theta}| \ll \frac{\Delta \tilde{m}^2}{4E} \quad \text{ou} \quad \gamma \equiv \frac{4E|\partial_x \tilde{\theta}|}{\Delta \tilde{m}^2} \ll 1. \quad (1.194)$$

Le facteur d'adiabaticité γ caractérise la validité de l'hypothèse d'adiabaticité et quantifie la probabilité P_c de transition $|\nu_1^A\rangle \rightarrow |\nu_1^B\rangle$. Le calcul détaillé dans l'Annexe A donne pour la probabilité de croisement moyenne

$$\overline{P_c} \underset{\gamma \ll 1}{\sim} \frac{\gamma^2(x_A)}{4} + \frac{\gamma^2(x_B)}{4}. \quad (1.195)$$

qui est négligeable au second ordre en γ . Ainsi :

- plus la différence $\Delta \tilde{m}^2$ entre les masses au carré des neutrinos ν_1 et ν_2 est grande, plus les transitions sont rares ;
- plus l'angle de mélange $\tilde{\theta}$ varie lentement, plus les transitions $\nu_1 \rightarrow \nu_2$ sont rares.

Si l'hypothèse d'adiabaticité est valide tout au long du parcours du neutrino, nous pouvons négliger les transitions entre états propres de masse et la probabilité d'oscillation devient

$$\mathbb{P}^{\text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L, E) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\tilde{\theta}^{(0)} \cos 2\tilde{\theta}^{(L)} - \frac{1}{2} \sin 2\tilde{\theta}^{(0)} \sin 2\tilde{\theta}^{(L)} \cos \int_0^L \frac{\Delta \tilde{m}^2}{2E} dx, \quad (1.196)$$

où interviennent seulement les valeurs de l'angle de mélange lors de la production et lors de la détection.

L'exemple du Soleil

Les oscillations des ν_e produits dans le Soleil sont très bien décrites par le formalisme à deux saveurs, avec $\Delta m^2 \simeq \Delta m_{21}^2$ et $\theta \simeq \theta_{12}$. Comme nous l'avons évoqué avec la Figure 1.7, le terme oscillant est remplacé par sa valeur moyenne car $L \ll L_{\text{osc}}$. Le Soleil est composé principalement d'hydrogène, c'est-à-dire $\langle Z/A \rangle = 1$. En son centre $\rho^0 \sim 150 \text{ g.cm}^{-3}$ ce qui donne selon (1.174)

$$a^0 \simeq 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot E[\text{MeV}] \text{ eV}^2 \quad (1.197)$$

Avec les valeurs données dans la Table 1.6, nous avons $\Delta m^2 \cos 2\theta \simeq 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$. Définissons l'énergie de résonance E_{res} comme l'énergie au dessus de laquelle la résonance est possible : $E_{\text{res}} \simeq 1.3 \text{ MeV}$. Deux cas de figure sont possibles selon l'énergie du neutrino (voir Figure 1.9) :

- Pour $E > E_{\text{res}}$, la production a lieu au delà de la résonance : par exemple pour $E \sim 10 \text{ MeV}$, $\tilde{\theta}^{(0)} \simeq \pi/2$: le ν_e est ainsi presque produit comme un pur état de masse ν_2^M . Si la propagation est adiabatique¹³ jusqu'à l'extérieur du Soleil, les transitions $\nu_2 \rightarrow \nu_1$ sont négligeables. La propagation jusqu'à nos détecteurs se fait dans le vide avec $\tilde{\theta}^{(L)} = \theta$ et l'on obtient

$$\bar{\mathbb{P}}^{\text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \sin^2 \theta. \quad (1.198)$$

- Pour $E < E_{\text{res}}$, le neutrino ne rencontre jamais de résonance et sa propagation adiabatique donne simplement

$$\bar{\mathbb{P}}^{\text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \frac{1 + \cos 2\tilde{\theta}^{(0)} \cos 2\theta}{2}. \quad (1.199)$$

Nous avons vu dans cette section comment la présence de matière modifie les probabilités d'oscillations en modifiant la matrice de mélange, et comment une variation rapide de la densité électronique peut générer le phénomène de transition entre les états propres de masse $\nu_1 \rightarrow \nu_2$. Ces phénomènes nouveaux doivent être pris en compte avec soin afin de pouvoir extraire correctement les paramètres de mélange de nos expériences d'oscillations. Dans la section 1.3.4, nous verrons comment la probabilité d'oscillation dans le vide (1.153) est modifiée dans l'expérience T2K par le passage du faisceau dans la croûte terrestre.

13. Cela n'est pourtant pas le cas, la propagation est complètement adiabatique seulement pour $E \lesssim 0.05 \text{ MeV}$.

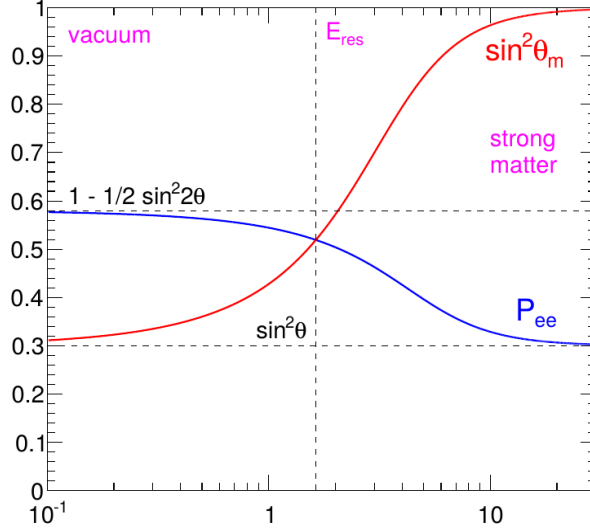


FIGURE 1.9 – L’angle de mélange dans la matière $\tilde{\theta} \equiv \theta_m$ et la probabilité $\mathbb{P}^{\text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_e)$ en fonction de l’énergie du neutrino en MeV.

1.3.3 Mesures expérimentales des paramètres des oscillations

Les oscillations des neutrinos sont décrites à l’aide des paramètres de la matrice de mélange θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} et δ ainsi que des différences des masses au carré des états propres de masse, dont deux seulement sont indépendantes.

Différents types d’expériences Il existe dans l’univers des sources très variées et des processus divers de production des neutrinos. La probabilité d’oscillation (1.153) s’exprime en fonction des phases $\Delta_{ij} \equiv \Delta m_{ij}^2 L / 4E$ comme le fait apparaître, par exemple, l’expression (1.203). Ainsi, le maximum de cette probabilité s’obtient pour des valeurs telles que

$$\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \simeq \frac{\pi}{2} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{L}{L_{ij}^{\text{osc}}} \simeq 1. \quad (1.200)$$

En effet :

- si $L \ll L_{ij}^{\text{osc}}$, les oscillations n’ont pas le temps de se développer : $\mathbb{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \simeq \delta_{\alpha\beta}$;
- si $L \gg L_{ij}^{\text{osc}}$, les effets de moyenne liées à la distribution en L/E de l’expérience suppriment le caractère oscillant de la propagation des neutrinos (voir Figure 1.7).

C’est ainsi que les différentes expériences choisissent l’énergie de leur source de neutrinos et/ou la distance entre leur source et leur détecteur en fonction de la différence de masses au carré à laquelle elles souhaitent être sensibles, de manière à satisfaire (1.200).

Il est possible de regrouper les grandes expériences d’étude des neutrinos en plusieurs catégories principales, en fonction des paramètres de la matrice de mélange et des différences de masses au carré auxquels elles ont accès. La liste suivante ne mentionne que les expériences qui proposent actuellement les mesures les plus précises sur ces paramètres.

1. **Neutrinos solaires** : SNO [33], Super-Kamiokande [34]. Ces expériences détectent la disparition des ν_e produits par les réactions de fusion nucléaire au cœur du Soleil, d’énergie entre 0.1 et 10 MeV. Elles sont sensibles à Δm_{21}^2 et $\sin^2 2\theta_{12}$.
2. **Neutrinos atmosphériques** : Super-Kamiokande, IceCube [35]. Les rayons cosmiques interagissent dans les hautes couches de l’atmosphère en produisant des pions et des kaons. Ceux-ci se désintègrent ensuite selon par exemple $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, puis également selon $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$. En recherchant la disparition des ν_μ , ces expériences sont sensibles à Δm_{32}^2 et $\sin^2 2\theta_{23}$.

3. Neutrinos de réacteurs : KamLAND [36], Daya Bay [37] (RENO, Double Chooz). Les réactions de fissions nucléaires produisent un flux intense de $\bar{\nu}_e$ d'énergie de l'ordre de 1 MeV. Placés à environ 1 kilomètre des réacteurs, ces expériences sont sensibles à Δm_{32}^2 et $\sin^2 2\theta_{13}$. En ce qui concerne l'expérience KamLAND $L \simeq 180$ km ce qui la rend sensible à Δm_{21}^2 et $\sin^2 2\theta_{12}$.
4. Neutrinos d'accélérateurs : T2K [38], MINOS [39], NO ν A [40]. Les accélérateurs peuvent produire un faisceau de neutrinos ν_μ par désintégrations successives de pions puis de muons (voir le Chapitre 2 pour une description détaillée de l'expérience T2K). Les neutrinos produits ont des énergies de l'ordre de 1 GeV. Placées à quelques centaines de kilomètres de la source, elles sont sensibles à Δm_{32}^2 . En étudiant la disparition des ν_μ , ces expériences peuvent mesurer $\sin^2 2\theta_{23}$ et en observant l'apparition des ν_e , elles mesurent $\sin^2 2\theta_{13}$.

Après une décennie de mesures, la plupart des paramètres d'oscillation sont connus avec une précision inférieure à 10 % ; leurs valeurs sont présentées dans la Table 1.6. Deux principales mesures restent à effectuer : la phase de violation CP δ et le signe de Δm_{32}^2 , qui détermine la hiérarchie de masse de neutrinos.

Paramètre	Valeur (2018)
$\sin^2 \theta_{12}$	0.307 ± 0.013
$\sin^2 \theta_{13}$	0.0212 ± 0.0008
$\sin^2 \theta_{23}$	0.59 ± 0.03
Δm_{21}^2	$(7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5} \text{ eV}^2$
$ \Delta m_{32}^2 $	$(2.51 \pm 0.05) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$
δ_{CP}	dans $[0, 2\pi]$

TABLE 1.6 – Valeurs récentes des paramètres d'oscillation des neutrinos, avec barres d'erreur à 1σ . Tiré de [24].

Hiérarchie de masse L'existence de l'effet MSW [34, 41], c'est-à-dire la présence d'une résonance dans le Soleil, impose la condition $\Delta m_{21}^2 \cos 2\theta_{12} \equiv a_R > 0$. Quitte à changer l'angle de mélange selon $\theta_{12} \rightarrow \theta_{12} + \pi/2$ (ce qui reviendrait à échanger ν_1 et ν_2) on peut choisir par convention $\Delta m_{21}^2 > 0$ et $\theta_{12} \in [0, \pi/4]$. Il y a ainsi deux possibilités pour la hiérarchie de masse (voir Figure 1.10) :

$$\text{Hiérarchie normale (NH)} : \Delta m_{32}^2 > 0 \implies m_3 > m_2 > m_1; \quad (1.201)$$

$$\text{Hiérarchie inverse (IH)} : \Delta m_{32}^2 < 0 \implies m_2 > m_1 > m_3. \quad (1.202)$$

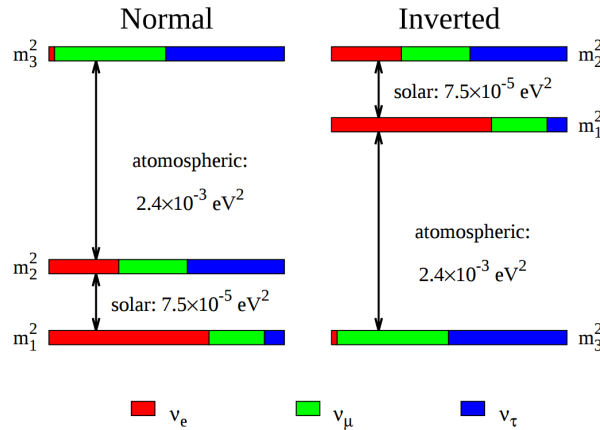


FIGURE 1.10 – Représentation schématique des deux hiérarchies de masses, normale (à gauche) et inversée (à droite), avec le contenu en saveur de chaque ν_i . Tiré de [30].

La phase de violation CP La phase δ_{CP} , si elle est différente de 0, entraînerait une violation de la symétrie CP dans le secteur des leptons : les neutrinos et les antineutrinos n'oscilleraient ainsi pas de la même manière. L'expérience T2K est en bonne position pour obtenir les premières indications d'une telle violation de la symétrie CP (voir Figure 1.14). Précisons cependant qu'une telle asymétrie matière/antimatière ne peut pas expliquer simplement pourquoi l'univers n'est composé aujourd'hui que de matière : il faudrait pour cela, par exemple, des oscillations $\bar{\nu} \rightarrow \nu$.

1.3.4 Les oscillations dans l'expérience T2K

Le complexe d'accélérateurs de J-PARC (voir Chapitre 2) peut produire un faisceau de neutrinos ν_μ ou d'antineutrinos $\bar{\nu}_\mu$ envoyé en direction de Super-Kamiokande. La mesure des paramètres de l'oscillation des neutrinos s'effectue par l'étude des probabilités d'apparition $\mathbb{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ et $\mathbb{P}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ et de disparition $1 - \mathbb{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ et $1 - \mathbb{P}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$. L'oscillation qui prédomine est cependant $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ (voir Figure 1.11) mais la détection des ν_τ est impossible dans notre cas. En effet, le seuil en énergie pour la réaction $\nu_\tau + n \rightarrow \tau^- + p$ est $E_\nu^{\text{th}} \simeq 3.45$ GeV et très peu des neutrinos du faisceau de atteignent cette énergie (voir Figure 2.3). De plus, en raison de leur faible temps de vie $\tau_\tau \simeq 2.9 \times 10^{-13}$ s les leptons τ ne parcourent qu'une centaine de micromètres dans le détecteur SK ce qui rend leur identification très compliquée.

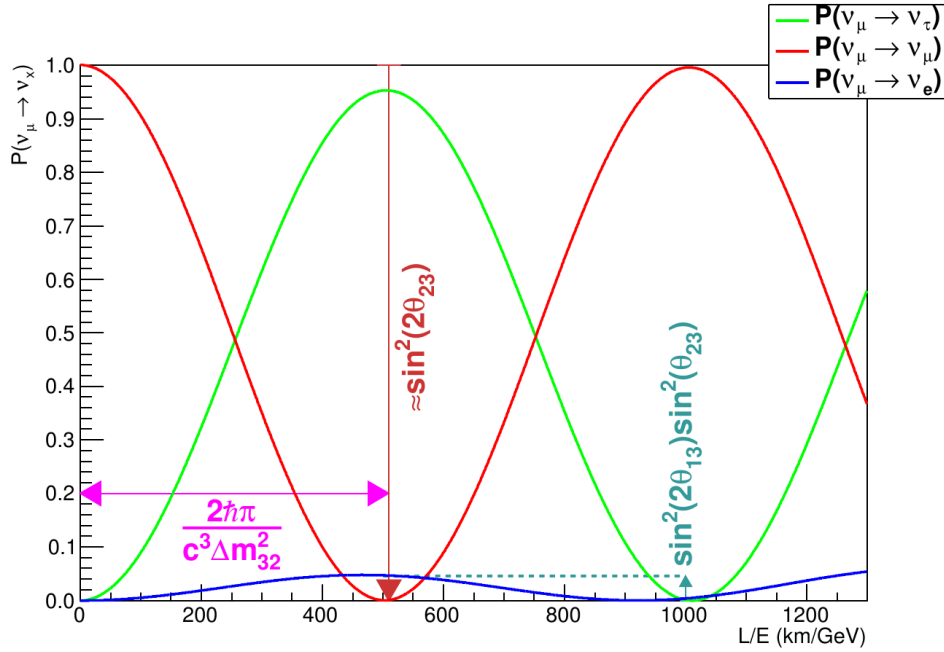


FIGURE 1.11 – Evolution des probabilités d'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ en fonction du rapport L/E . Seuls les canaux $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ et $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ sont observables pour l'expérience T2K. Tiré de [42].

Oscillations dans le vide Avec le formalisme complet à 3 saveurs et la paramétrisation de la matrice PMNS (1.104), la probabilité d'apparition des ν_e peut s'écrire

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{\text{vide}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & 4 c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 \sin^2 \Delta_{31} \\ & + 4 c_{13}^2 s_{12}^2 (c_{12}^2 c_{23}^2 + s_{12}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 - 2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{13} s_{23} \cos \delta) \sin^2 \Delta_{21} \\ & + 8 c_{13}^2 s_{12} s_{13} s_{23} (c_{12} c_{23} \cos \delta - s_{12} s_{13} s_{23}) \sin \Delta_{31} \sin \Delta_{21} \cos \Delta_{32} \\ & - 8 c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{13} s_{23} \sin \delta \sin \Delta_{31} \sin \Delta_{21} \sin \Delta_{32} \end{aligned} \quad (1.203)$$

avec $\Delta_{ij} \equiv \phi_{ij}/2 = \Delta m_{ij}^2 L/4E$ dont la valeur numérique est donnée par

$$\Delta_{ij} = 1.27 \frac{\Delta m_{ij}^2 [\text{eV}^2/c^4] L [\text{km}]}{E [\text{GeV}]} \quad (1.204)$$

La distance $L = 295$ km et l'énergie $E = 0.6$ GeV ont été choisies de telle sorte que $\Delta_{31} \simeq \Delta_{32} \simeq \pi/2$. Comme l'on a également $\Delta_{21} \ll \Delta_{32}, \Delta_{31}$, la probabilité d'oscillation est dominée par le terme en $\sin^2 \Delta_{31}$, et la probabilité d'apparition des ν_e est maximale.

Pour l'apparition des $\bar{\nu}_e$ dans un faisceau de $\bar{\nu}_\mu$, la probabilité est donnée simplement en remplaçant δ par $-\delta$ dans l'expression ci-dessus de $\mathbb{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$. Le quatrième terme de (1.203) est donc celui qui manifeste une éventuelle violation de la symétrie CP :

$$\mathbb{P}^{\text{vide}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - \mathbb{P}^{\text{vide}}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = -16 c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{13} s_{23} \sin \delta \sin \Delta_{31} \sin \Delta_{21} \sin \Delta_{32}. \quad (1.205)$$

Effets de matière Le faisceau de neutrinos plonge sous la surface terrestre pour atteindre Super-Kamiokande (voir Figure 2.2) ; au plus profond, il atteint 1700m sous le niveau de la mer. La densité de la matière qui compose notre planète est représentée sur la Figure 1.12 ; pour la croûte terrestre continentale, $\rho \simeq 2.7 \text{ g.cm}^{-3}$ est approximativement constante sur les 35 premiers kilomètres. La composition chimique de la croûte terrestre [43] nous donne $\langle Z/A \rangle \simeq 0.495$, c'est-à-dire pour un neutrino d'environ 0.6 GeV

$$a(x) \equiv a \simeq 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}^2. \quad (1.206)$$

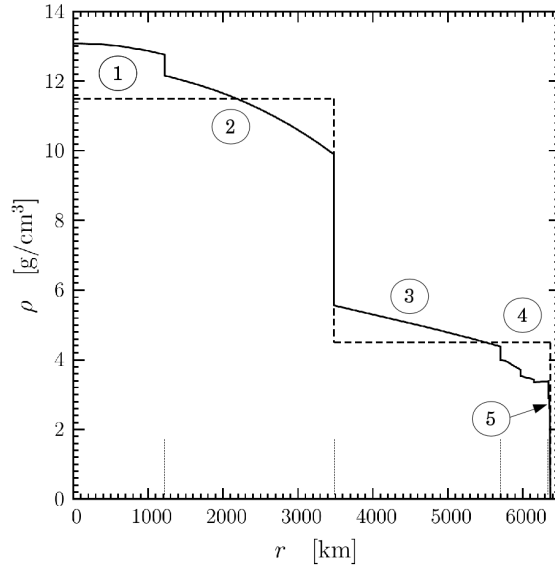


FIGURE 1.12 – Densité ρ de la matière terrestre en fonction de la distance r au centre. 1 : noyau interne ; 2 : noyau externe ; 3 : manteau inférieur ; 4 : manteau supérieur ; 5 : croûte terrestre. Ligne pointillée : moyenne dans le noyau et le manteau. Tiré de [32].

Les formes explicites des probabilités d'oscillation dans la matière peuvent être obtenues en considérant que $a, \Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$ [44]. Avec les caractéristiques de l'expérience T2K, $\Delta_{31} \sim 1$ donc $\Delta_{21} \ll 1$. Ainsi, au premier ordre en Δ_{21} , $a/\Delta m_{31}^2$ et $\Delta_{31} \cdot a/\Delta m_{31}^2 = aL/4E$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) &\simeq \mathbb{P}^{\text{vide}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \Big|_{\Delta_{21} \ll 1} \\ &+ 8 \frac{a}{\Delta m_{31}^2} c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 (1 - 2s_{13}^2) \sin^2 \Delta_{31} \\ &- 8 \frac{aL}{4E} c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 (1 - 2s_{13}^2) \sin \Delta_{31} \cos \Delta_{31} \end{aligned} \quad (1.207)$$

avec, encore au premier ordre en Δ_{21}

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{\text{vide}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \Big|_{\Delta_{21} \ll 1} &\simeq 4 c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 \sin^2 \Delta_{31} \\ &+ 8 \Delta_{21} c_{13}^2 s_{12} s_{13} s_{23} (c_{12} c_{23} \cos \delta - s_{12} s_{13} s_{23}) \sin \Delta_{31} \cos \Delta_{31} \\ &- 8 \Delta_{21} c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{13} s_{23} \sin \delta \sin^2 \Delta_{31}. \end{aligned} \quad (1.208)$$

Pour les antineutrinos, la probabilité d'apparition s'obtient en faisant $\delta \rightarrow -\delta$ et $a \rightarrow -a$. Les effets de matière rajoutent donc une contribution au terme de violation CP :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{\text{mat.}}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - \mathbb{P}^{\text{mat.}}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) &= -16 \Delta_{21} c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{12} s_{13} s_{23} \sin \delta \sin^2 \Delta_{31} \\ &+ 16 \frac{a}{\Delta m_{31}^2} c_{13}^2 s_{13}^2 s_{23}^2 (1 - 2s_{13}^2) \sin \Delta_{31} (\sin \Delta_{31} - \Delta_{31} \cos \Delta_{31}) \end{aligned} \quad (1.209)$$

Il n'est donc pas si évident d'obtenir une mesure de la phase de violation CP δ , puisqu'il faut déconvoluer l'apport des effets de matière. On pourrait par exemple imaginer réduire l'énergie du faisceau de T2K pour augmenter le rapport L/E , ce qui augmenterait l'amplitude du terme en $\sin \delta$ et diminuerait celle du terme de matière ($\Delta_{21} \propto L/E$, $a \propto E$) [44]. Mais cela signifierait aussi quitter le maximum de la probabilité d'apparition des ν_e , ce qui n'est pas non plus souhaitable.

Derniers résultats En utilisant les formules d'apparition des ν_e et $\bar{\nu}_e$ et de disparition des ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$, la collaboration T2K peut obtenir une mesure de certains des paramètres de la matrice de mélange et des différences de masses au carré. Pour les effets de matière, la densité moyenne $\bar{\rho} = 2.6 \text{ g.cm}^{-3}$, obtenue à partir de relevés géologiques précis sur le trajet du faisceau [45], est utilisée. La Figure 1.13 représente la mesure simultanée de $|\Delta m_{32}^2|$ et de $\sin^2 \theta_{23}$, pour laquelle la collaboration T2K obtient les résultats les plus précis. L'estimation de la phase de violation CP est présentée sur la Figure 1.14. Les résultats semblent indiquer une violation maximale de CP puisque le meilleur ajustement des données donne actuellement $\delta_{CP} \simeq -\frac{\pi}{2}$. Cependant, la faible précision de la mesure ne permet pas d'exclure les valeurs $\delta_{CP} = 0$ ou π qui conservent la symétrie CP.

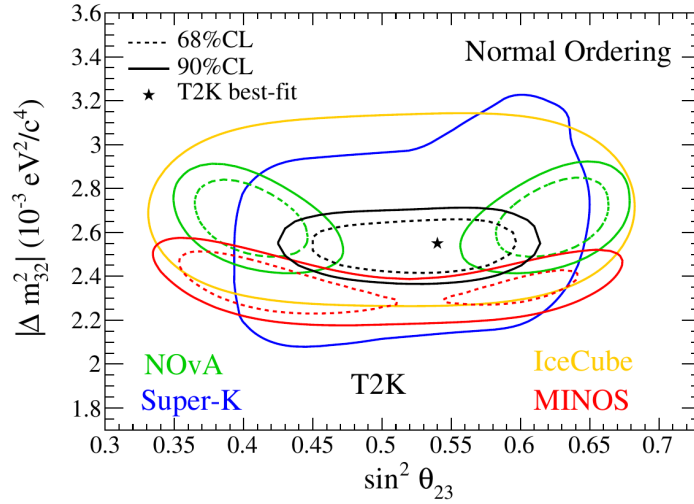


FIGURE 1.13 – Intervalles de confiance sur la mesure de $|\Delta m_{32}^2|$ et de $\sin^2 \theta_{23}$, dans l'hypothèse de la hiérarchie de masse normale. Tiré de [38].

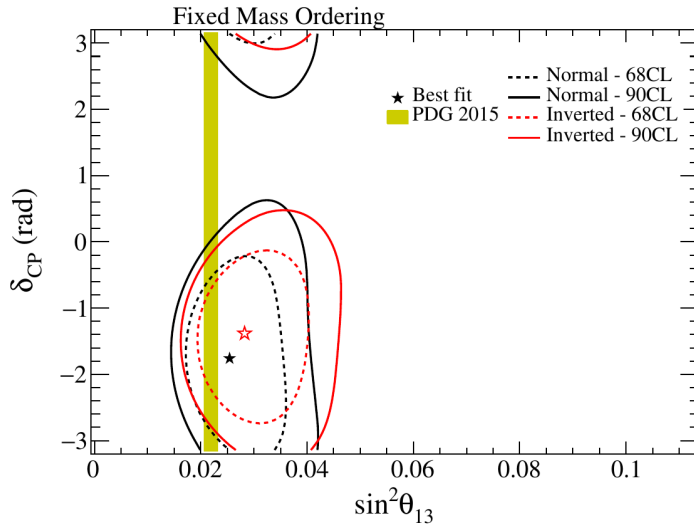


FIGURE 1.14 – Intervalles de confiance sur la mesure de la phase δ_{CP} et de $\sin^2 \theta_{13}$, pour les deux hiérarchies de masse. Tiré de [38].

1.4 Les interactions neutrino-noyau

Pour pouvoir étudier de manière expérimentale les oscillations des neutrinos, encore faut-il les détecter ! Nous recherchons des interactions par courant chargé

$$\nu + A \rightarrow l + A' \quad (1.210)$$

puisque c'est le lepton l produit qui nous permet d'identifier la saveur (e , μ ou τ) du neutrino incident. Les neutrinos interagissent dans la matière dont est faite nos détecteurs, composés d'atomes, c'est-à-dire de noyaux et d'électrons. De manière très générale, les interactions des neutrinos du type

$$\nu + A \rightarrow \sum_X X \quad (1.211)$$

ne sont possibles que si l'énergie du neutrino est suffisamment importante. A représente la cible du neutrino, et peut-être un électron, un proton, un neutron ou même un noyau. Pour pouvoir produire les particules X , l'énergie dans le référentiel du centre de masse de la réaction (1.211) doit être supérieure à la somme des masses des particules produites, ce qui se traduit par

$$s \equiv (\mathbf{P}_\nu + \mathbf{P}_A)^2 \geq \left(\sum_X m_X \right)^2 \quad (1.212)$$

La quantité s est invariante sous l'action des transformations de Lorentz et sa valeur ne dépend donc pas du référentiel choisi pour la calculer. Dans le référentiel du laboratoire, où la cible A est au repos, $\mathbf{P}_\nu = (E_\nu, \mathbf{p}_\nu)$ et $\mathbf{P}_A = (m_A, \mathbf{0})$. En négligeant la masse du neutrino, la condition (1.212) devient

$$m_A^2 + 2E_\nu m_A \geq \left(\sum_X m_X \right)^2 \quad (1.213)$$

de sorte que la réaction n'est possible que pour une énergie $E_\nu \geq E_\nu^{\text{seuil}}$ avec

$$E_\nu^{\text{seuil}} = \frac{(\sum_X m_X)^2}{2m_A} - \frac{m_A}{2}. \quad (1.214)$$

Regardons maintenant les interactions par courant chargé possibles des ν_μ dans un détecteur, et leur seuil en énergie, en fonction des cibles possibles :

$$\begin{array}{ll} \nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e & E_\nu^{\text{seuil}} = 10.9 \text{ GeV} \\ \nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p & E_\nu^{\text{seuil}} = 110 \text{ MeV} \\ \nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- + \mathcal{N}' & E_\nu^{\text{seuil}} \simeq m_\mu = 105.6 \text{ MeV si } m_{\mathcal{N}} \simeq m_{\mathcal{N}'} \end{array}$$

Ainsi, pour des ν_μ d'énergie de l'ordre de 1 GeV, seules les interactions sur les nucléons n , p et les noyaux $\mathcal{N}$ sont possibles¹⁴.

La structure complexe des noyaux, formés de nucléons eux mêmes composés de quarks, rend la description théorique exacte de ces interactions impossible à l'heure actuelle. Pour cette raison nous utilisons une simulation Monte-Carlo reposant sur des descriptions phénoménologiques qui font appel à un certain nombre de paramètres libres pouvant s'ajuster aux données expérimentales. Cette section a pour objet de présenter les modèles d'interactions des neutrinos avec les noyaux et d'introduire les paramètres libres utilisés dans notre simulation (NEUT).

Seules les sections efficaces d'interactions sur les quarks libres peuvent être obtenues analytiquement dans le cadre du Modèle Standard, car ce sont des particules élémentaires. Les interactions des neutrinos sur les nucléons (n ou p) en dérivent, comme nous le verrons dans la Section 1.4.1. Nous nous attarderons ensuite sur les modèles de production résonante d'un pion, interaction étudiée dans cette thèse, dans la Section 1.4.2. Enfin, des effets collectifs supplémentaires sont à prendre en compte pour décrire de manière plus fidèle les noyaux dans leur ensemble : c'est le sujet de la Section 1.4.3. Nous résumerons dans la Section 1.4.4 les valeurs des paramètres libres choisis pour l'implémentation dans notre simulation Monte-Carlo (NEUT). Pour conclure et synthétiser notre propos, nous présenterons une classification des interactions neutrino-noyau qui repose uniquement sur les particules observables (Section 1.4.5).

Même si ce qui va être énoncé reste parfois valable quelles que soient la saveur et l'énergie du neutrino, nous nous intéresserons plus précisément aux interactions des ν_μ avec une énergie d'environ 1 GeV qui composent le faisceau de l'expérience T2K.

¹⁴. Pour les interactions par courant neutre $\nu + A \rightarrow \nu + A'$, le seuil en énergie est très petit par rapport à $E_\nu \sim 1$ GeV quelle que soit la cible A . Ces interactions sont donc observables. Elles ne sont cependant pas l'objet d'étude principal de cette thèse et ne seront pas décrites plus en détail dans ce qui suit.

1.4.1 Les interactions sur un nucléon

Les modes d'interactions neutrino-nucléon

Différents modes sont possibles lorsque l'on s'intéresse aux interactions d'un neutrino avec un nucléon, n ou p . Outre les interactions par courant neutre $\nu + n/p \rightarrow \nu + n/p$, trois modes principaux d'interactions par courant chargé sont définis : interaction quasi-élastique (QE), interaction résonante (RES), et diffusion profondément inélastique (*Deep Inelastic Scattering*, DIS). Ils sont représentés sur la Figure 1.15. Plus l'énergie transférée au nucléon

$$q^2 \equiv (\mathbf{P}_\mu - \mathbf{P}_\nu)^2 \quad (1.215)$$

est importante, plus la structure interne de celui-ci pourra être modifiée. Les sections efficaces de chacun de ces modes est représentée, en fonction de l'énergie du neutrino E_ν , sur la Figure 1.16.

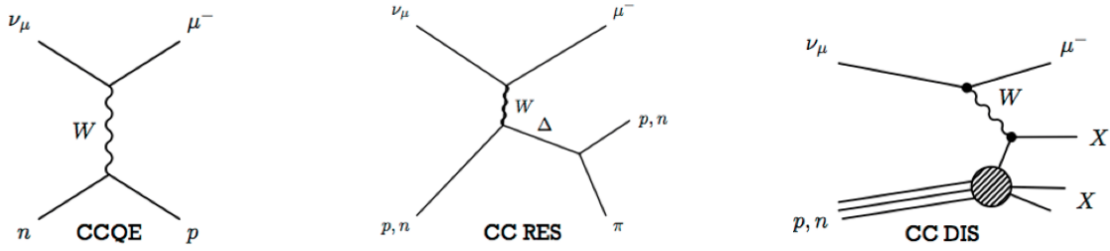


FIGURE 1.15 – Les modes d'interactions par courant chargé des neutrinos sur un nucléon.

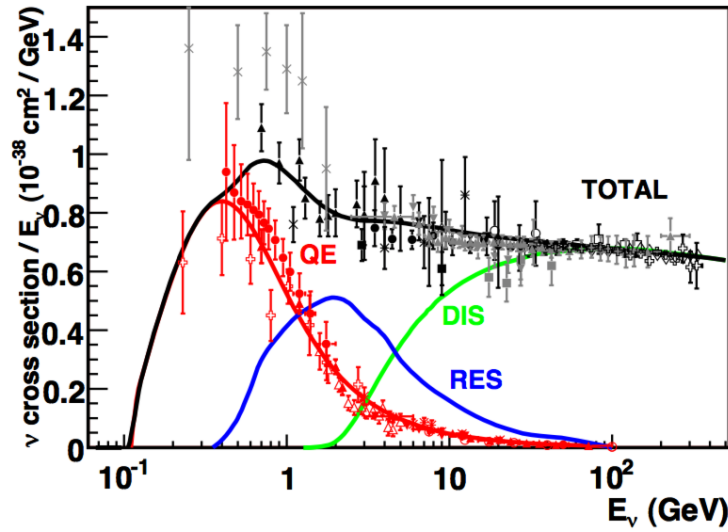


FIGURE 1.16 – Sections efficaces par nucléon des différents modes d'interaction par courant chargé des ν_μ (QE, RES et DIS). On retrouve les valeurs des seuils en énergie $E_\nu^{\text{seuil}}(\text{QE}) = 110 \text{ MeV}$ et $E_\nu^{\text{seuil}}(\text{RES}) \simeq 320 \text{ MeV}$. Les données correspondent aux résultats de plusieurs expériences (ANL, BNL, BEBC, etc) sur différents noyaux. Les sections efficaces sont normalisées au nombre de nucléons dans le noyau cible. Tiré de [46].

Interaction quasi-élastique $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ (QE) Elle est analogue à la diffusion élastique, d'où elle tire son nom. La structure interne du nucléon n'est pas fortement modifiée au-delà de l'effet du courant chargé $n \rightarrow p$. Ce mode domine pour les neutrinos de faible énergie, à partir du seuil $E_\nu^{\text{seuil}}(\text{QE}) \simeq 110 \text{ MeV}$.

Interaction résonante $\nu_\mu + n/p \rightarrow \mu^- + \Delta$ (RES) Dans ce mode, le nucléon se retrouve dans un état excité, ou résonance. Le plus léger est le hadron Δ (spin 3/2), de masse $m_\Delta = 1232 \text{ MeV}$ et de largeur de désintégration $\Gamma_\Delta = 117 \text{ MeV}$ [24]. Par exemple, le Δ^+ est constitué des mêmes quarks de valence (uud) que le proton ; il peut être considéré comme un état excité de celui-ci. En utilisant la

relation (1.213), le seuil en énergie de la production du Δ est $E_\nu^{\text{seuil}}(\text{RES}) \simeq 480$ MeV pour un Δ sur sa couche de masse. Grâce à la largeur de désintégration Γ_Δ (qui nous permet de produire des Δ avec une masse plus faible) le seuil peut-être abaissé à 320 MeV.

En second lieu, la désintégration de la résonance $\Delta \rightarrow \pi + n/p$ produit un pion et un nucléon. C'est ainsi le mode principal permettant la production d'un pion dans l'état final. Plusieurs autres résonances existent, de masses supérieures. Une description plus détaillée de la modélisation des interactions résonantes est proposé dans la Section 1.4.2.

Diffusion profondément inélastique $\nu_\mu + n/p \rightarrow \mu^- + X$ (DIS) Lorsque l'énergie transférée au nucléon est très importante, le système hadronique est profondément modifié et les quarks qui constituaient le nucléon forment plusieurs nouveaux hadrons (pions, kaons, nucléons). Présent dès 2-3 GeV, ce mode est complètement dominant à partir d'environ 10 GeV.

Du quark libre aux facteurs de forme

Après avoir décrit qualitativement les modes d'interaction par courant chargé, nous allons voir comment la section efficace d'interaction d'un neutrino sur un quark libre peut être étendue à la description des interactions neutrino-nucléon.

Considérons d'abord l'interaction d'un neutrino sur un quark libre d :

$$\nu_\mu(p) + d(k) \rightarrow \mu^-(p') + u(k'). \quad (1.216)$$

Rappelons l'expression du lagrangien d'interaction par courant chargé (1.48)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{CC}} &= -\frac{g_w}{\sqrt{2}} \sum_\alpha \left[\bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L} W_\rho^+ + \bar{u}_{\alpha L} \gamma^\rho d_{\alpha L} W_\rho^+ + \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho \nu_{\alpha L} W_\rho^- + \bar{d}_{\alpha L} \gamma^\rho u_{\alpha L} W_\rho^- \right] \\ &= -\frac{g_w}{2\sqrt{2}} \sum_\alpha \left[\hat{\ell}_\alpha^{+\rho} W_\rho^+ + \hat{\ell}_\alpha^{-\rho} W_\rho^- + \hat{h}_\alpha^{+\rho} W_\rho^+ + \hat{h}_\alpha^{-\rho} W_\rho^- \right] \end{aligned} \quad (1.217)$$

où α correspond aux trois saveurs des quarks et des leptons. $\hat{\ell}^\pm$ et $\hat{h}^\pm$ sont appelés courants leptoniques et hadroniques : ils contiennent les opérateurs de création et d'annihilation des fermions.

Notons pour ce qui va suivre $q = p' - p = k - k'$ le quadri-vecteur énergie-impulsion du boson W . L'élément de matrice $\mathcal{M}$ caractérisant cette interaction s'écrit pour $q^2 \ll M_W^2$

$$\mathcal{M} = -\frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} L_\rho H^\rho \quad (1.218)$$

où G_F est la constante de Fermi. Les termes L_ρ et H_ρ décrivent respectivement la partie leptonique et hadronique de l'interaction :

$$\begin{aligned} L_\rho &= \langle \mu(p') | \hat{\ell}_\rho^- | \nu_\mu(p) \rangle \\ &= \bar{u}_\mu(p') \gamma_\rho (1 - \gamma^5) u_\nu(p) \end{aligned} \quad (1.219)$$

et

$$\begin{aligned} H_\rho &= \langle u(k') | \hat{h}_\rho^+ | d(k) \rangle \\ &= \bar{u}_u(k') \gamma_\rho (1 - \gamma^5) u_d(k). \end{aligned} \quad (1.220)$$

Le terme V_{ud} , coefficient de la matrice de mélange dans le secteur des quarks, apparaît dans l'expression (1.218) car, pour les quarks de même que pour les neutrinos, les états propres de l'interaction faible ne sont pas les mêmes que les états propres de masse (voir par exemple [31], Section 6.3.3).

Si l'on s'intéresse maintenant à l'interaction d'un neutrino sur un neutron :

$$\nu_\mu(p) + n(k) \rightarrow \mu^-(p') + p(k') \quad (1.221)$$

la partie leptonique (1.219) reste inchangée. Que devient le courant hadronique $\hat{h}_\rho^+$? La structure interne des nucléons ne pouvant se décrire analytiquement à partir du Modèle Standard, une description phénoménologique est utilisée. La structure chirale du lagrangien (1.217) est à l'origine du terme $1 - \gamma^5$. Cette

structure chirale, dite $V - A$, est une propriété fondamentale de l'interaction faible et doit également structurer les interactions neutrino-nucléon. Ainsi, nous pouvons décomposer le courant hadronique en un courant *axial* $\hat{a}_\rho$, contenant γ^5 , et un courant *vectoriel* $\hat{v}_\rho$, ne contenant pas γ^5 :

$$\hat{h}_\rho^+ \equiv \hat{v}_\rho - \hat{a}_\rho \quad (1.222)$$

et

$$H_\rho = \langle p(k') | \hat{v}_\rho - \hat{a}_\rho | n(k) \rangle = V_\rho - A_\rho. \quad (1.223)$$

De manière générale, il est possible de paramétriser V_ρ et A_ρ de la manière suivante [32] :

$$V_\rho \equiv \langle p(k') | \hat{v}_\rho | n(k) \rangle = \bar{u}_p(k') \left[\gamma_\rho F_1(q^2) + \frac{i}{2m_N} \sigma_{\rho\eta} q^\eta F_2(q^2) + \frac{q_\rho}{m_N} F_3(q^2) \right] u_n(k) \quad (1.224)$$

et

$$A_\rho \equiv \langle p(k') | \hat{a}_\rho | n(k) \rangle = \bar{u}_p(k') \left[\gamma_\rho F_A(q^2) + \frac{q_\rho}{m_N} F_P(q^2) + \frac{k_\rho + k'_\rho}{m_N} F_4(q^2) \right] \gamma^5 u_n(k). \quad (1.225)$$

Les *facteurs de forme* $F(q^2)$ décrivent comment la structure interne du nucléon modifie les interactions des neutrinos par rapport aux interactions sur des quarks libres. Leur expression est caractéristique et de la structure hadronique¹⁵. Grâce à l'invariance de l'interaction forte sous l'opération d'inversion du temps $(E, \mathbf{p}) \rightarrow (E, -\mathbf{p})$ nous savons que les facteurs de forme sont réels (voir [47], Section 8.3 et Annexe G).

Symétrie d'isospin Si l'on néglige la différence de masse entre les quarks u et d et entre les nucléons n et p , l'isospin devient une symétrie exacte et l'on peut écrire les quarks ou les nucléons dans un doublet

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix}. \quad (1.226)$$

Le lagrangien hadronique

$$\mathcal{L}_h = \bar{Q} (i \not{\partial} - m) Q \quad (1.227)$$

est par conséquent invariant par rapport aux rotations d'isospin $\Lambda_I : Q \rightarrow Q' = e^{i\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}/2} Q$ où σ^i sont les matrices de Pauli (1.33) et $\vec{\theta}$ des constantes. L'opérateur $\hat{v}^\rho$ s'interprète comme $\hat{v}^\rho \equiv \hat{v}^{\rho+} = \hat{v}_1^\rho + i\hat{v}_2^\rho$ qui transforme d en u et n en p , où

$$\langle Q | \hat{v}_i^\rho | Q \rangle = \bar{Q} \cdot \gamma^\rho \sigma^i / 2 \cdot Q \quad (1.228)$$

sont les trois composantes du courant conservé associé à l'isospin¹⁶.

Cette propriété de symétrie a plusieurs conséquences sur les propriétés des facteurs de forme.

1. Le lagrangien est invariant si l'on effectue la rotation particulière $U = e^{i\pi\sigma^2/2} = i\sigma^2$ qui transforme N en

$$N' = U \cdot N = \begin{pmatrix} n \\ -p \end{pmatrix}. \quad (1.229)$$

La relation $U\sigma^+U^{-1} = -\sigma^-$ conduit à $U\hat{v}_\rho^+U^{-1} = -\hat{v}_\rho^- = -(\hat{v}_\rho^+)^\dagger$. Ainsi,

$$\langle N(k') | \hat{v}_\rho^+ | N(k) \rangle = -\langle N'(k') | \hat{v}_\rho^- | N'(k) \rangle = -\langle N'(k) | \hat{v}_\rho^+ | N'(k') \rangle^* \quad (1.230)$$

de telle sorte que

$$\langle p(k') | \hat{v}_\rho^+ | n(k) \rangle = \langle p(k) | \hat{v}_\rho^+ | n(k') \rangle^*. \quad (1.231)$$

Le courant axial a_ρ^+ vérifie la même condition (1.231). Ainsi, en appliquant cette condition à l'expression des courants vectoriel (1.224) et axial (1.225), nous trouvons que

$$F_3(q^2) = F_4(q^2) = 0. \quad (1.232)$$

15. Leur expression ne dépend ainsi pas du référentiel choisi. A partir des quadri-vecteurs énergie-impulsion des nucléons k et k' , on peut construire trois quantités invariantes sous transformation de Lorentz : $k^2 = m_n^2$, $k'^2 = m_p^2$ et $q^2 = (k - k')^2$. Les masses étant constantes, la seule variable dont les facteurs de forme peuvent dépendre est l'énergie transférée q^2 .

16. La propriété *conserved vector current* (CVC) $\partial_\rho \hat{v}^\rho = 0$ est une conséquence de la symétrie d'isospin $\partial_\rho \hat{v}_i^\rho = 0$.

2. Comme $[\sigma^3, \sigma^+] = \sigma^+$ nous avons $\hat{v}_\rho^+ = [\hat{v}_{3\rho}, \sigma^+]$ et

$$V_\rho = \langle p(k') | [\hat{v}_{3\rho}, \sigma^+] | n(k) \rangle = \langle p(k') | \hat{v}_{3\rho} | p(k) \rangle - \langle n(k') | \hat{v}_{3\rho} | n(k) \rangle. \quad (1.233)$$

La relation de Gell-Mann–Nishijima $Q = I_3 + Y/2$ permet d'associer $\hat{v}_{3\rho}$ au courant électromagnétique $\hat{v}_\rho^{\text{em}}$ puisque neutron et proton ont la même hypercharge forte $Y = \mathcal{B} + S = 1$. Ainsi l'on obtient

$$V_\rho = \langle p(k') | \hat{v}_\rho | n(k) \rangle = \langle p(k') | \hat{v}_\rho^{\text{em}} | p(k) \rangle - \langle n(k') | \hat{v}_\rho^{\text{em}} | n(k) \rangle. \quad (1.234)$$

Les facteurs de forme F_1 et F_2 peuvent donc s'exprimer à partir des facteurs de forme électromagnétiques du proton et du neutron selon

$$F_i(q^2) = F_{i,\text{em}}^p(q^2) - F_{i,\text{em}}^n(q^2). \quad (1.235)$$

Ces derniers sont déterminés par l'étude des diffusions élastiques des électrons sur les nucléons $e^- + n/p \rightarrow e^- + n/p$ et sont donc bien connus (voir [32], Section 5.2.2).

Symétrie chirale La chiralité, décrite par γ^5 , est un concept clé des interactions nucléaires faibles. La symétrie chirale [48] consiste à s'intéresser aux transformations de la forme

$$\begin{cases} \Lambda_V : Q \rightarrow Q' = e^{i\vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}/2} Q \\ \Lambda_A : Q \rightarrow Q' = e^{i\gamma^5 \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma}/2} Q \end{cases} \quad (1.236)$$

appelées respectivement transformations *vectorielles* et *axiales*. Les transformations vectorielles Λ_V ont la même forme que les rotations d'isospin Λ_I et sont donc conservées par le lagrangien $\mathcal{L}_h$. D'autre part, pour $m \neq 0$, le lagrangien (1.227) n'est pas invariant par rapport aux transformations axiales Λ_A :

$$\delta_A \mathcal{L}_h = 2mi \bar{Q} \gamma^5 \vec{\theta} \cdot \vec{\sigma} Q.$$

Cependant, les masses des quarks u et d (de l'ordre de 5 MeV) sont très petites devant les masses des nucléons, ou devant $\Lambda_{\text{QCD}} = 200$ MeV. Ainsi, on peut supposer que la symétrie axiale est partiellement conservée (*partially conserved axial current*, PCAC) ; nous avons alors $\partial^\rho A_\rho \simeq 0$ c'est-à-dire

$$\langle p(k') | q^\rho \hat{a}_\rho | n(k) \rangle \simeq 0. \quad (1.237)$$

A partir de l'expression du courant axial (1.225), cette équation permet de relier les deux facteurs de forme axiaux F_A et F_P selon

$$F_P(q^2) \simeq -\frac{2m_N^2}{q^2} F_A(q^2). \quad (1.238)$$

Résumons ce que nous avons appris de cette étude des symétries : la partie hadronique H_ρ de l'interaction quasi-élastique neutrino-noyau

$$\nu_\mu(p) + n(k) \rightarrow \mu^-(p') + p(k')$$

s'écrit avec la structure chirale $H_\rho = V_\rho - A_\rho$ où

$$V_\rho \equiv \langle p(k') | \hat{v}_\rho | n(k) \rangle = \bar{u}_p(k') \left[\gamma_\rho F_1(q^2) + \frac{i}{2m_N} \sigma_{\rho\eta} q^\eta F_2(q^2) \right] u_n(k) \quad (1.239)$$

et

$$A_\rho \equiv \langle p(k') | \hat{a}_\rho | n(k) \rangle \simeq \bar{u}_p(k') \left[\left(\gamma_\rho - \frac{2m_N q_\rho}{q^2} \right) F_A(q^2) \right] \gamma^5 u_n(k). \quad (1.240)$$

Les facteurs de forme F_1 et F_2 peuvent être déduits des facteurs de forme électromagnétiques du neutron et du proton selon (1.235) ; F_A demeure le seul inconnu. Traditionnellement, on utilise une expression du type dipôle

$$F_A(q^2) = \frac{g_A}{(1 - q^2/M_A^2)^2}. \quad (1.241)$$

La relation de Goldberger–Treiman [49] nous permet d'obtenir la valeur de $g_A \simeq 1.26$ à partir de l'étude des pions et de leurs interactions avec les nucléons. La *masse axiale* M_A , quant à elle, est un paramètre libre du modèle, qui nous est donné directement et exclusivement par la mesure des sections efficaces d'interactions des neutrinos.

1.4.2 La production résonante d'un pion

L'objet de cette thèse est de mesurer un type d'interaction particulier : les interactions par courant chargé produisant un pion dans l'état final (CC1 π)

$$\nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- + \pi + \mathcal{N}' \quad (1.242)$$

où $\mathcal{N}$ est le noyau cible et $\mathcal{N}'$ le noyau fils. Bien que la production du pion puisse avoir lieu par des interactions cohérentes sur le noyau $\mathcal{N}$ ou par des effets nucléaires (voir Section 1.4.3), la source principale des interactions CC1 π vient du canal résonant sur un nucléon N :

$$\begin{aligned} \nu_\mu + N &\rightarrow \mu^- + \Delta \\ &\hookrightarrow N + \pi. \end{aligned} \quad (1.243)$$

Outre le baryon Δ , de nombreux autres états excités des nucléons sont répertoriés [24] et peuvent également contribuer à la production de pions. L'expression de l'amplitude totale de cette réaction peut s'écrire $\mathcal{M} = \mathcal{M}_p \mathcal{M}_d$ où $\mathcal{M}_p$ décrit la production de la résonance et $\mathcal{M}_d$ sa désintégration. Nous allons dans ce qui suit détailler les principes régissant l'une et l'autre.

Production de la résonance $\mathcal{R}$

De la même manière que pour les interactions quasi-élastiques (1.218), l'élément de matrice associé à la production d'une résonance $\mathcal{R}$ s'écrit

$$\mathcal{M}_p = -\frac{G_F V_{ud,us}}{\sqrt{2}} L_\rho H^\rho. \quad (1.244)$$

La partie leptonique L_ρ est toujours donnée par l'équation (1.219) et la partie hadronique H_ρ s'écrit

$$H_\rho = \langle \mathcal{R}(k') | \hat{h}_\rho^+ | N(k) \rangle = \langle \mathcal{R}(k') | \hat{v}_\rho - \hat{a}_\rho | N(k) \rangle. \quad (1.245)$$

La production de la résonance est la plus technique à décrire, et a fait l'objet de nombreux développements théoriques successifs [10, 50–53]. Nous ne reproduirons pas ici les détails permettant d'obtenir l'expression de $\mathcal{M}_p$ mais tâcherons simplement d'en extraire les concepts clés.

Structure interne de la résonance En 1971, FEYNMAN, KISLINGER et RAVNDAL ont été les premiers à développer un modèle des quarks relativiste pour décrire la structure interne des nucléons et des résonances [50]. La fonction d'onde d'un baryon peut se décomposer en

$$\psi_{\text{saver}} \otimes \psi_{\text{spin}} \otimes \psi_{\text{spatial}} \otimes \psi_{\text{couleur}} \quad (1.246)$$

et doit être complètement antisymétrique. Par construction, la fonction d'onde de couleur ψ_{couleur} est antisymétrique ; la combinaison restante doit donc être symétrique. Quelles combinaisons trouver ?

1. Pour décrire la saveur et le spin, nous pouvons utiliser les représentations du groupe SU(6), et leur décomposition en représentations de SU(3) $\times$ SU(2). La représentation fondamentale des quarks sous SU(6) est $\underline{\mathbf{6}} = 3 \otimes 2$, qui contient trois états de saveur et deux états de spin. En couplant trois quarks on obtient

$$\underline{\mathbf{6}} \otimes \underline{\mathbf{6}} \otimes \underline{\mathbf{6}} = \underline{\mathbf{56}}_S \oplus \underline{\mathbf{70}}_M \oplus \underline{\mathbf{70}}_M \oplus \underline{\mathbf{20}}_A, \quad (1.247)$$

l'indice S , M ou A indiquant les propriétés de symétrie de la représentation (symétrique, mixte ou antisymétrique). La représentation symétrique de trois quarks sous SU(6), $\underline{\mathbf{56}}_S$, se décompose en représentations de SU(3) $\times$ SU(2) selon

$$\underline{\mathbf{56}}_S = (8 \otimes 2) \oplus (10 \otimes 4) \quad (1.248)$$

c'est-à-dire un octet de spin 1/2 et un décuplet de spin 3/2 : ce sont les baryons bien connus. Dans le cas où la fonction d'onde spatiale ψ_{spatial} est dans son état fondamental, donc également symétrique, ce sont les seuls états baryoniques possibles.

Les représentations de symétrie mixtes $\underline{\mathbf{70}}_M$ se décomposent selon

$$\underline{\mathbf{70}}_M = (1 \otimes 2) \oplus (8 \otimes 2) \oplus (8 \otimes 4) \oplus (10 \otimes 2) \quad (1.249)$$

c'est-à-dire un singlet de spin 1/2, deux octets de spin 1/2 et 3/2, et un décuplet de spin 1/2. Ces états doivent être couplés à un état de symétrie spatiale mixte, c'est-à-dire nécessairement un état excité.

La représentation antisymétrique se décompose selon $\mathbf{20}_A = (1 \otimes 4) \oplus (8 \otimes 2)$ et doit être couplée à un état de symétrie spatiale également antisymétrique. Un tel état n'apparaît que pour une excitation spatiale déjà importante ($n = 2$, voir Table 1.8), ce qui peut expliquer qu'aucun état physique ne semble correspondre à ces représentations.

2. Pour décrire les excitations spatiales internes, nous utilisons un modèle d'oscillateur harmonique tri-dimensionnel. Le mouvement relatif entre les trois quarks peut être décrit à l'aide de deux oscillateurs harmoniques indépendants.

Regardons quelques propriétés des états propres de l'oscillateur harmonique 3D. Notons les opérateurs création $\hat{a}_x^\dagger, \hat{a}_y^\dagger, \hat{a}_z^\dagger$ et annihilation $\hat{a}_x, \hat{a}_y, \hat{a}_z$. Nous pouvons identifier chaque état propre par le triplet $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z) \in \mathbb{N}^3$ comptant le nombre d'excitations dans chaque direction :

$$|n_x, n_y, n_z\rangle \propto (\hat{a}_x^\dagger)^{n_x} (\hat{a}_y^\dagger)^{n_y} (\hat{a}_z^\dagger)^{n_z} |0\rangle. \quad (1.250)$$

Il est utile d'essayer de décrire ces excitations spatiales en terme de moment cinétique orbital. Si l'on prend $\hat{a}_\pm \equiv (\mp \hat{a}_x + i \hat{a}_y)/\sqrt{2}$ et $\hat{a}_0 \equiv \hat{a}_z$, on peut récrire les états propres comme

$$|n_+, n_0, n_-\rangle \propto (\hat{a}_+^\dagger)^{n_+} (\hat{a}_0^\dagger)^{n_0} (\hat{a}_-^\dagger)^{n_-} |0\rangle. \quad (1.251)$$

L'opérateur $\hat{a}_\pm^\dagger$ s'interprète comme la création d'une excitation orbitale positive $m \rightarrow m + 1$, etc. Ces états forment une base simultanée d'états propres de $\hat{N}$, $\hat{\mathbf{L}}^2$ et L_z avec les nombres quantiques orbitaux $n = n_+ + n_0 + n_-$, $m = n_+ - n_-$ et $\ell \in \{n, n-2, \dots\}$. En particulier, la parité d'un tel état vaut $(-1)^\ell = (-1)^n$.

Valeur de n	Dégénérescence	Valeurs de ℓ	Parité
0	1	$\ell = 0$	+1
1	3	$\ell = 1$	-1
2	6	$\ell = 2$ ou $\ell = 0$	+1
3	10	$\ell = 3$ ou $\ell = 1$	-1

TABLE 1.7 – Etats propres de l'oscillateur harmonique 3D.

La fonction d'onde ψ_{spatial} s'obtient en combinant les deux oscillateurs harmoniques décrivant le mouvement interne des trois quarks. Les états propres sont du type

$$|n_1; \ell_1, m_1\rangle \otimes |n_2; \ell_2, m_2\rangle = \bigoplus_{\ell=|\ell_1-\ell_2|}^{\ell_1+\ell_2} |n; \ell, m\rangle \quad (1.252)$$

avec $n \equiv n_1 + n_2$ et $m \equiv m_1 + m_2$. Leur parité est $(-1)^{\ell_1+\ell_2} = (-1)^n$. On peut ainsi classer les états de ψ_{spatial} en fonction de leur degré d'excitation n , ce qui est fait dans la Table 1.8.

Valeur de n	(n_1, n_2)	(ℓ_1, ℓ_2)	ℓ	Symétrie	Parité
0	(0,0)	(0,0)	0	S	+1
1	(1,0)	(1,0)	1	M	-1
	(0,1)	(0,1)	1	M	
2	(2,0)	(2,0)	2	*	+1
		(0,0)	0	**	
	(1,1)	(1,1)	2,1,0	M, A, M	
		(0,2)	2	*	
	(0,2)	(0,0)	0	**	

TABLE 1.8 – Classification des états ψ_{spatial} du double oscillateur harmonique 3D. * ou ** : en combinant ces deux représentations, nous obtenons deux autres représentations de symétrie S et M . Tiré de [50].

Nous pouvons donc maintenant proposer les combinaisons de saveur, de spin et d'excitations spatiales de telle sorte que $\psi_{\text{saveur}} \otimes \psi_{\text{spin}} \otimes \psi_{\text{spatial}}$ soit complètement symétrique. Elles sont regroupées dans la Table 1.9. Ces représentations décrivent les seuls états accessibles aux résonances baryoniques. On utilise la notation $[\underline{\mathbf{R}}, \ell^P]_n$, où $\underline{\mathbf{R}}$ désigne la représentation de $\text{SU}(6)$, P la parité, n le niveau d'excitation spatiale et ℓ le moment cinétique orbital interne du baryon.

Nous connaissons bien le cas $n = 0$, puisque nous associons l'état fondamental de l'oscillateur harmonique g_{spatial} avec la représentation $\underline{\mathbf{56}}_S$, comme nous l'avons décrit plus haut. Les nucléons N sont dans l'octet de spin $1/2 : (8 \otimes 2 \otimes g_{\text{spatial}}) \subset [\underline{\mathbf{56}}, 0^+]_0$.

Pour les états avec un moment cinétique orbital $\ell \geq 1$, le spin S (décrit dans la représentation $\underline{\mathbf{R}}$ de $\text{SU}(6)$) et ℓ se couplent. Par exemple, pour $n = \ell = 1$, le décuplet de spin $1/2 : (10 \otimes 2) \subset \underline{\mathbf{70}}$, couplé à $\ell = 1$, donne un décuplet avec $J=3/2$ et un autre avec $J=1/2$.

$\psi_{\text{spatial}}(n, \ell)$	Symétrie	$\psi_{\text{saveur}} \otimes \psi_{\text{spin}}$	$\psi_{\text{saveur}} \otimes \psi_{\text{spin}} \otimes \psi_{\text{spatial}}$
(0,0)	S	$\underline{\mathbf{56}}_S$	$[\underline{\mathbf{56}}, 0^+]_0$
(1,1)	M	$\underline{\mathbf{70}}_M$	$[\underline{\mathbf{70}}, 1^-]_1$
(2,2)	S, M	$\underline{\mathbf{56}}_S, \underline{\mathbf{70}}_M$	$[\underline{\mathbf{56}}, 2^+]_2, [\underline{\mathbf{70}}, 2^+]_2$
(2,1)	A	$\underline{\mathbf{20}}_A$	non observé
(2,0)	S, M	$\underline{\mathbf{56}}_S, \underline{\mathbf{70}}_M$	$[\underline{\mathbf{56}}, 0^+]_2, [\underline{\mathbf{70}}, 0^+]_2$

TABLE 1.9 – Combinaisons symétriques de $\psi_{\text{saveur}} \otimes \psi_{\text{spin}} \otimes \psi_{\text{spatial}}$.

Production de la résonance par interaction faible En 1973, RAVNDAL reprit à son compte ses précédents travaux pour détailler le cas précis des résonances issues des interactions des neutrinos [51]. La résonance est produite par l'action du boson électrofaible W^+ sur un nucléon N . A chaque polarisation du boson vecteur (e_+^ρ , e_-^ρ ou e_0^ρ) correspond une transition particulière

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{R}(k', s_z \pm 1) | e_\pm^\rho \hat{h}_\rho^+ | N(k, s_z) \rangle &= \langle \mathcal{R}(k', s_z \pm 1) | F_\pm | N(k, s_z) \rangle \\ \langle \mathcal{R}(k', s_z) | e_0^\rho \hat{h}_\rho^+ | N(k, s_z) \rangle &= \langle \mathcal{R}(k', s_z) | F_0 | N(k, s_z) \rangle \end{aligned} \quad (1.253)$$

avec le nucléon N dans la représentation $(8 \otimes 2 \otimes g_{\text{spatial}}) \subset [\underline{\mathbf{56}}, 0^+]_0$ et la résonance dans une autre représentation. s_z désigne la projection de spin du nucléon initial. Les résonances sans quark s sont les mieux connues et suffisent pour décrire la production d'un pion¹⁷ donc on peut réduire la saveur $\text{SU}(3)$ à l'isospin $\text{SU}(2)$. Les opérateurs $F_\pm$ et F_0 ont une action combinée sur la saveur, le spin, et les excitations spatiales et leur expression est [51]

$$\begin{aligned} F_\pm &= -9\hat{\tau}^+ \left((T_V \pm T_A) \hat{a}_\pm^\dagger + (R_V \pm R_A) \hat{\sigma}_\pm \right) e^{-\lambda \hat{a}_z^\dagger} \\ F_0 &= 9\hat{\tau}^+ (S_V + C_A \sigma_z + B_A \hat{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{a}}^\dagger) e^{-\lambda \hat{a}_z^\dagger} \end{aligned} \quad (1.254)$$

avec $\hat{\tau}^+$ l'opérateur augmentant l'isospin, $\hat{\sigma}_z$, $\hat{\sigma}_\pm$ les opérateurs agissant sur le spin et $\hat{a}_z^\dagger$, $\hat{a}_\pm^\dagger$ les opérateurs créant les excitations spatiales. Dans le modèle complet mis en place par REIN et SEHGAL en 1981 [52], les coefficients vectoriels T_V , R_V et S_V sont tous de la forme

$$\mathcal{F}_V = \mathcal{F}(W, q^2) G_V(q^2) \quad (1.255)$$

et les coefficients axiaux T_A , R_A , C_A et B_A sont de la forme

$$\mathcal{G}_A = \mathcal{G}(W, q^2) G_A(q^2) \quad (1.256)$$

avec $W \equiv \sqrt{k'^2}$ la masse invariante de la résonance. Les facteurs de transition $G_{V,A}(q^2)$ s'expriment avec une structure dipolaire

$$G_{V,A}(q^2) = \left(1 - \frac{q^2}{4m_N^2} \right)^{1/2-n} \left(1 - \frac{q^2}{m_{V,A}^2} \right)^{-2} \quad (1.257)$$

17. L'étrangeté S est conservée lors de la désintégration par interaction forte de la résonance ; ainsi par exemple le $\Sigma(1670)$ (de l'octet $J^P = 3/2^- \subset [\underline{\mathbf{70}}, 1^-]_1$) se désintègre en $\Sigma\pi$, $\Lambda\pi$ ou $N\bar{K}$ et ne contribue pas au canal $N\pi$.

proche de celle obtenue pour les interactions quasi-élastiques (1.241). La formulation plus récente de GRACZYK et SOBCZYK [53], développée pour être plus précise autour de la résonance Δ , exprime le facteur de transition axial comme

$$C_A^5(q^2) = C_A^5(0) \left(1 - \frac{q^2}{M_A^2}\right)^{-2} \equiv G_A(q^2) \quad (1.258)$$

dont les deux paramètres $C_A^5(0)$ et M_A sont laissés libres de s'ajuster aux données. C'est cette formulation qui est utilisée pour notre générateur NEUT dans l'expérience T2K (voir Section 1.4.4). En effet, l'énergie des neutrinos du faisceau hors axe $E_\nu \simeq 600$ MeV est bien inférieure à la masse du Δ , la plus légère des résonances, ce qui rend sa contribution prédominante.

Désintégration de la résonance $\mathcal{R}$

Regardons maintenant la désintégration de la résonance $\mathcal{R}$ dans le canal qui nous intéresse, à savoir $\mathcal{R} \rightarrow N\pi$. C'est une désintégration régie par l'interaction forte. De manière générale, l'amplitude de désintégration peut s'écrire [52]

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_d(\mathcal{R}, s'_z \rightarrow s''_z) &\equiv \langle N(s''_z) \pi | \mathcal{R}(s'_z) \rangle \\ &= \varepsilon(\mathcal{R}) \times \sqrt{\frac{\Gamma_{\mathcal{R}}}{2\pi}} \frac{1}{W - M_{\mathcal{R}} + i\Gamma_{\mathcal{R}}/2} \times \sqrt{\frac{\Gamma_{\mathcal{R} \rightarrow N\pi}}{\Gamma_{\mathcal{R}}}} \times \mathcal{A}(s'_z \rightarrow s''_z) \end{aligned} \quad (1.259)$$

avec s'_z et s''_z la projection de spin de la résonance et du nucléon produit, respectivement. Décrivons maintenant les quatre termes qui compose cette amplitude de désintégration :

1. le premier terme, $\varepsilon(\mathcal{R}) = \pm 1$, est le signe de la résonance, utile lorsque l'on s'intéressera aux interférences entre plusieurs résonances ;
2. le second terme, dit de Breit-Wigner, décrit la désintégration d'une résonance instable avec une largeur de désintégration $\Gamma_{\mathcal{R}}$;
3. le troisième terme est la racine carrée du rapport de branchement $\mathcal{R} \rightarrow N\pi$, qui nous permet de ne pas tenir compte des autres désintégrations éventuelles de $\mathcal{R}$;
4. le dernier terme, enfin, décrit la transition entre les états de spins. La conservation du moment cinétique total peut faire intervenir un moment cinétique orbital $|\ell, m\rangle$ entre le nucléon et le pion produits. C'est le cas par exemple pour $\mathcal{R} = \Delta$, puisque le Δ possède un spin $3/2$, le nucléon un spin $1/2$ et le pion un spin 0 . Le facteur de transition est ainsi donné par

$$\mathcal{A}(s'_z \rightarrow s''_z; \ell, m) = (\langle N(s''_z) \pi | \otimes \langle \ell, m |) | \mathcal{R}(s'_z) \rangle \quad (1.260)$$

dont l'expression est donnée par les coefficients de Clebsch-Gordan et les harmoniques sphériques $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ (voir par exemple [31]), avec $s'_z = s''_z + m$. Si l'on reprend l'exemple de la résonance Δ , nous avons¹⁸ $\ell = 1$ et

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(+\frac{3}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}; 1, 1) &= Y_1^1(\theta, \phi) \\ \mathcal{A}(+\frac{1}{2} \rightarrow +\frac{1}{2}; 1, 0) &= \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0(\theta, \phi) \\ \mathcal{A}(+\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}; 1, 1) &= \sqrt{\frac{1}{3}} Y_1^1(\theta, \phi) \\ &\text{etc.} \end{aligned} \quad (1.261)$$

Interférences entre plusieurs résonances : le modèle de Rein et Sehgal

La qualité et l'originalité du modèle de REIN et SEHGAL [52] est de proposer un traitement des interférences entre les résonances participant au canal $N\pi$. Jusqu'ici, nous avons décrit la production et la désintégration d'une seule résonance $\mathcal{R}$ selon

$$\mathcal{M}(\mathcal{R}, s_z \rightarrow s'_z \rightarrow s''_z) = \mathcal{M}_p(\mathcal{R}, s_z \rightarrow s'_z) \cdot \mathcal{M}_d(\mathcal{R}, s'_z \rightarrow s''_z), \quad (1.262)$$

18. Un moment cinétique orbital $\ell = 2$ permettrait également de satisfaire la conservation du moment angulaire total. Cependant, la conservation de la parité donne $p_\Delta = p_N \cdot p_\pi \cdot (-1)^\ell$ avec les parités intrinsèques $p_\Delta = p_N = -p_\pi = 1$, ce qui exclut les valeurs de ℓ paires.

la production étant décrite par les équations (1.244) et (1.253) et la désintégration par l'amplitude (1.259). De nombreuses résonances ont été répertoriées et regroupées dans la Table 1.10. Doit-on écrire la section efficace résonante sans interférences comme

$$\sigma_{\text{RES}} \propto \sum_{\mathcal{R}} \langle |\mathcal{M}(\mathcal{R})|^2 \rangle$$

ou bien avec interférences comme

$$\sigma_{\text{RES}} \propto \left\langle \left| \sum_{\mathcal{R}} \mathcal{M}(\mathcal{R}) \right|^2 \right\rangle \quad ?$$

Nous pouvons reformuler la question de la manière suivante : existe-il un nombre quantique mesurable qui nous permette de distinguer entre deux résonances participant au même état final $N\pi$? Chaque résonance est caractérisée par son moment angulaire total J et sa parité P ; si plusieurs résonances se trouvent partager les mêmes valeurs de J^P , leurs interférences doivent être prises en compte. Ainsi, par exemple, nous voyons dans la Table 1.10 que pour $J^P = 3/2^-$, nous avons trois résonances $N^*(1520)$, $N^*(1700)$ et $\Delta^*(1700)$ qui vont interférer entre elles, mais pas avec les autres.

$\mathcal{R}$	$M_{\mathcal{R}}$ (MeV)	$\Gamma_{\mathcal{R}}$ (MeV)	$x_{\mathcal{R}}$	J^P	$\psi_{\text{saveur}} \otimes \psi_{\text{spin}} \otimes \psi_{\text{spatial}}$
N	939	-	-	$1/2^+$	$[\underline{56}, 0^+]_0$
$\Delta \equiv \Delta(1232)$	1232	117	0.99	$3/2^+$	
$N^*(1535)$	1535	150	0.45	$1/2^-$	$[\underline{70}, 1^-]_1$
$\Delta^*(1620)$	1630	140	0.25	$1/2^-$	
$N^*(1650)$	1655	140	0.60	$1/2^-$	
$N^*(1520)$	1515	115	0.60	$3/2^-$	
$N^*(1700)$	1700	150	0.12	$3/2^-$	
$\Delta^*(1700)$	1700	300	0.15	$3/2^-$	
$N^*(1675)$	1675	150	0.40	$5/2^-$	
$N^*(1440)$	1430	350	0.65	$1/2^+$	$[\underline{56}, 0^+]_2$
$\Delta^*(1600)$	1600	320	0.18	$3/2^+$	
$\Delta^*(1910)$	1890	280	0.23	$1/2^+$	$[\underline{56}, 2^+]_2$
$N^*(1720)$	1720	250	0.11	$3/2^+$	
$\Delta^*(1920)$	1920	260	0.13	$3/2^+$	
$N^*(1680)$	1685	130	0.68	$5/2^+$	
$\Delta^*(1905)$	1880	330	0.12	$5/2^+$	
$\Delta^*(1950)$	1930	285	0.40	$7/2^+$	
$N^*(1710)$	1710	100	0.13	$1/2^+$	$[\underline{70}, 0^+]_2$ ou $[\underline{70}, 2^+]_2$
$N^*(1990)$	2000	300	0.03	$7/2^+$	$[\underline{70}, 2^+]_2$

TABLE 1.10 – Liste des 18 résonances baryoniques sans quark s utilisées dans [52]. $N^*(1990)$ a été ensuite retirée du modèle car cette résonance est assez faiblement identifiée. Les résonances de type N^* font partie d'un octet de saveur et celles de type Δ^* d'un décuplet de saveur. Il est remarquable que toutes les résonances prédites par le modèle des quarks (Table 1.9) dans les représentations $[\underline{70}, 1^-]_1$, $[\underline{56}, 0^+]_2$ et $[\underline{56}, 2^+]_2$ ont été identifiées ! Les valeurs de $M_{\mathcal{R}}$, $\Gamma_{\mathcal{R}}$ et des rapports de branchements $x_{\mathcal{R}}$ ont été mises à jour à partir de [24].

Avant de terminer notre description des interactions résonantes, nous avons enfin à mentionner un dernier élément du modèle de REIN et SEHGAL. Les interactions pion-nucléons permettent d'obtenir la production d'un pion sans passer par une résonance. Des exemples de telles interactions sont représentés sur la Figure 1.17. L'amplitude de l'interaction correspondante s'ajoute sans interférences avec les productions de pions par l'intermédiaire de résonances. L'amplitude de ces interactions non-résonantes est également un paramètre libre de s'ajuster aux données.

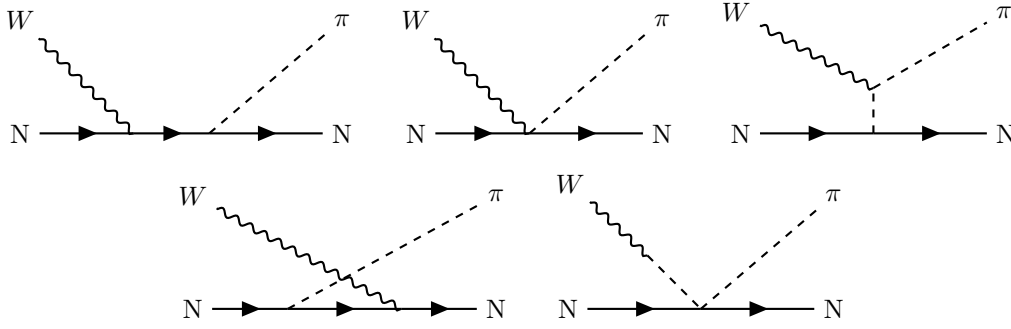


FIGURE 1.17 – Exemples de production non-résonante d'un pion.

1.4.3 Les interactions des neutrinos avec un noyau

Effets collectifs

Dans ce que nous avons décrit jusqu'à présent, nous avons supposé le nucléon initial au repos, libre de toute interaction autre que celle venant du neutrino. Cette hypothèse n'est pas complètement exacte, puisque les nucléons sont liés entre eux pour former des noyaux. Cette liaison par interaction forte est bien *forte* en effet, puisqu'elle permet de résister notamment à la répulsion électromagnétique réciproque des protons. Nous discuterons ici deux effets liés à cette force nucléaire : le mouvement interne des nucléons dans le noyau et les couplages entre deux nucléons.

Mouvement interne des nucléons Pour décrire le mouvement des nucléons dans le noyau, nous pouvons utiliser un modèle de gaz relativiste de fermions, tiré de la physique statistique. Considérons N nucléons dans un volume V . A cause du principe d'exclusion de PAULI qui interdit à deux fermions de se trouver dans le même état quantique, les nucléons doivent occuper chacun un état particulier dans l'espace des impulsions. La densité de nucléons ρ qu'il est possible d'obtenir dans V est donc

$$\rho \equiv \frac{N}{V} = g_S \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \mathcal{D}(\mathbf{p}) \quad (1.263)$$

avec $\mathcal{D}(\mathbf{p})$ la densité d'occupation de l'impulsion $\mathbf{p}$. La constante g_S correspond aux nombre d'états que l'on peut placer sur le même état d'impulsion, c'est-à-dire le nombre de degrés de liberté internes : grâce au spin, nous avons ici ¹⁹ $g_S = 2$. Pour minimiser l'énergie totale du système, les nucléons vont prioritairement occuper les états de faible impulsion, c'est-à-dire $\mathcal{D}(\mathbf{p}) = \mathbb{1}_{[0, p_F]}(|\mathbf{p}|)$ avec p_F l'impulsion maximale des nucléons, appelée *impulsion de Fermi*. La résolution de l'intégrale (1.263) permet de relier la densité de nucléons à l'impulsion de Fermi selon

$$p_F^{n,p} = (3\pi^2 \rho^{n,p})^{1/3}. \quad (1.264)$$

Une généralisation de ce modèle simple est de considérer que la densité nucléonique varie de manière radiale $\rho(r)$; il en va alors de même de l'impulsion de Fermi $p_F^{n,p}(r) = (3\pi^2 \rho^{n,p}(r))^{1/3}$. C'est ce que l'on appelle un *gaz de fermions local*.

Reprenons l'interaction quasi-élastique sur un neutron libre $\nu_\mu(p) + n(k) \rightarrow \mu^-(p') + p(k')$ et notons $d\sigma_0$ la section efficace différentielle associée. Comment le mouvement interne des nucléons dans le noyau $\mathcal{N}$ modifie-t-il cette section efficace ? Une solution peut s'écrire $d\sigma_{\mathcal{N}} = R(q, q^0) \cdot d\sigma_0$ où [54]

$$R(q, q^0) = \int d^3\mathbf{k} \frac{m_N^2}{E_n E_p} \mathcal{P}(\mathbf{k}) \times \delta(q^0 + E_{\mathcal{N}} - E'_{\mathcal{N}} - E_b) \times \theta(p_F - |\mathbf{k}|) \times \theta(|\mathbf{k}'| - p_F) \quad (1.265)$$

avec $q = k' - k$ le quadri-vecteur porté par le boson W incident. Chacun des termes composant cette expression a une signification bien précise :

1. $\theta(p_F - |\mathbf{k}|)$: l'impulsion du nucléon cible doit être inférieure à l'impulsion maximale p_F ;

¹⁹. Il serait possible également de considérer la symétrie d'isospin et de prendre $g_S = 4$. Tous les nucléons (n ou p) seraient alors considérés comme faisant partie du même gaz de fermions. Cependant nous savons que les états d'énergie des neutrons et des protons sont différents dans les noyaux (ce qui est relié à l'asymétrie N_n/N_p pour les noyaux lourds), donc nous pouvons considérer deux gaz de fermions indépendants, chacun avec $g_S = 2$.

2. $\theta(|\mathbf{k}'| - p_F)$: l'impulsion du nucléon produit doit être supérieure à p_F , puisque, par construction, aucun état en-dessous n'est disponible ;
3. $\delta(q^0 + E_N - E'_N - E_b)$ décrit la conservation de l'énergie. Un terme de pénalité $-E_b$ est dû à l'énergie de liaison du noyau : le boson W doit fournir un petit supplément d'énergie pour éjecter le nucléon ;
4. enfin, $\mathcal{P}(\mathbf{k}) d^3\mathbf{k}$ représente la probabilité que l'impulsion du nucléon initial soit $\mathbf{k}$. Elle est normalisée de telle sorte que $\int \mathcal{P}(\mathbf{k}) d^3\mathbf{k} = 1$.

Ce phénomène est illustré sur la Figure 1.18 (a). On appelle parfois ce type d'interaction 1p-1h (*1 particle - 1 hole*). En laissant les deux paramètres p_F et E_b libres de s'ajuster au données, il est possible de décrire le comportement de toute une gamme de noyaux, du carbone au plomb [55].

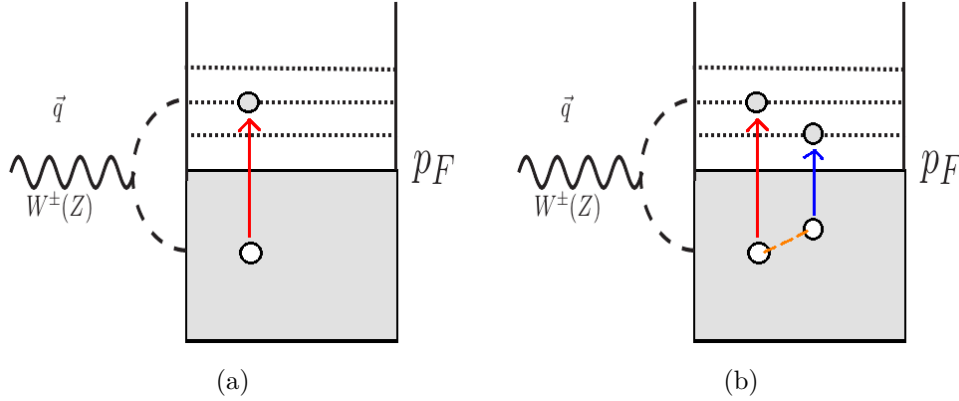


FIGURE 1.18 – (a) 1p-1h : interaction faible sur un nucléon dans un noyau. (b) 2p-2h : l'interaction touche une paire de nucléons en interaction. Adapté de [54].

Couplages multi-nucléons Comme illustré sur la Figure 1.18 (b), il peut arriver que l'interaction frappe une paire de nucléons en interaction. Ceux-ci peuvent être alors éjectés tous les deux hors du noyau : on appelle ce type d'interactions 2p-2h (*2 particles - 2 holes*). Les interactions entre nucléons peuvent être décrites à l'aide d'échange de pions, comme le montrent les diagrammes de la Figure 1.19 tirés de [8,9]. On appelle ainsi parfois ces interactions *Meson Exchange Current* (MEC).

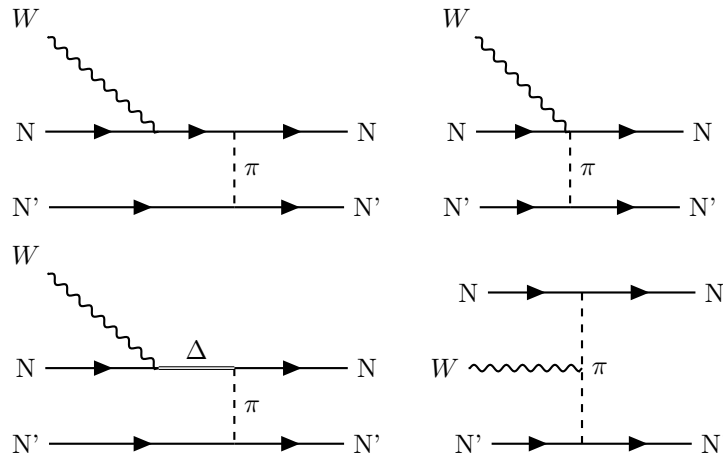


FIGURE 1.19 – Exemples d'interaction sur une paire de nucléons couplés.

Interactions de l'état final

Un autre effet vient s'ajouter aux effets collectifs nucléaires. Imaginons une interaction résonante sur un nucléon, par exemple $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^+ \rightarrow \mu^- + p + \pi^+$. Le pion et le proton produit au coeur du noyau doivent traverser la matière nucléaire jusqu'à sortir du noyau. Au cours de ce trajet de nombreuses réinteractions peuvent avoir lieu, susceptibles de modifier en profondeur la topologie de l'évènement. On les appelle interactions de l'état final (*Final State Interactions*, FSI) puisqu'elles ont lieu après l'interaction électrofaible initiale (au contraire, par exemple, des couplages entre nucléons décrits précédemment).

Les différents types d'interactions de l'état final, représentés sur la Figure 1.20, sont :

- l'absorption du pion par un nucléon : l'évènement devient $\nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- p$;
- la production d'un pion supplémentaire : l'évènement devient $\nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- p \pi^+ \pi^{\pm,0}$;
- le changement de la charge du pion, par des interactions du type $\pi^+ n \rightarrow \pi^0 p$: l'évènement devient $\nu_\mu + \mathcal{N} \rightarrow \mu^- p \pi^0$;
- enfin, une diffusion élastique du pion, qui change sa direction de sortie ; le quadri-vecteur énergie-impulsion peut alors sembler ne pas être conservé.

Par rapport à l'interaction initiale sur un nucléon, ces réinteractions modifient le nombre et la nature des hadrons que l'on peut détecter (sortant du noyau). Cela va nous amener à abandonner la classification présentée au début de la Section 1.4.1 (QE, RES, DIS) pour une nouvelle classification qui repose uniquement sur le nombre et la nature des particules sortant du noyau : c'est le sujet de la Section 1.4.5.

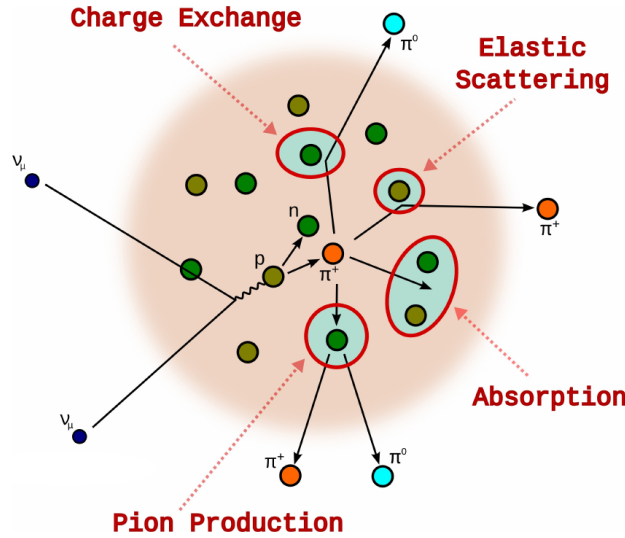


FIGURE 1.20 – Les effets liés aux interactions de l'état final (FSI) des pions. Tiré de [56].

Interactions cohérentes

Notre description des spécificités des interactions des neutrinos sur les noyaux ne serait pas complète sans mentionner les interactions cohérentes. Une interaction est dite *cohérente* lorsque l'interaction a lieu avec le noyau dans son ensemble et le laisse inchangé. Ces interactions ont lieu lorsque l'énergie transférée q^2 par le boson W au système hadronique est très faible.

Pour illustrer ce point, nous pouvons utiliser une analogie avec la dualité onde-corpuscule de la mécanique quantique. A chaque particule d'énergie E est associée une longueur d'onde de De Broglie λ selon

$$E = \frac{hc}{\lambda}.$$

Un boson W de faible énergie, donc de longueur d'onde élevée, ne pourra pas résoudre la structure interne du noyau mais interagira avec celui-ci dans son ensemble. On peut obtenir une estimation du rayon d'un noyau ${}^A\text{X}$ par $r = r_0 A^{1/3}$ où $r_0 \sim 1$ fm est le rayon du noyau d'hydrogène. Ainsi, pour le

carbone ^{12}C ou l'oxygène ^{16}O , le rayon est de l'ordre de 2.5 fm. Les interactions cohérentes auront lieu pour $\lambda \gtrsim 2.5$ fm ou encore $E \lesssim 400$ MeV.

Parmi toutes les interactions cohérentes, un canal nous intéresse tout particulièrement : la production cohérente d'un pion, représentée sur la Figure 1.21, qui contribue aux événements CC1 π comme nous allons le voir dans la Section 1.4.5.

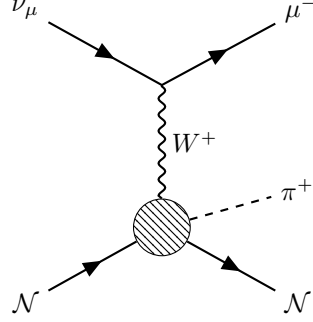


FIGURE 1.21 – Production cohérente d'un pion.

1.4.4 Le générateur Monte-Carlo NEUT

Dans toute cette section, nous nous sommes attachés à décrire les différents modèles qui permettent de décrire les interactions neutrino-noyau. Seules les interactions sur un quark peuvent être décrites de manière exacte dans le cadre du Modèle Standard ; leur extension aux interactions avec un nucléon et un noyau sont plus phénoménologiques et introduisent des paramètres libres pouvant être ajustés aux données (masses axiales dans les facteurs de formes, normalisation relative de divers processus etc). L'ajustement de ces paramètres n'est pas parfait et leur valeur ne peut donc être connue qu'approximativement. La prédiction du générateur Monte-Carlo d'interactions NEUT [57] est donc intrinsèquement accompagnée d'une incertitude provenant du choix de la valeur des paramètres libres.

La liste de ces paramètres, la valeur permettant le meilleur ajustement aux données ainsi que l'incertitude associée sont regroupées dans la Table 1.11. Nous les avons introduits successivement dans cette section :

- pour les interactions quasi-élastiques sur un nucléon, la masse axiale M_A^{QE} du facteur de forme (1.241) ;
- pour les interactions résonantes, la masse axiale M_A^{RES} et l'amplitude $C_A^5(0)$ du facteur de forme (1.258), ainsi que la normalisation relative de la contribution non-résonante (Figure 1.17) ;
- un facteur de normalisation pour les autres événements par courant chargé ou courant neutre (multi-pions, DIS ou production résonante de mésons η , η' ou K) ;
- un facteur de normalisation pour les interactions cohérentes sur le noyau cible, par courant neutre ou par courant chargé ;
- pour les modèles nucléaires, l'impulsion de Fermi p_F et l'énergie de liaison E_b du gaz de fermion relativiste (1.265), ainsi qu'un facteur de normalisation des interactions 2p-2h sur une paire de nucléons couplés ;
- enfin, pour les interactions de l'état final, un facteur de normalisation pour les quatre effets représentés sur la Figure 1.20 – en ce qui concerne l'échange de charge et la diffusion élastique, ces facteurs peuvent être ajustées de manière indépendante pour les pions de basses énergie (BE, $p_\pi < 500$ MeV/c) et de haute énergie (HE, $p_\pi > 500$ MeV/c).

Par définition, tous les paramètres issus des modèles nucléaires (gaz de fermions relativiste, interactions 2p-2h, interactions cohérentes) peuvent prendre des valeurs différentes pour chaque noyau cible (carbone ou oxygène dans notre cas). Au contraire, les paramètres décrivant les interactions sur un nucléon prennent la même valeur quelque soit le noyau cible.

Paramètre	Valeur centrale	Incertitude 1σ
M_A^{QE}	1.15 GeV/c ²	0.18 GeV/c ²
C_A^5	1.01	0.12
M_A^{RES}	0.95 GeV/c ²	0.15 GeV/c ²
$N\pi$ non-résonant (norm.)	1.30	0.20
Autres CC (norm.)	0.0	0.4
Autres NC (norm.)	1.0	0.3
CC Cohérentes ^{12}C , ^{16}O (norm.)	Berger-Sehgal [11]	0.3
NC Cohérentes ^{12}C , ^{16}O (norm.)	Rein-Sehgal [58]	0.3
p_F ^{12}C	223 MeV/c	31 MeV
p_F ^{16}O	225 MeV/c	31 MeV
E_b ^{12}C	25 MeV	9 MeV
E_b ^{16}O	27 MeV	9 MeV
2p-2h ^{12}C , ^{16}O (norm.)	100 %	100%
FSI - absorption du π	1.1	50%
FSI - échange de charge (BE)	1.0	50%
FSI - échange de charge (HE)	1.8	30%
FSI - diffusion élastique (BE)	1.0	50%
FSI - diffusion élastique (HE)	1.8	30%
FSI - production du π	1.0	50%

TABLE 1.11 – Paramètres laissés libres de s’ajuster aux données et utilisés dans le générateur NEUT. La valeur permettant le meilleur ajustement ainsi que l’incertitude associée ont été réévaluées de manière interne à T2K [59–62].

1.4.5 Classification des interactions neutrino-noyau

A la fin de notre description des interactions des neutrinos sur les nucléons et les noyaux, nous avons mentionné les interactions de l’état final, qui modifient en profondeur la topologie des événements. Une interaction résonante produisant un pion peut être prise pour une interaction quasi-élastique si le pion est absorbé dans le noyau, et inversement si un pion est produit ; une interaction 2p-2h peut être prise pour une interaction quasi-élastique si l’un des protons est réabsorbé ; etc. Il est ainsi impossible d’identifier avec certitude les interactions QE, 2p-2h, RES, DIS ou cohérentes.

Pour remédier à cela et avoir une définition robuste de différentes topologies d’événements, nous définissons une classification fondée uniquement sur les particules qui s’échappent du noyau. Cette classification tient aussi compte de l’empreinte laissée par les différentes particules dans le détecteur ; par exemple, les particules neutres ne laissent aucune trace directe de leur passage. Ainsi, classifier selon le nombre de neutrons s’avère inadapté puisque il est impossible de les repérer dans nos détecteurs ! Dans la suite de cette thèse, nous allons utiliser les catégories suivantes d’interactions par courant chargé (CC) ou courant neutre (NC) :

- CC0 π : courant chargé sans aucun pion. Si l’on souhaite essayer d’identifier la contribution 2p-2h, on peut subdiviser cette catégorie en CC0 π 0 p , CC0 π 1 p et CC0 π 2 p ;
- CC1 $\pi^\pm$: courant chargé avec production d’un pion chargé, sans restriction sur le nombre de nucléons également produits ;
- CC1 π^0 : courant chargé avec production d’un pion neutre. Nous avons voulu former une catégorie différente de la précédente car la signature du π^0 dans nos détecteurs (désintégration immédiate en deux photons, $\tau_{\pi^0} \simeq 8.5 \times 10^{-17}$ s) est bien différente de celle du $\pi^\pm$;
- Divers CC : courant chargé accompagné de multiples pions, kaons ou baryons étranges ;
- NC : courant neutre, sans conditions sur le système hadronique.

Le sujet d’étude de cette thèse concerne la production d’un pion lors des interactions des neutrinos sur l’eau et le plastique scintillant (principalement composé de carbone). Nous présenterons la mesure,

dans les Chapitres 4 à 6, de la section efficace d'interaction du canal $\text{CC}1\pi^\pm$ avec les détecteurs proches de l'expérience T2K. Comme nous l'avons déjà mentionné, le canal $\text{CC}1\pi^\pm$, bien que majoritairement composé d'interaction résonantes, contient une petite fraction d'évènements QE, 2p-2h ou DIS à cause des interactions de l'état final ; la production cohérente d'un $\pi^\pm$ contribue également, comme le montre la Figure 1.22.

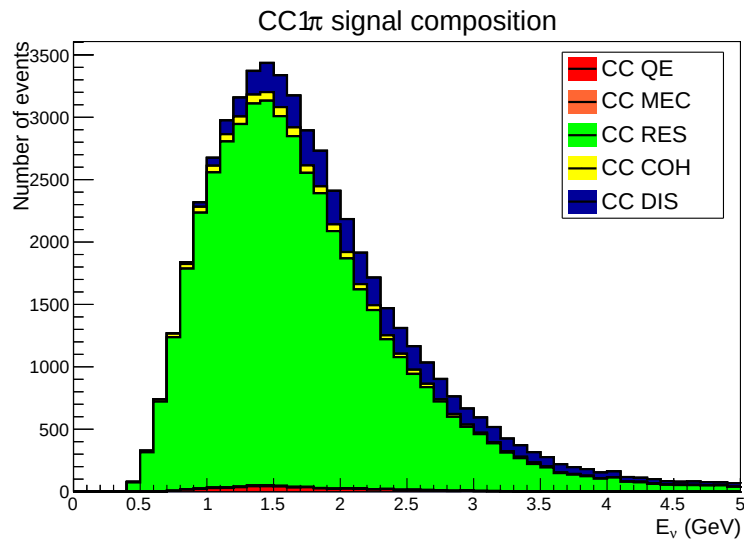


FIGURE 1.22 – Interactions $\text{CC}1\pi^\pm$ dans le WaterModule (flux sur axe de ν_μ de l'expérience T2K). Prédiction de la simulation NEUT avec les valeurs centrales des paramètres données dans la Table 1.11.

Chapitre 2

L'expérience T2K et le projet WAGASCI

*In reality, a theory in natural science cannot be without experimental foundations ;
physics, in particular, comes from experimental work.*

Samuel Ting

2.1 L'expérience Tokai-to-Kamioka (T2K)

L'expérience Tokai-to-Kamioka (T2K) est située sur l'île de Honshu au Japon, au Nord de Tokyo. Elle tire son nom d'une part du village de Tokai, sur la côte Pacifique à l'est du Japon, où est produit le faisceau de neutrinos ou d'antineutrinos et d'autre part de la mine de Kamioka où se trouve le détecteur lointain de l'expérience, Super-Kamiokande (SK).



FIGURE 2.1 – Localisation de l'expérience T2K (image google map). A l'est se trouvent les accélérateurs de J-PARC, à l'ouest l'Observatoire de Kamioka où se trouve Super-Kamiokande.

2.1.1 Le principe de l'expérience

Le but de l'expérience T2K est d'observer et de quantifier les oscillations des neutrinos et des antineutrinos muoniques afin de caractériser la matrice de mélange U_{PMNS} et de mesurer certains de ses paramètres. L'expérience utilise le complexe d'accélérateurs du J-PARC (*Japan Proton Accelerator Research Complex*) de Tokai pour produire un faisceau de neutrinos ν_μ ou d'antineutrinos $\bar{\nu}_\mu$. Ces neutrinos ou antineutrinos vont être détectés à Super-Kamiokande après 295 km de trajet avec leur saveur initiale μ ou alors, si il y a eu oscillations, avec la saveur e (l'identification des leptons τ est très difficile dans le détecteur SK). Ainsi, les canaux d'étude des oscillations dans l'expérience T2K sont $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$, $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ et leurs conjugués de charge $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ et $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$.

Afin de mieux connaître la composition du faisceau de neutrino et sa direction, un ensemble de détecteurs proches est installé sur le site de J-PARC à 280 mètres du lieu de production (voir Figure 2.2).

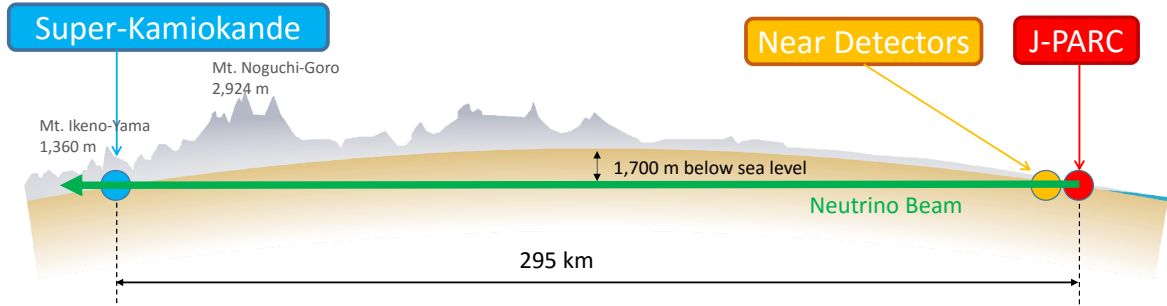


FIGURE 2.2 – Vue de coupe de l'expérience T2K. Tiré de [42].

Comme nous l'avons montré dans le Chapitre 1, l'oscillation des neutrinos dépend du rapport L/E . La distance de vol des neutrinos est fixée par la géographie à 295 km faisant de l'énergie E_ν le seul paramètre qu'il est possible de choisir pour tenter d'atteindre la valeur de L/E correspondante à un maximum d'oscillation, c'est-à-dire 600 MeV (voir le calcul dans la Section 1.3.4). L'expérience T2K utilise la technique dite *hors axe* qui consiste à pointer le faisceau de manière légèrement décalée par rapport à la direction de Super-Kamiokande. La Figure 2.3 représente les flux obtenus pour différents angles hors axe ainsi que les probabilités de survie des ν_μ et d'apparition des ν_e .

L'angle hors axe choisi pour T2K est 2.5° , qui correspond à l'angle entre la direction du faisceau et la direction de Super-Kamiokande. Comme la Figure 2.3 le montre, le flux correspondant est beaucoup plus étroit autour de la valeur de 600 MeV. Cette technique hors axe permet de se mettre dans des conditions plus idéales pour la mesure des oscillations, en maximisant la probabilité d'oscillation $\mathbb{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$. Il y a donc deux ensembles de détecteurs proches :

- le détecteur proche hors axe : ND280 (*Near Detector 280m*), qui caractérise la composition du faisceau en direction de Super-Kamiokande ;
- le détecteur proche sur axe : INGRID (*Interactive Neutrino GRID*), qui mesure la position du centre du faisceau et son profil transverse afin de contrôler précisément l'angle hors axe.

Le projet WAGASCI, situé à un angle hors axe de 1.5° , a pour objectif d'améliorer, grâce à des détecteurs à la structure innovante et en produisant des mesures complémentaires à celles de ND280 et d'INGRID, la caractérisation du faisceau initial.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons décrire brièvement la production du faisceau (Section 2.1.2), les détecteurs proches ND280 (Section 2.1.3) et INGRID (Section 2.1.4) et enfin le détecteur lointain Super-Kamiokande (Section 2.1.5). Le projet WAGASCI sera lui détaillé dans la Section 2.2.

2.1.2 La production du faisceau : l'accélérateur du J-PARC

J-PARC accueille plusieurs expériences autres que T2K qui se partagent le temps de faisceau. Ainsi, toute la première partie du circuit d'accélération des protons est commun à ces expériences, comme le montre le schéma de la Figure 2.4. Elle est composée d'un accélérateur linéaire (*Linac*) et de deux synchrotrons pour accélérer les protons successivement à 3 GeV puis 30 GeV. Les protons sont accélérés par paquets (*spills*) successifs, espacés de 2.48 secondes l'un de l'autre.

Le faisceau de neutrinos à destination de Super-Kamiokande est ensuite produit comme le montre la Figure 2.5. Les protons sont extraits du synchrotron 30 GeV (*Main Ring*, MR) et dirigés sur une

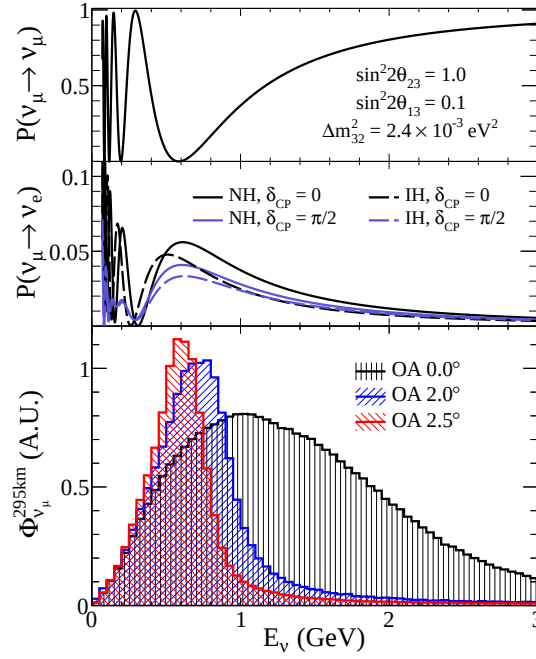


FIGURE 2.3 – Haut : probabilité de survie des neutrinos ν_μ en fonction de l'énergie du neutrino E_ν . Milieu : probabilité d'apparition des ν_e pour différentes valeurs de δ_{CP} et de la hiérarchie de masse, en fonction de E_ν . Bas : flux de neutrinos ν_μ pour différents angle hors axe (*Off Axis* - OA); la normalisation relative de ces flux est arbitraire. L'angle hors axe 2.5° permet d'observer l'effet maximal des oscillations. Tiré de [42].

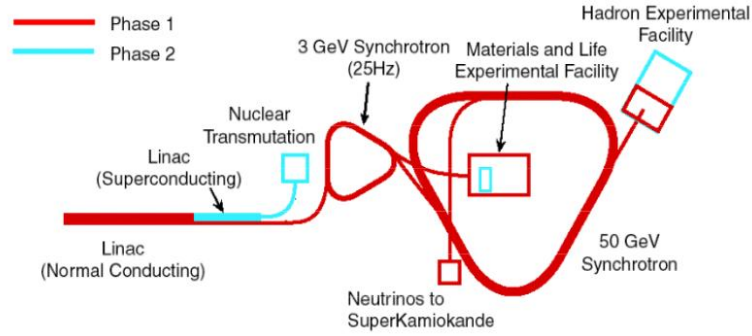


FIGURE 2.4 – Schéma des accélérateurs de J-PARC. Le synchrotron 50 GeV (Main Ring) fonctionne en pratique à l'énergie nominale de 30 GeV.

cible en carbone, cylindre de 90 cm de long pour 26 mm de diamètre. Avec la puissance maximale atteinte par l'accélérateur lors du printemps 2018 (475 kW), ce sont environ 2.5×10^{14} protons (POT, *protons-on-target*) qui sont envoyés sur la cible de carbone toutes les 2.48 secondes. L'interaction d'un proton sur cette cible produit en moyenne environ 3 hadrons : $\pi^\pm$ principalement, mais également des kaons $K^\pm, K_L^0$. Ce sont ces hadrons qui, par leur désintégration, vont produire les neutrinos du faisceau. Les désintégrations de ces hadrons produisant des neutrinos sont listées dans la Table 2.1.

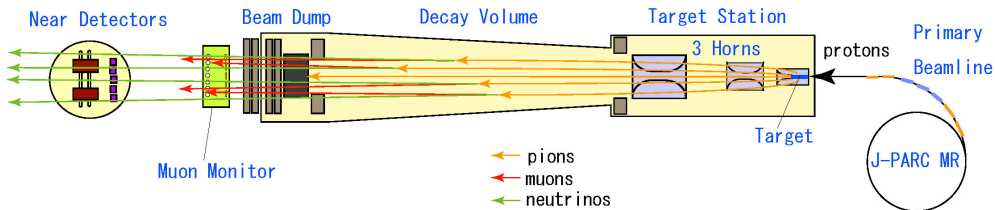


FIGURE 2.5 – Etapes de la production du faisceau de neutrino à partir de l'accélérateur principal de J-PARC (MR). Tiré de [42].

$\pi^+ \rightarrow$	$\mu^+ \nu_\mu$	$\pi^- \rightarrow$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu$	99.99 %
	$e^+ \nu_e$		$e^- \bar{\nu}_e$	0.01 %
$K^+ \rightarrow$	$\mu^+ \nu_\mu(\pi^0)$	$K^- \rightarrow$	$\mu^- \bar{\nu}_\mu(\pi^0)$	66.9 %
	$\pi^0 e^+ \nu_e$		$\pi^0 e^- \bar{\nu}_e$	5.1 %
	$\pi^+ \pi^0, \pi^+ \pi^0 \pi^0, \pi^+ \pi^+ \pi^-$		$\pi^- \pi^0, \pi^- \pi^0 \pi^0, \pi^- \pi^- \pi^+$	28.0 %
$K_L^0 \rightarrow$	$\pi^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu, \pi^- \mu^+ \nu_\mu$			27.0 %
	$\pi^+ e^- \bar{\nu}_e(\gamma), \pi^- e^+ \nu_e(\gamma)$			40.9 %
	$\pi^+ \pi^- \pi^0$			12.5 %

TABLE 2.1 – Canaux de désintégration principaux des pions et kaons produisant des neutrinos, avec leur rapport de branchement. Ne sont listés ici que les rapports de branchement supérieurs à 0.01%. Tiré de [24].

Trois cornes électromagnétiques successives (*Horns*) permettent de sélectionner ensuite soit les hadrons chargés positivement (π^+, K^+) soit négativement (π^-, K^-). Cette sélection s’obtient en appliquant un courant de +250kA ou –250kA, respectivement, afin de créer un champ magnétique toroïdal à l’intérieur des cornes. Par exemple, avec le courant positif +250kA, les π^+ sont focalisés dans la direction du tunnel de désintégration (*Decay Volume*) alors que les π^- en sont écartés. Ces hadrons vont se désintégrer en vol dans ce tunnel de 90 mètres rempli d’hélium et ainsi constituer un faisceau composé essentiellement de ν_μ et de μ^+ . Certains des muons produits avec les neutrinos se désintègrent également en vol et cela contribue au faisceau : $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ et $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$. Hors de l’axe du faisceau, nous trouvons davantage de $\pi^\pm$ à basse énergie (et moins à haute énergie) ce qui conduit, après désintégrations successives des pions et des muons, à une énergie moyenne plus faible pour les neutrinos en direction de SK. Un absorbeur en graphite (*Beam Dump*) est placé à l’extrémité du tunnel de désintégration pour stopper tous les pions, kaons ou muons de plus basses énergies ne s’étant pas désintégrés. Certains muons ($E_\mu > 5$ GeV) traversent cependant l’absorbeur de hadrons jusqu’à parvenir au Moniteur à Muons (*Muon Monitor*) qui mesure le centre du faisceau de neutrinos à partir de la distribution spatiale des muons qui le traversent. Ces muons s’arrêtent ensuite naturellement dans le sol avant de parvenir au puits où se trouvent les détecteurs proches.

Toutes ces étapes permettent ainsi de constituer un faisceau de neutrinos. La composition finale de ce faisceau est déterminée par la polarisation des cornes électromagnétiques et la combinaison des désintégrations successives des particules focalisées. Par exemple, la Figure 2.6 (a) montre la participation de chaque particule au flux de ν_μ pour une focalisation +250kA. Il est malheureusement impossible d’obtenir un faisceau composé à 100 % de ν_μ ou de $\bar{\nu}_\mu$ car l’efficacité de la dé-focalisation n’est pas parfaite. La Figure 2.6 (b) montre la contribution des différentes saveurs au flux de neutrinos à SK, résumées dans la Table 2.2.

Saveur	+250kA		–250kA	
	Hors axe (2.5°)	Sur axe (0°)	Hors axe (2.5°)	Sur axe (0°)
ν_μ	92.6 %	95.3 %	9.6 %	7.3 %
$\bar{\nu}_\mu$	6.2 %	3.9 %	89.2 %	91.9 %
ν_e	1.1 %	0.7 %	0.3 %	0.1 %
$\bar{\nu}_e$	0.1 %	0.1 %	0.9 %	0.7 %

TABLE 2.2 – Composition du flux hors axe à 2.5° (dans la direction de SK) et sur axe (0°), pour les polarisations +250kA et –250kA. Tiré de [64] et [42].

Nous avons décrit ici rapidement la production du faisceau de neutrino (pour plus de détails, voir [64]). La caractérisation de ce faisceau est extrêmement complexe, en raison de la connaissance toute relative que l’on peut avoir des interactions hadroniques entre le faisceau de proton et la cible de carbone. L’expérience partenaire NA61/SHINE [63] étudie de manière détaillée la production de hadrons dans une cible identique à celle de T2K. Cette connaissance du flux est cependant essentielle à la mesure des oscillations, puisque l’on s’attache, pour cela, à comparer les observations de Super-Kamiokande avec ce qui a été produit à J-PARC. Les détecteurs proches, installés à 280m de la cible, contribuent de manière déterminante à cette connaissance du faisceau de neutrinos.

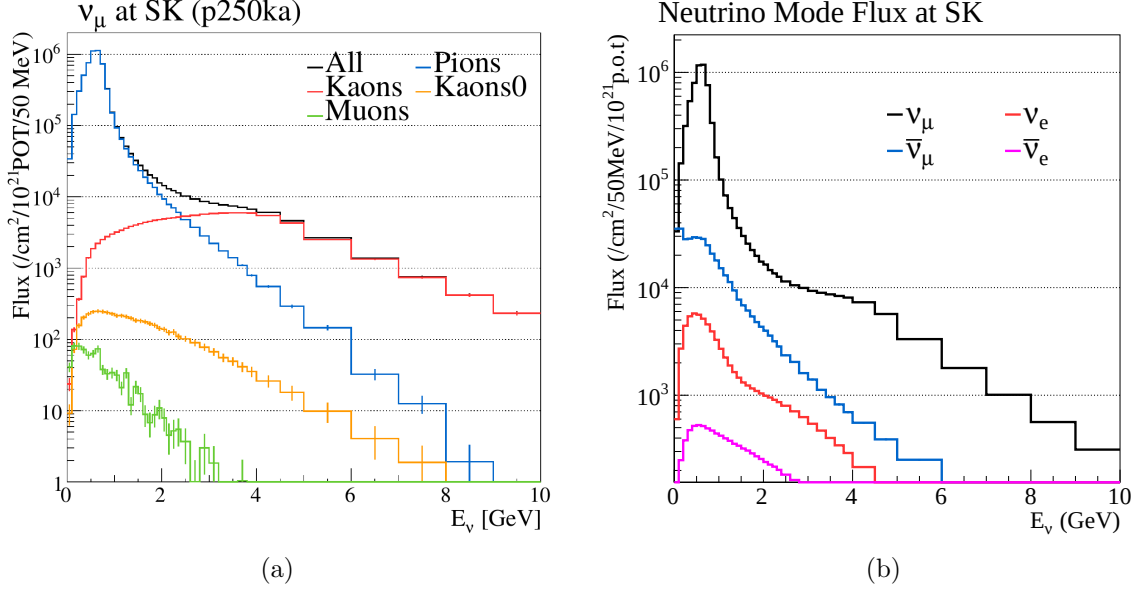


FIGURE 2.6 – (a) Flux nominal (sans oscillation) de ν_μ à SK en fonction du hadron d'origine. Tiré de [63]. (b) Les différentes composantes du flux total de neutrinos à SK. Tiré de [42]. Les deux figures sont obtenues pour une polarisation des cornes de +250kA, et normalisées à 10^{21} POT.

2.1.3 Le détecteur proche hors axe : ND280

ND280 est un détecteur complexe se situant à 280 mètres dans la direction de Super-Kamiokande, 2.5° hors de l'axe du faisceau. Son but est de caractériser précisément le flux de neutrinos produit par l'accélérateur, en termes de saveur et de spectre en énergie. La Figure 2.7 fournit une description du détecteur, de sa localisation et de sa structure. Nous allons détailler brièvement dans ce qui suit les motivations ayant conduit au choix d'une telle structure.

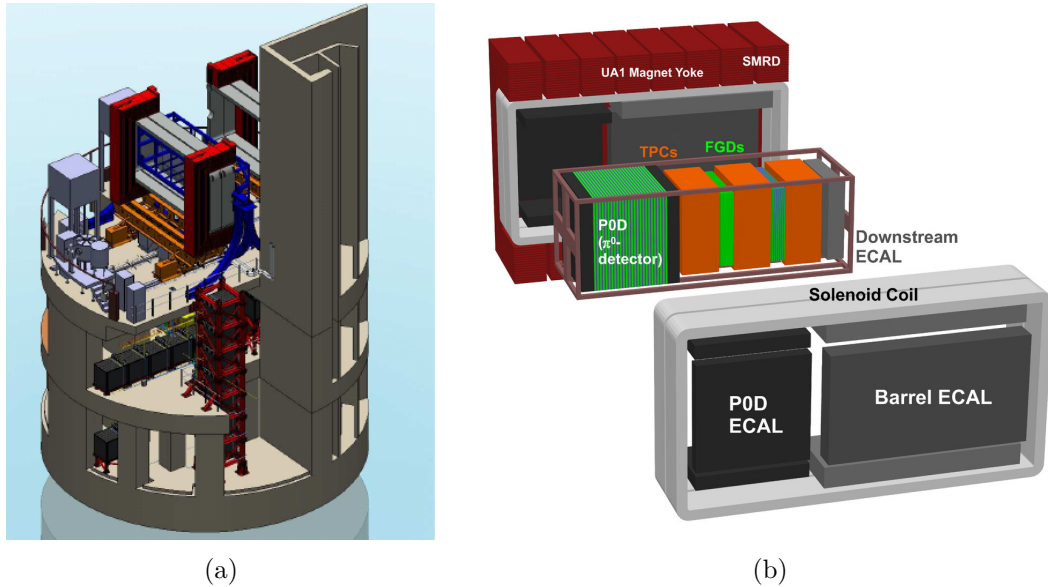


FIGURE 2.7 – (a) Vue d'ensemble du puits des détecteurs proches. A l'étage supérieur, ND280; aux étages inférieurs, INGRID. (b) Vue schématique du détecteur ND280. Tirés de [42].

Composition en saveur du flux et contrôle des bruits de fonds

Pour l'étude de la disparition des ν_μ , le nombre d'événements du type $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ dans le détecteur lointain Super-Kamiokande est compté. On cherche pour cela un anneau Cherenkov correspondant au muon (voir Section 2.1.5). L'un des bruit de fond dans cet échantillon sélectionné provient

des interactions des antineutrinos $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$, qui produisent le même anneau Cherenkov. Il est donc important de bien connaître le flux initial de ν_μ (pour prédire le nombre d'événements que l'on devrait voir si il n'y avait pas d'oscillations) et de $\bar{\nu}_\mu$ (pour contrôler le bruit de fond associé), ainsi que leur importance relative.

Pour cette raison le détecteur ND280 est entouré d'un aimant formé par une bobine (*Solenoid Coil*) produisant un champ magnétique de 0.2 T. Sous l'action de ce champ la trajectoire des particules chargées se courbe conformément à leur charge électrique ce qui permet de différencier les événements produisant un μ^- ou un μ^+ . Cela fournit ainsi une estimation distincte des flux de ν_μ et de $\bar{\nu}_\mu$.

Si l'on s'intéresse maintenant à l'étude de l'apparition des ν_e (oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$), il s'agit de compter le nombre d'événements du type $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$ au niveau du détecteur SK. On cherche ainsi un anneau Cherenkov correspondant à un électron. Cependant certains de ces événements proviennent de la contamination initiale du faisceau en neutrinos ν_e et ne sont pas causés par une oscillation de neutrinos. Il est donc primordial de contrôler également le flux initial de ν_e . Le second bruit de fond est causé par des interactions par courant neutre $\nu_{\mu,\tau} \rightarrow \pi^0$. Chacun des deux photons produit par la désintégration du pion neutre ($\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$) peut à son tour interagir et former une cascade électromagnétique, donnant un anneau semblable à celui d'un électron dans SK. Dans le cas où l'un de ces deux anneaux n'est pas détecté (si l'un des photons a une énergie trop faible ou si les deux sont quasiment colinéaires), l'événement peut être confondu avec une interaction $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$.

Le P0D (*Pi-0 Detector*) est ainsi conçu pour la mesure de la section efficace $\text{NC}\pi^0$ dans l'eau, afin de connaître ce bruit de fond. Il est formé alternativement de plans de scintillateurs pour la reconstruction des traces, de plaques de matériaux denses (plomb ou cuivre) pour accélérer la conversion $\gamma \rightarrow e^+e^-$ et de poches d'eau. Un schéma de sa structure est représenté sur la Figure 2.8 (a). Deux calorimètres électromagnétiques (P0D ECAL) entourent le P0D et permettent de mesurer l'énergie des particules produites. Afin d'isoler les interactions ayant lieu sur l'eau de celles ayant eu lieu sur les autres matériaux, des données sont enregistrées lorsque les poches d'eau sont vides, le détecteur ne contenant alors que les scintillateurs et les plaques de métal. La comparaison avec les données prises avec les poches d'eau pleines permet d'isoler les interactions $\text{NC}\pi^0$ dans l'eau [65].

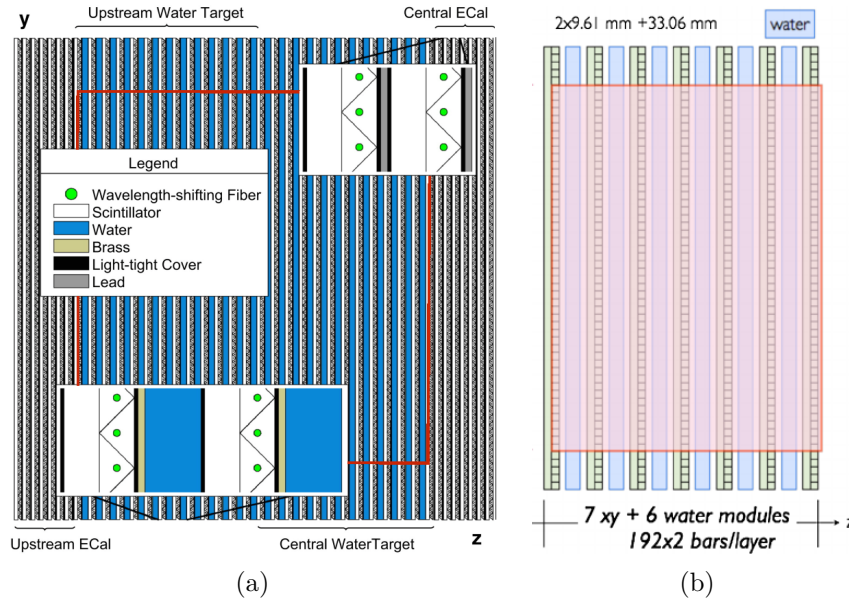


FIGURE 2.8 – (a) Vue schématique du P0D. Dans la partie centrale se trouvent les poches d'eau et les plaques de cuivre. A l'avant et à l'arrière des plaques de plomb sont intercalées entre les plans de scintillateurs. Tiré de [66]. (b) Vue schématique du deuxième FGD. Des fines couches d'eau sont placées entre chaque plan de scintillateurs. Tiré de [67].

Spectre en énergie et mesure de sections efficaces

Les probabilités d'oscillation dépendant de l'énergie du neutrino E_ν , il est également important de bien caractériser le flux et la valeur des sections efficaces d'interaction en fonction de E_ν . Différents canaux d'interactions sont possibles (voir Section 1.4). L'échantillon utilisé pour les analyses d'oscillations

est historiquement composé d'interactions par courant chargé sans production de pions ($CC0\pi$) [68]. Pour gagner en nombre d'évènements et en signification, les interactions avec production d'un pion ($CC1\pi$) ont été récemment introduites [38]. La mesure de sections efficaces d'interactions des neutrinos sur l'eau, en fonction de l'énergie du neutrino et pour les différents canaux, est donc très importante.

C'est dans ce but qu'on a construit les détecteurs centraux de ND280. Deux FGD (*Fine Grain Detector*) servent de matériau cible pour l'interaction des neutrinos. Chaque FGD est composé de plans de scintillateurs horizontaux et verticaux. De plus, de fines couches d'eau sont intercalées entre les plans de scintillateurs du deuxième FGD (voir Figure 2.8 (b)). La comparaison des interactions ayant lieu dans le premier FGD (sans eau) et dans le deuxième FGD (avec eau) permet d'isoler la contribution des interactions dans l'eau [67, 69]. Le P0D permet aussi, bien que ce ne soit pas sa fonction première, d'obtenir une mesure de la section efficace d'interaction $CC0\pi$ [66].

Trois TPC (*Time Projection Chamber*) et deux calorimètres électromagnétiques (un en aval, le *Downstream ECAL* et un sur les côtés, le *Barrel ECAL*) sont associés aux deux FGD pour la reconstruction des traces et l'identification du type de particule les ayant produites. En particulier les TPC permettent une reconstruction de grande qualité. Associées à l'aimant qui courbe les trajectoires des particules chargées, elles permettent une mesure très précise de l'impulsion des particules produites.

Enfin, les spectromètres à muons (*Side Muon Range Detector*, SMRD) sont disposés à l'extérieur de l'aimant. Ils ont pour but principal de détecter les bruits de fond qui viendraient polluer les mesures depuis l'extérieur du détecteur (par exemple, les muons cosmiques).

Performances et limitations

En mesurant le flux Φ et les sections efficaces d'interaction σ des neutrinos au niveau de la production du faisceau, le détecteur ND280 permet de réduire fortement les erreurs systématiques sur les analyses d'oscillation (apparition des ν_e ou disparition des ν_μ). La Table 2.3 montre cette diminution de l'incertitude sur le nombre d'évènements que l'on s'attend à détecter dans Super-Kamiokande.

Source d'erreur	ν_e ($CC0\pi$)	ν_μ ($CC0\pi$)	ν_e ($CC1\pi$)	$\bar{\nu}_e$ ($CC0\pi$)	$\bar{\nu}_\mu$ ($CC0\pi$)
Flux + section efficace	11.3 %	10.8 %	16.4 %	12.9 %	11.3 %
Avec contrainte de ND280	4.2 %	2.9 %	5.0 %	4.7 %	3.5 %
Détecteur SK	2.4 %	3.9 %	9.3 %	2.5 %	3.4 %
Interactions dans SK	2.5 %	1.5 %	10.5 %	3.0 %	2.1 %
Total	12.7 %	12.0 %	21.9 %	14.5 %	12.5 %
Avec contrainte de ND280	5.5 %	5.1 %	14.8 %	6.5 %	6.3 %

TABLE 2.3 – Erreurs systématiques sur le nombre d'évènements détectés à SK. Tiré de [38].

Cependant quelques limitations demeurent.

1. Bien que l'on puisse extraire du P0D et du deuxième FGD les interactions ayant lieu sur l'eau, la majorité de la cible du détecteur ND280 est en plastique. La faible masse d'eau disponible limite le nombre d'interactions collectées et la précision sur la mesure.
2. Le détecteur lointain Super-Kamiokande est capable de détecter les muons, produits par les interactions des ν_μ , peu importe leur direction. La capacité de détection est isotropique. Cependant, ces interactions ne sont détectées par ND280 seulement si le muon est produit vers l'avant (il doit atteindre la TPC qui suit le FGD dans lequel il a été produit). Ainsi le détecteur ne peut pas mesurer, et donc contraindre, la section efficace d'interaction à grands angles.
3. Enfin, le détecteur ND280 mesure la combinaison $\Phi \times \sigma$ plutôt que Φ et σ séparément. En effet, un excès du nombre d'évènement par rapport à celui prédit par la simulation peut soit être dû à un flux plus important, ou bien à une section efficace plus grande. La distinction n'est pas possible. Pour cette raison, du point de vue de la mesure intrinsèque de la section efficace, les autres détecteurs (INGRID, WAGASCI), situés à des angles hors axe différents, sont complémentaires : en mesurant une combinaison avec un flux différent $\Phi' \times \sigma$ ils peuvent permettre d'obtenir, par comparaison, une mesure de σ plus robuste.

Notons enfin, à partir de la Table 2.3, que l'erreur sur le nombre d'évènements ν_e - $CC1\pi$ est significativement plus importante que celles des échantillons $CC0\pi$. En particulier en ce qui concerne les

interactions dans SK : cela se réfère par exemple aux interactions des pions entre leur production et leur sortie du noyau d'oxygène, qui sont peu connues. Ces interactions de l'état final (FSI), introduites dans la Section 1.4, sont caractéristiques du milieu nucléaire et ne dépendent pas de la saveur du neutrino ou du lepton produit par l'interaction. Ainsi l'étude des interactions ν_μ -CC1 π sur une cible d'eau, sujet de cette thèse, pourra contribuer réduire cette erreur sur le nombre d'événements ν_e -CC1 π .

2.1.4 Les détecteurs proches sur axe : INGRID et le Proton Module

L'autre ensemble de détecteurs est situé sur l'axe du faisceau. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 2.3, le spectre en énergie et l'intensité du flux dépendent fortement de l'angle hors axe entre le faisceau de neutrino et le détecteur considéré. Pour rendre la mesure de ND280 plus fiable, il faut donc bien connaître l'angle hors axe. INGRID, en forme de croix, a ainsi pour but principal de mesurer la position du centre du faisceau et son profil transverse. Pour participer activement aux mesures de section efficace, un module dédié, le Proton Module, a également été construit [70].

INGRID

Le détecteur INGRID (*Interactive Neutrino GRID*) est constitué de 14 modules identiques agencés comme le montre la Figure 2.9 (a) : 7 modules forment une colonne verticale et 7 autres un ligne horizontale. La structure totale a ainsi l'allure d'une croix. Deux autres modules *hors-croix* ont été utilisés temporairement pour vérifier la forme circulaire du profil transverse du faisceau de neutrinos.

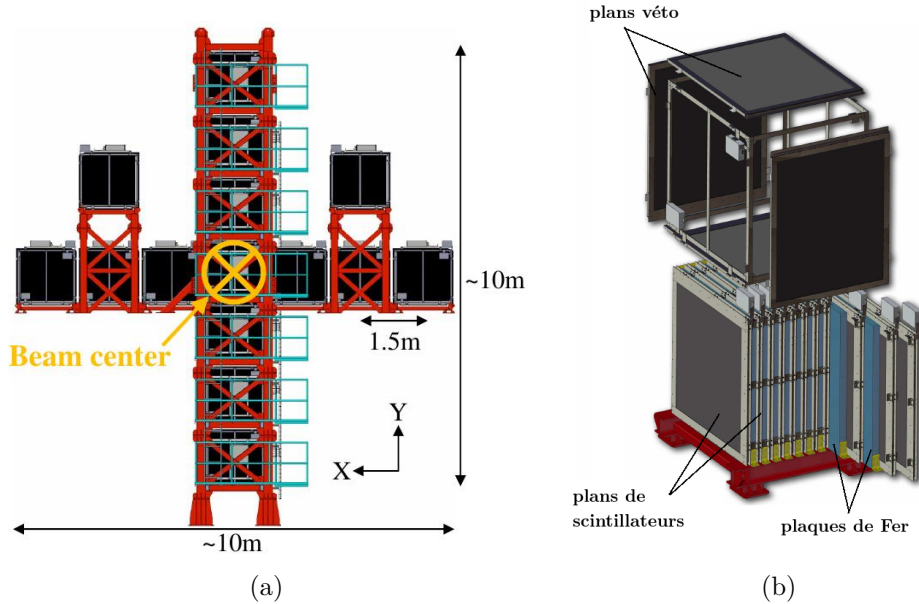


FIGURE 2.9 – (a) Vue d'ensemble du détecteur INGRID. Le centre du faisceau est aligné sur les modules centraux. (b) Structure interne d'un module INGRID.

Chaque module est constitué d'une alternance de plaques de fer et de plans de scintillateurs disposés horizontalement et verticalement.

- Les plaques de fer servent de matériau cible grâce à leur forte densité. Neuf plaques de fer, de dimensions $120\text{cm} \times 120\text{cm} \times 6.5\text{cm}$, sont disposées dans un module. Cela revient à environ 6.6 tonnes de fer par module.
- Les plans de scintillateurs servent à la reconstruction des traces dans le détecteur. Chaque plan est composé de 24 scintillateurs de dimensions $5\text{cm} \times 1\text{cm} \times 120\text{cm}$. Un plan couvre ainsi la surface transverse du détecteur $120\text{cm} \times 120\text{cm}$. Un plan de scintillateurs horizontaux et un plan de scintillateurs verticaux sont systématiquement accolés pour permettre une bonne capacité de reconstruction des traces. En effet, chaque scintillateur, selon son orientation, ne fournit que les coordonnées (x,z) ou (y,z) du point de passage de la particule dans le plan. Onze paires de plans (horizontal + vertical) sont placées dans chaque module. Les plaques de fer sont disposées dans les 9 premiers intervalles entre ces paires de plans.

- Chaque scintillateur est traversé par une fibre optique qui permet de collecter la lumière émise par le matériau scintillant au passage d'une particule chargée, et de la réémettre dans la gamme de longueur d'onde de fonctionnement optimal des compteurs optiques (MPPC). Pour éviter que la lumière ne sorte du scintillateur et pour qu'elle soit bien redirigée vers la fibre optique, chaque scintillateur est entouré d'une surface réfléchissante en dioxyde de titane (TiO_2). Une description plus détaillée du processus de détection est fournie au Chapitre 3. Une vue de coupe des scintillateurs des modules INGRID est présentée sur la Figure 2.10 (a).
- Enfin, des plans véto sont disposés de chaque côté du module. Ils permettent d'identifier les particules provenant de l'extérieur du module.

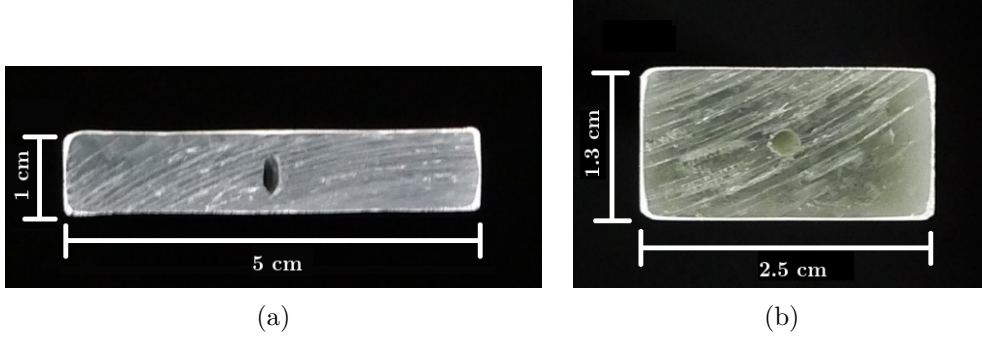


FIGURE 2.10 – Photo de coupe des scintillateurs (a) du détecteur INGRID (b) de la partie centrale du Proton Module (de type SciBar). On peut distinguer le trou pour le passage de la fibre et la couche blanche de réflecteur.

La structure en croix du détecteur INGRID permet ainsi de mesurer le profil transverse du faisceau de ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$. Les modules étant rigoureusement identiques, le nombre d'évènements détectés dans chaque module est proportionnel au flux de neutrinos au niveau de ce module. Comme on le voit sur la Figure 2.11, le nombre d'évènements décroît lorsque l'on s'éloigne de l'axe du faisceau (les modules aux extrémités de la croix correspondent à un angle hors axe d'environ 1°). Un fit gaussien sur le nombre d'évènements dans chaque module permet de mesurer la position du centre du faisceau avec une précision de l'ordre de 3 cm ! Ainsi l'incertitude sur l'angle hors axe de ND280 et Super-Kamiokande est de l'ordre de 0.1 mrad, ou 22 secondes d'arc.

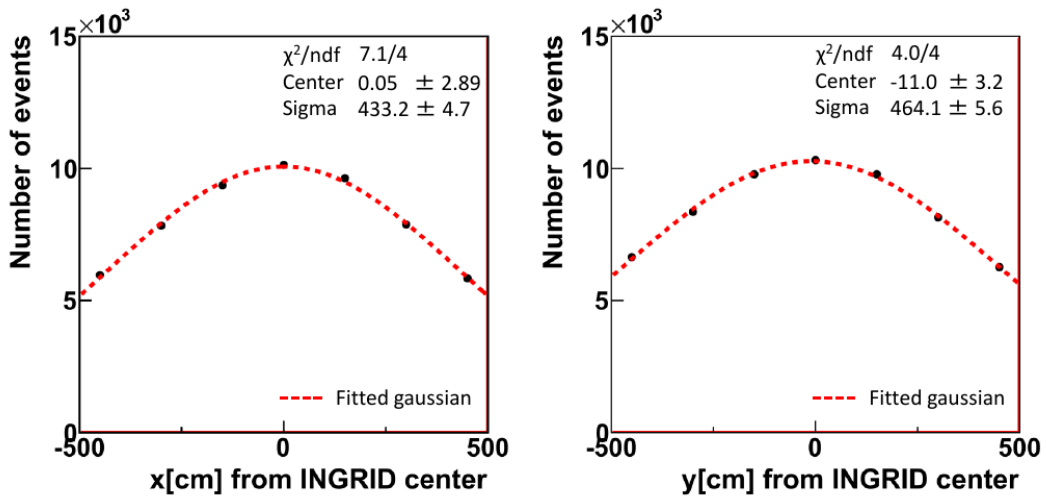


FIGURE 2.11 – Profil transverse du faisceau de neutrinos. Un fit gaussien permet de déterminer la position du centre du faisceau, sous l'hypothèse que la distribution spatiale des μ^+ issus de la contamination $\bar{\nu}_\mu$ du faisceau de ν_μ est la même que celle des μ^- (et inversement pour le faisceau de $\bar{\nu}_\mu$). Tiré de [71].

Le Proton Module

A cause de la forte densité du fer, les hadrons (protons principalement, mais aussi pions) produits lors des interactions des neutrinos dans INGRID sont généralement absorbés par les plaques de fer avant d'avoir pu traverser 3 paires de plans de scintillateurs, ce qui est nécessaire à la reconstruction de leur trace. Cette information n'est pas utile pour la mesure de la section efficace inclusive d'interaction des ν_μ par courant chargé ($\nu_\mu + X \rightarrow \mu + X'$), puisque dans ce cas-là seul le muon est recherché. Cependant pour une mesure individuelle de chaque canal d'interaction (CC0 π , CC1 π , ...) il est nécessaire de pouvoir avoir accès aux hadrons produits.

Le Proton Module a ainsi été conçu pour pouvoir reconstruire les traces créées par les protons (d'où son nom) et les pions également produits. À cet effet, trois modifications ont été faites par rapport à un module INGRID standard :

1. les plaques de fer ont été enlevées pour permettre la propagation des hadrons à travers les plans de scintillateurs ;
2. le nombre de paires de plans de scintillateurs (horizontal + vertical) a été augmenté, de 11 il passe à 18 ;
3. pour augmenter la granularité de la reconstruction, la partie centrale de chaque plan de scintillateurs est maintenant composée de scintillateurs d'un nouveau type (Voir Figure 2.10 (b)), deux fois plus fins et donc deux fois plus nombreux.

La Figure 2.12 montre la nouvelle structure du Proton Module. La première paire de plans n'a pas été modifiée puisqu'elle sert uniquement à identifier les traces produites en amont du détecteur. Les 34 plans formant les 17 paires restantes sont tous équitablement espacés de 2.3 cm (et non plus accolés deux à deux).

Les 40 cm au centre de chaque plan de scintillateur contiennent des scintillateurs de type Scibar, de dimensions $2.5\text{cm} \times 1.3\text{cm} \times 120\text{cm}$. Chaque plan contient ainsi successivement 8 scintillateurs INGRID (40 cm), 16 scintillateurs de type Scibar (40 cm), puis à nouveau 8 scintillateurs INGRID (40 cm). Les scintillateurs Scibar et INGRID sont identiques en ce qui concerne la composition du matériau scintillant, la couche de réflecteur et la lecture par fibre optique. Quatre plans véto externes entourent enfin le Proton Module (en haut, en bas, à gauche et à droite).

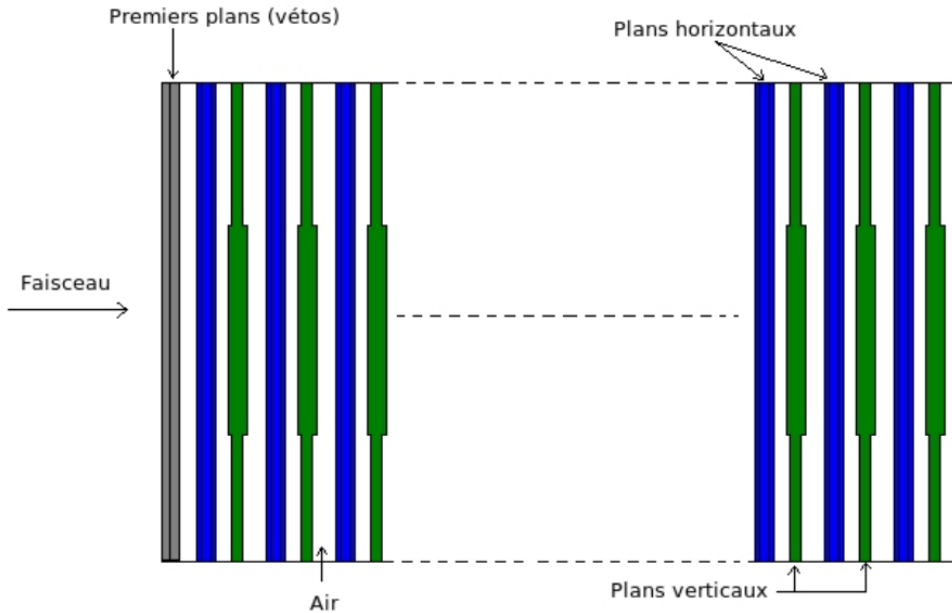


FIGURE 2.12 – Structure des plans de scintillateurs du Proton Module. Vue de dessus. Tiré de [70].

Le Proton Module est un détecteur composé donc entièrement de plastique scintillant (C_8H_8). Il permet ainsi d'obtenir les section efficaces d'interaction des ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$ sur une cible de carbone. Comme le montre la Figure 2.13, il est localisé au centre de la croix d'INGRID, entre les modules centraux verticaux et horizontaux. Pour isoler les interactions par courant chargé où un muon est produit, on utilise les modules INGRID situés juste à l'arrière du Proton Module comme spectromètres à muons [72]. Nous

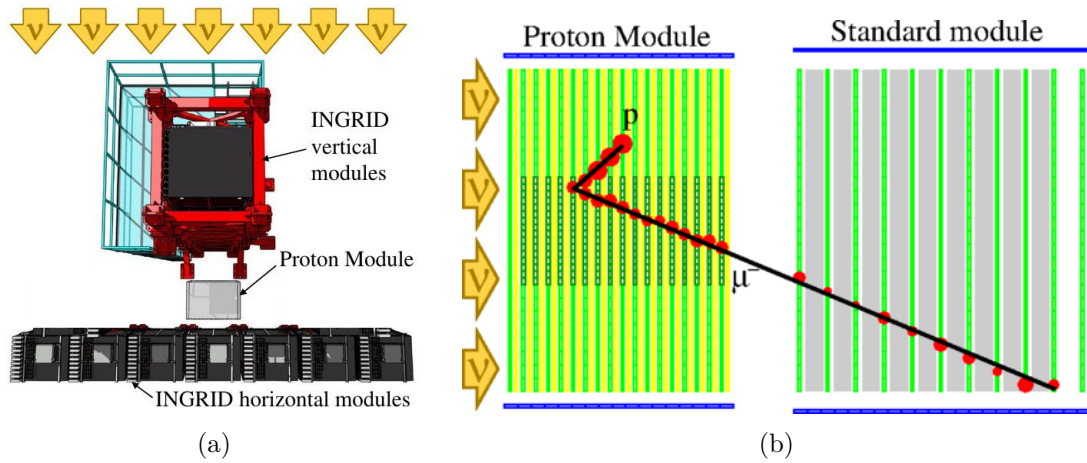


FIGURE 2.13 – (a) Localisation du Proton Module entre les modules centraux de la croix d'INGRID. (b) Un évènement CC0 π dans le Proton Module (simulation). Le muon pénètre le module INGRID situé juste derrière le Proton Module. Tiré de [72].

reviendrons en détail sur cela au Chapitre 4 lorsque nous décrirons la sélection des interactions CC1 π . Le Proton Module a en effet été utilisé dans cette thèse pour mesurer la section efficace ν_μ -CC1 π sur une cible de carbone.

2.1.5 Le détecteur lointain : Super-Kamiokande (SK)

Aperçu historique

Le détecteur Super-Kamiokande est localisé dans l'ancienne mine de Kamioka, à près de 300 km à l'ouest de Tokai. Il forme la première extension du détecteur de l'expérience Kamiokande (*Kamioka Nucleon Decay Experiment*) construit en 1983 dans le but initial d'observer la désintégration du proton. La découverte fortuite d'un déficit dans le flux de neutrinos ν_μ atmosphériques [73, 74] se révéla être la première étape vers la découverte des oscillations des neutrinos.

Pour augmenter le volume fiduciel de l'expérience (de 1000 tonnes pour Kamiokande à 22500 tonnes) et pouvoir ainsi accumuler plus d'évènements, le détecteur Super-Kamiokande a été construit puis mis en fonctionnement en 1996. Moins de deux ans plus tard, la découverte des oscillations des neutrinos atmosphériques était publiée [6] et récompensée du prix Nobel de physique 2015. Une extension plus grande encore, Hyper-Kamiokande, est à l'étude actuellement.

Au-delà de la recherche de la désintégration du proton et des oscillations des neutrinos, un large programme de recherche est mené par la collaboration Super-Kamiokande. Les neutrinos d'origine astrophysique sont étudiés : ils peuvent être par exemple produits par l'explosion d'une supernova, que ce soit dans les premiers instants de l'univers (neutrinos reliques) ou de nos jours. Ainsi la détection de l'explosion de la supernova SN1987A par Kamiokande en 1987 [75] a conduit au prix Nobel de physique 2002. On peut également mentionner l'étude des neutrinos solaires ; l'asymétrie entre le flux détecté de jour et celui détecté de nuit permet de mesurer l'impact des effets de matière dans la terre sur les oscillations des neutrinos [34].

Dans le cadre de l'expérience T2K, Super-Kamiokande est utilisé en tant que détecteur lointain pour l'analyse des oscillations. Son but est de détecter les interactions des neutrinos et antineutrinos produits par le faisceau de J-PARC et de déterminer leur saveur (e ou μ). La comparaison du nombre de neutrinos ayant interagi dans SK (après oscillation) avec la prédiction fondée sur les mesures du détecteur proche (avant oscillation) permet de mesurer de manière précise les paramètres régissant les oscillations des neutrinos, en particulier la phase de violation CP et la hiérarchie de masse.

Le détecteur Super-Kamiokande

Le détecteur est formé d'une cuve d'eau cylindrique de 39 mètres de diamètre et 42 mètres de hauteur, pour une capacité totale de 50000 tonnes d'eau (voir Figure 2.14). Un système de filtrage permet de conserver une eau très pure dans l'enceinte du détecteur. Une structure cylindrique en acier inoxydable, située environ à 2 mètres du bord de la cuve, sépare le détecteur en deux parties distinctes, isolées optiquement : vers le centre de la cuve se trouve le détecteur interne (*Inner Detector*, ID) et

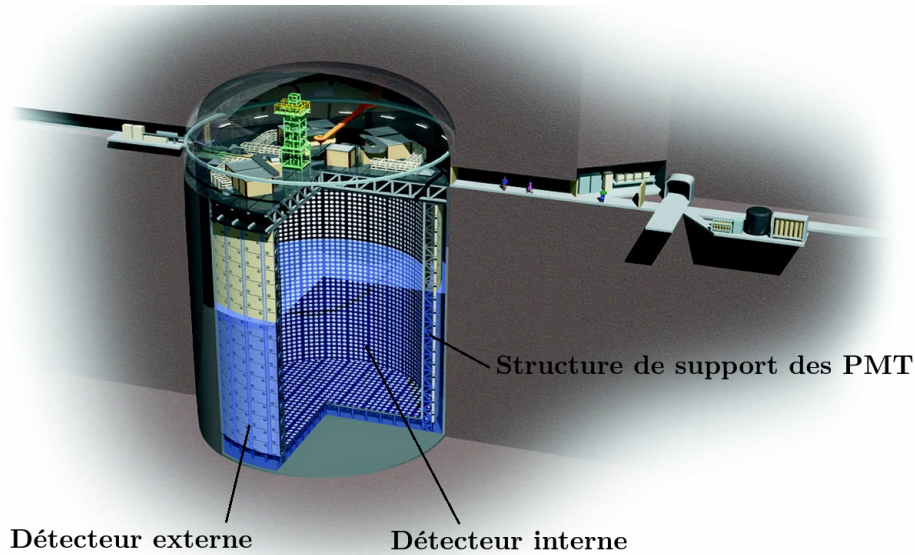


FIGURE 2.14 – Vue schématique de Super-Kamiokande.

vers le bord de la cuve se trouve le détecteur externe (*Outer Detector*, OD). Ce dernier a pour but d'identifier et rejeter les événements provenant de particules créées à l'extérieur du détecteur (muons cosmiques, neutrinos interagissant dans la roche etc).

Sur la structure métallique sont fixés des collecteurs de lumières appelés tubes photo-multiplicateurs (PMT) qui collectent la lumière Cherenkov émise par les particules lors de leur traversée de la cuve. Plus de 11000 PMT sont disposés sur la structure pour observer le détecteur interne, contre seulement 1900 vers le détecteur externe. En effet, c'est le détecteur interne qui va servir de cible pour la détection des neutrinos et il est nécessaire d'avoir une couverture du détecteur aussi importante que possible. Au total, 40% de la surface du détecteur interne sont couverts par les PMT.

Les particules traversant le détecteur émettent de la lumière par effet Cherenkov. C'est un effet analogue au "bang" sonore entendu lors du franchissement du mur du son : lorsqu'une particule se propage plus vite que la vitesse de la lumière dans l'eau (200 000 km/s), elle émet un flash lumineux dans un cône autour d'elle. La projection de cette lumière Cherenkov sur la paroi du détecteur donne la forme d'un anneau lumineux, comme on peut le voir sur la Figure 2.15. La reconstruction de cet anneau permet d'obtenir l'axe du cône de lumière et ainsi la direction de la particule l'ayant produit. L'énergie de cette particule peut également être estimée à partir de la quantité totale de lumière reçue par tous les PMT participant à l'anneau.

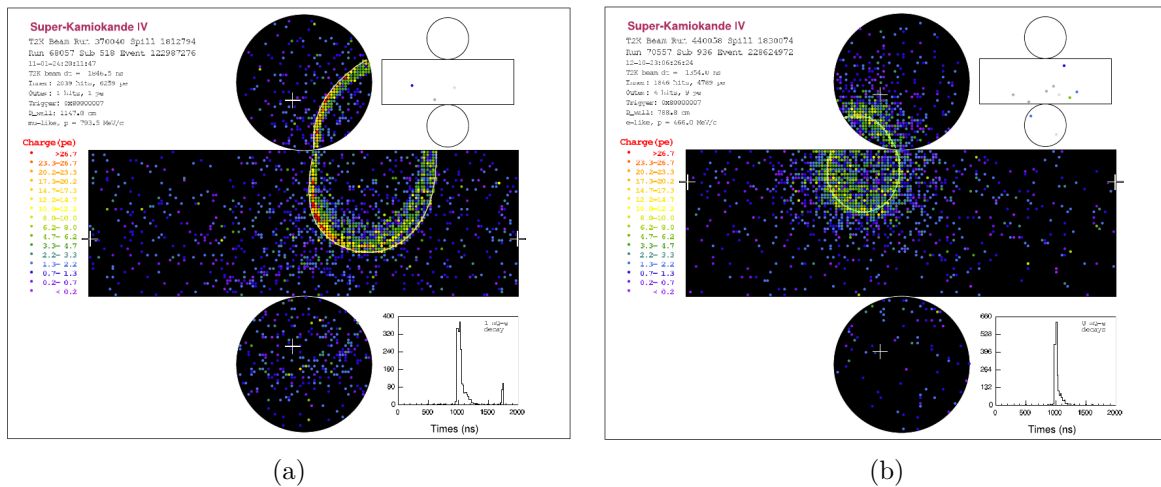


FIGURE 2.15 – Un événement (a) de type μ (b) de type e dans le détecteur SK. L'anneau de lumière formé par le muon apparaît beaucoup plus net que celui formé par l'électron. Données provenant du Run 4. Tiré de [76].

Pour les analyses d'oscillation, il est primordial de trouver un moyen fiable d'identifier la saveur du neutrino¹. Notons tout d'abord que rien ne permet de différencier un neutrino d'un antineutrino : en effet μ^+ et μ^- laissent la même empreinte Cherenkov dans le détecteur (ainsi que e^+ et e^-), puisque particules et anti-particules ont la même masse et qu'il n'y a pas de champ magnétique.

La masse est cependant l'élément déterminant dans la distinction μ/e . Lors de sa propagation dans l'eau, le muon, plus lourd, est beaucoup moins sensible aux diffusions élastiques sur les atomes d'oxygène. En particulier, sa trajectoire va demeurer quasiment rectiligne et la lumière Cherenkov émise formera un cône de lumière très net. Au contraire, l'électron plus léger va être davantage dévié de part et d'autre, changeant légèrement de direction à chaque choc. Ainsi, la lumière Cherenkov qu'il émet lors de sa propagation est la superposition de plusieurs cônes avec des axes légèrement différents et dont la projection sur la paroi du détecteur forme un anneau davantage brouillé. Un exemple d'anneau Cherenkov de type μ et de type e sont proposés sur la Figure 2.15.

Le détecteur Super-Kamiokande, avec l'ensemble des détecteurs proches de l'expérience T2K, permet ainsi l'observation des oscillations des neutrinos et la mesure des paramètres qui les régissent. L'incertitude sur ces mesures, autrefois dominée par l'incertitude statistique sur le nombre d'évènements observés à SK, est aujourd'hui majoritairement causée par notre connaissance imparfaite du flux de neutrinos et de leurs interactions avec la matière. Le projet WAGASCI s'inscrit dans cette démarche d'amélioration de notre compréhension des interactions des neutrinos.

2.2 Le projet WAGASCI

Motivations et vue d'ensemble

Le projet WAGASCI a pour but de répondre aux trois limitations du détecteur proche ND280 détaillées dans la Section 2.1.3 :

1. la faible masse d'eau dans le détecteur limite le nombre d'interactions collectées et la précision statistique sur la mesure ;
2. le détecteur ND280 ne peut pas mesurer, ni contraindre, les sections efficaces d'interaction produisant des muons à grands angles ;
3. pour une mesure robuste de la section efficace, il est utile de regrouper les mesures de détecteurs recevant des flux différents.

Pour cette raison, le détecteur WAGASCI a été conçu de manière à :

1. mesurer les sections efficaces d'interactions des neutrinos dans l'eau. Sa grande granularité apporte aussi une capacité de reconstruction des hadrons (protons, pions) s'échappant du noyau : nous pouvons observer ainsi de manière individuelle les canaux principaux ($CC0\pi$, $CC1\pi$) ;
2. reconstruire les évènements même si le muon est émis à grand angle (autour de 90°) ;
3. proposer des mesures avec un angle hors axe différent de ND280, ce qui en fait des détecteurs complémentaires.

L'ensemble des sous-détecteurs a été installé en 2018 dans le puits des détecteurs proches, avec un angle hors axe de 1.5° , comme le montre la Figure 2.16.

Dans sa configuration finale, le détecteur est composé de (voir Figure 2.17) :

- deux modules WAGASCI (*Water, Grid And SCIntillator*) : leur structure innovante consiste en une grille 3D de scintillateurs plongée dans une cuve d'eau, qui permet une reconstruction des traces de manière isotropique. Le WaterModule, fil conducteur de cette thèse, est le premier de ces deux modules (voir Chapitre 3). En attendant la construction des autres parties du détecteur, il a été placé sur l'axe du faisceau, en lieu et place du Proton Module (voir Figure 2.13), pour commencer la prise de données. Ce sont ces données, prises sur l'axe du faisceau, que nous avons analysé pour cette thèse ;

1. L'identification μ/e est possible. En ce qui concerne les τ produits dans le détecteur, il ne sont généralement pas identifiés car le τ parcourt environ $c\tau_\tau \simeq 90\mu\text{m}$ avant de se désintégrer. Il est possible cependant de rechercher les produits de désintégration du τ (hadrons, muons ou électrons). Une analyse par réseau de neurones des évènements à plusieurs anneaux a été développée pour étudier l'apparition des ν_τ parmi les ν_μ atmosphériques [77].

- du Proton Module décrit ci-dessus (Section 2.1.4). Il est utilisé pour obtenir une mesure des sections efficaces d'interaction sur le plastique des scintillateurs. Cela permet de mieux contrôler les interactions dans les scintillateurs des modules WAGASCI (cette technique sera également détaillée plus loin dans cette thèse, voir Chapitre 5) ;
- de deux spectromètres à muons latéraux (*Side Muon Range Detectors*, SMRD) : disposés de chaque côté des modules centraux, ils permettent, à l'aide de plaques de fer, de reconstruire et de mesurer l'impulsion des muons émis à grands angles, ce que la configuration des détecteurs sur l'axe du faisceau (Figure 2.13 (b)) ne permet pas ;
- d'un spectromètre à muon aval : c'est le détecteur Baby-MIND [78,79]. Composé de fer magnétisé, il permet de déterminer la charge du muon (μ^+ ou μ^-) en plus de son impulsion, ce que ne peuvent faire les SMRD ou les modules d'INGRID. Il est possible ainsi de discriminer les interactions provenant de ν_μ et de $\bar{\nu}_\mu$.

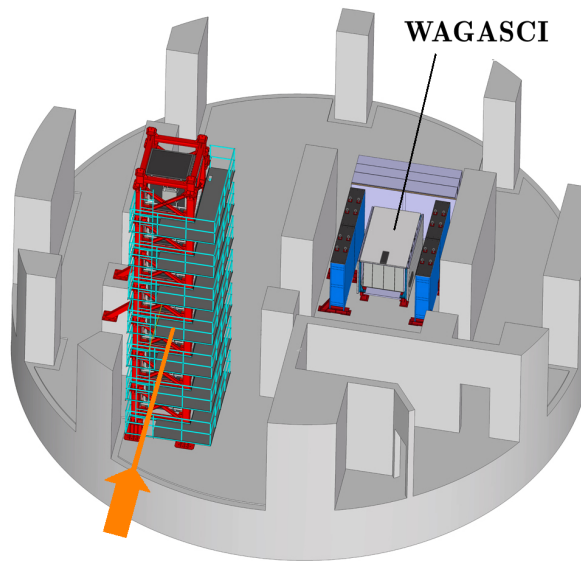


FIGURE 2.16 – Schéma du plus bas niveau (B2) du puits des détecteurs proches et localisation du détecteur WAGASCI. La flèche représente la direction du centre du faisceau.

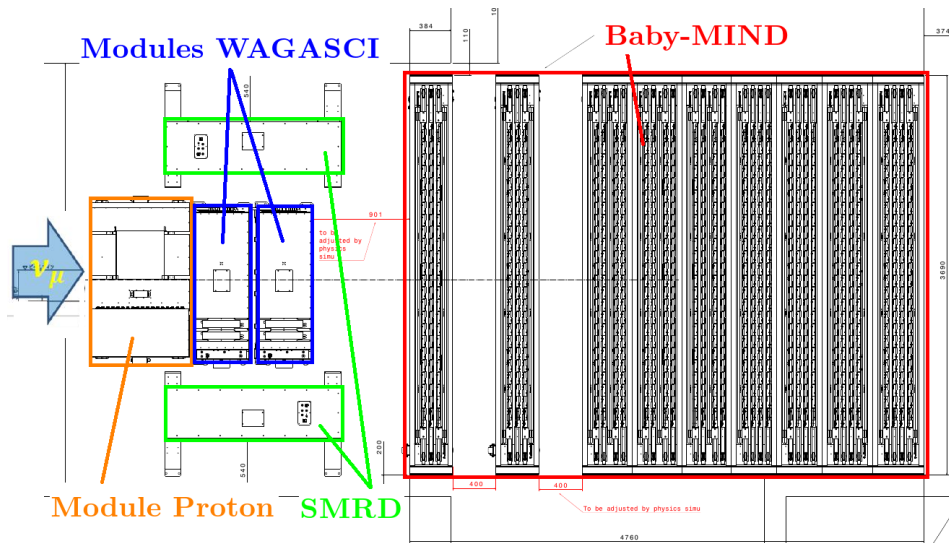


FIGURE 2.17 – Vue d'ensemble du détecteur WAGASCI, avec la disposition des sous-détecteurs.

Les modules WAGASCI

La structure innovante des modules WAGASCI repose sur une alternance de scintillateurs disposés en plans et sous forme de grilles, comme le montre la Figure 2.18. Cette structure est ensuite immergée dans une cuve d'eau ; l'eau vient ainsi remplir les petites cellules entre les scintillateurs des grilles. La fine taille des scintillateurs (2.5 cm de largeur, 3 mm d'épaisseur pour 102 cm de longueur) permet de porter la masse des scintillateurs à seulement 20% de la masse totale du volume fiduciel. Par comparaison, les scintillateurs composent près de 45% de la masse fiducielle du FGD2 et environ 70% (avec les plaques métalliques) de la masse fiducielle du P0D. La large proportion d'eau dans les modules WAGASCI permet d'obtenir de réduire la contamination des interactions ayant eu lieu dans les scintillateurs.

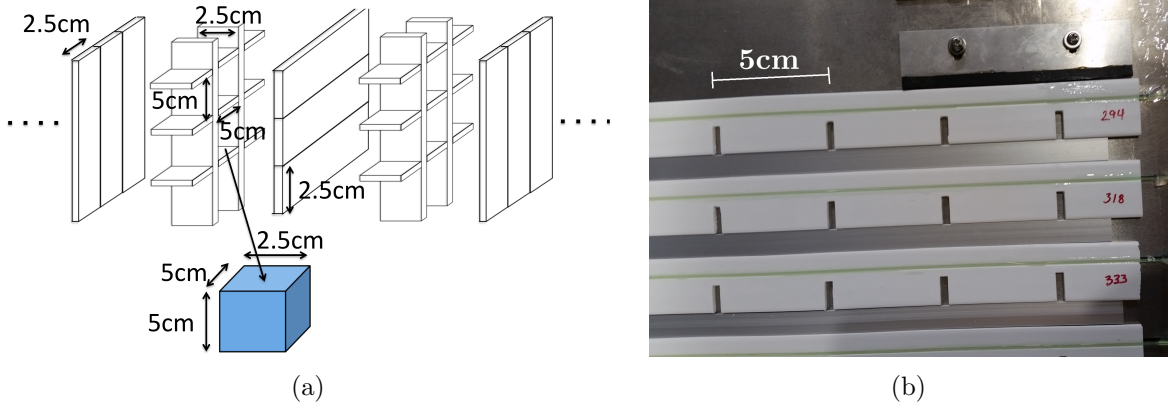


FIGURE 2.18 – (a) La structure des scintillateurs des modules WAGASCI. (b) Scintillateurs pour la grille des modules WAGASCI avec leur fibre optique (en vert).

La surface transverse des modules WAGASCI est de $1 \times 1 \text{ m}^2$. Ainsi, chaque plan est composé de 40 scintillateurs. Les grilles sont elles constituées de 20 scintillateurs verticaux et de 20 scintillateurs horizontaux. Afin de pouvoir entrecroiser les scintillateurs pour réaliser les grilles, plusieurs fentes sont découpées dans certains scintillateurs, comme le montre la Figure 2.18 (b). Le motif de base de la structure des modules est : plan horizontal + grille + plan vertical + grille, ce qui représente une profondeur d'environ 6 cm. Ce motif est reproduit 8 fois dans chaque module pour une profondeur totale d'environ 48 cm.

Grâce à cette structure de grille les capacités de reconstruction ne dépendent quasiment plus de l'angle de la particule produite. Dès que son impulsion est suffisante pour traverser quelques plans de scintillateurs ($p_\mu \gtrsim 250 \text{ MeV}$) la configuration du détecteur permettra de reconstruire sa trace, peu importe l'angle. C'est ce qu'illustre la Figure 2.19 pour les muons.

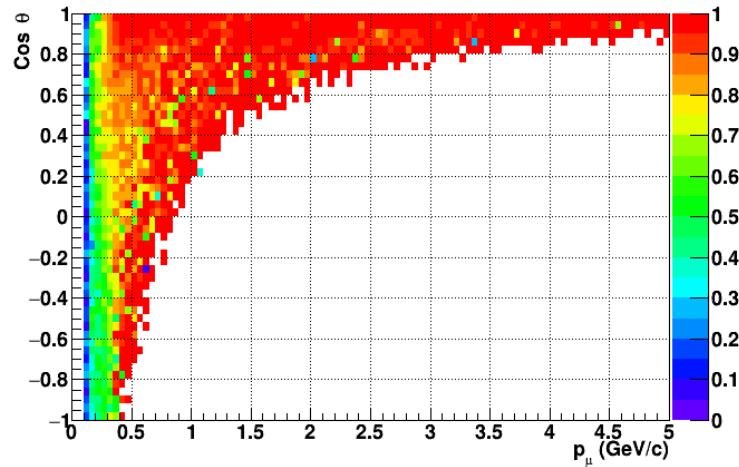


FIGURE 2.19 – Efficacité de reconstruction des muons dans un module WAGASCI, en fonction de leur impulsion p_μ et de leur angle θ , pour les muons produits par les neutrinos du faisceau de T2K. Aucun muon n'est produit dans la région cinématique blanche (impulsion élevée et haut angle).

Spectromètres à muons latéraux (SMRD)

Les deux SMRD ont pour but de reconstruire les traces des muons qui sont produits avec un grand angle dans les modules centraux (modules WAGASCI ou Proton Module) et de fournir une estimation de leur impulsion. Pour cela, une structure semblable à celle des modules d'INGRID a été choisie. Ils sont situés l'un à gauche et l'autre à droite des modules centraux. Chaque SMRD est composé de :

- 11 plaques de fer, de 3 cm d'épaisseur et de surface transverse 180cm $\times$ 161cm, pour ralentir et stopper les muons ;
- 10 plans de scintillateurs, disposés dans chaque intervalle entre les plaques de fer. Chaque plan est composé de 8 scintillateurs verticaux, de dimensions 180cm $\times$ 20cm $\times$ 7mm. Ces scintillateurs sont parcourus par une fibre optique en forme de S (Figure 2.20), qui collecte la lumière produite par le passage des particules et la guide vers deux compteurs optiques (MPPC), un à chaque extrémité. La différence entre les temps d'arrivée de la lumière à chaque extrémité permet d'estimer la position du dépôt d'énergie dans le scintillateur. Une couche d'oxyde de titane entoure le plastique scintillant pour réfléchir la lumière produite vers la fibre optique.

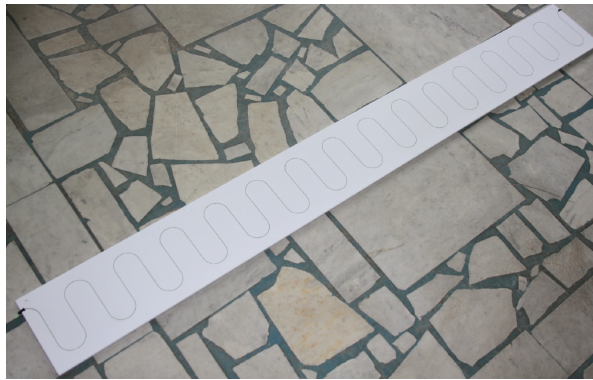


FIGURE 2.20 – Un scintillateur pour les SMRD. On peut distinguer la fibre en forme de S.

Enfin, la mesure du temps de vol des muons entre les modules centraux et l'un des deux SMRD permet de différencier les muons produits dans les modules WAGASCI en direction des SMRD (ces événements sont ceux qui nous intéressent) des muons produits à l'extérieur du détecteur ou dans les SMRD en direction des modules centraux (qui forment un bruit de fond).

Baby-MIND

Baby-MIND (*Magnetized Iron Neutrino Detector*) est un spectromètre à muons conçu de manière très innovante. Tout comme les modules INGRID ou les SMRD, il est composé d'une alternance de plan de scintillateurs et de plaques de fer. Sa particularité et son originalité provient de l'utilisation de plaques de fer magnétisé, ce qui va courber les trajectoires des particules chargées. Ainsi, en plus de la quantité de fer traversée qui donne une mesure de l'impulsion des particules, la courbure des trajectoires nous renseigne sur leur charge (et donne une mesure complémentaire de l'impulsion). Les interactions ν_μ forment le bruit de fond principal des mesures de sections efficaces pour les anti-neutrinos $\bar{\nu}_\mu$; connaître la charge du muon apporte ainsi une information déterminante.

Comme le montre la Figure 2.21 le détecteur est composé de :

- 33 modules aimantés, contenant une plaque de fer d'épaisseur 3 cm et de surface 3.5m $\times$ 2m. Dans chaque module passe une bobine qui entretient un champ magnétique constant de ± 1.5 T (voir Figure 2.23) ;
- 18 modules de scintillateurs placés en alternance avec les modules aimantés (Figure 2.21 (b)). Chaque module de scintillateur est composé de deux paires de plans de scintillateurs, verticaux puis horizontaux, comme le montre la Figure 2.22. Les paires de plans sont agencées de manière à ce que chacune couvre les zones mortes de l'autre. Ainsi la couverture est totale pour un module de scintillateur ;
 - chaque plan vertical contient 8 scintillateurs très larges, de dimensions 200cm $\times$ 20cm $\times$ 7mm, pour un total de 16 scintillateurs verticaux par module ;

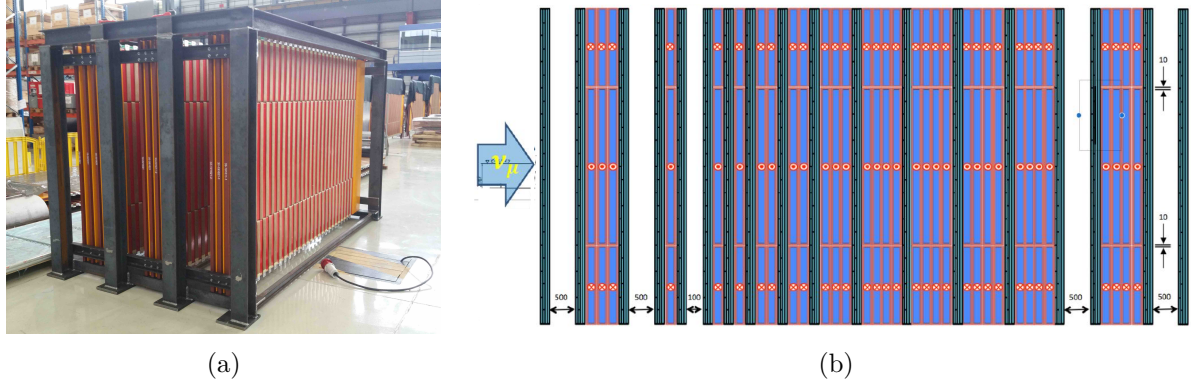


FIGURE 2.21 – (a) Vue d’ensemble de quelques modules du détecteur Baby-MIND. (b) Vue latérale : on distingue l’alternance de modules aimantés (violet) et de modules de scintillateurs (gris).

- chaque plan horizontal contient 47 ou 48 scintillateurs beaucoup plus fins (95 par module), de dimensions $290\text{cm} \times 3\text{cm} \times 7\text{mm}$.

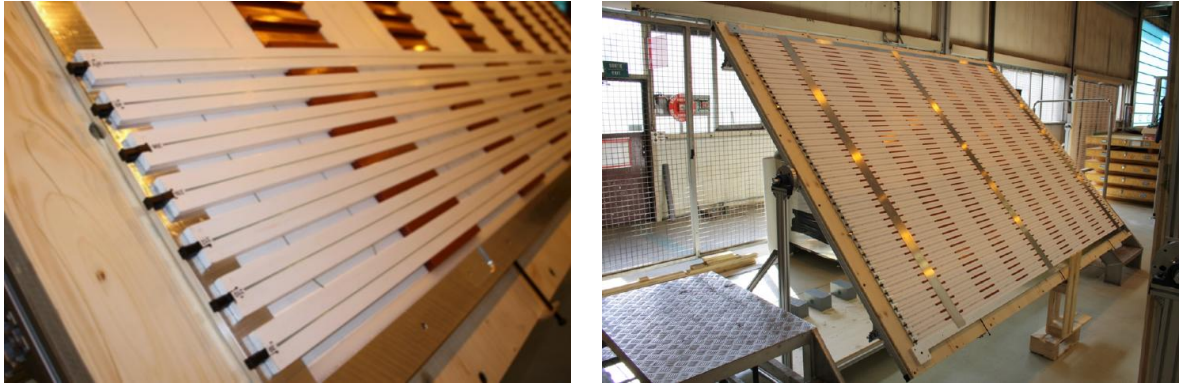


FIGURE 2.22 – La structure des modules de scintillateurs de Baby-MIND. On distingue ici un plan de scintillateurs horizontaux (très fins, au premier plan) sur un plan de scintillateurs verticaux (très larges, au second plan). La position des scintillateurs de la deuxième paire de plans permet de compenser les zones mortes dues à la structure de support que l’on peut observer ici. Tiré de [78].

La présence du champ magnétique courbe les traces de manière très nette. Un exemple de trajectoire pour un μ^+ de 3 GeV est représenté sur la Figure 2.23 (b). Grâce aux nombreux modules de scintillateurs et au champ magnétique relativement puissant l’identification de la charge du muon est correcte à 99% pour tous les muons d’impulsion $p_\mu > 600$ MeV [79].

Les caractéristiques de Baby-MIND que l’on vient de mentionner en font un allié déterminant pour l’analyse précise des canaux d’interactions des ν_μ et $\bar{\nu}_\mu$ par le projet WAGASCI.

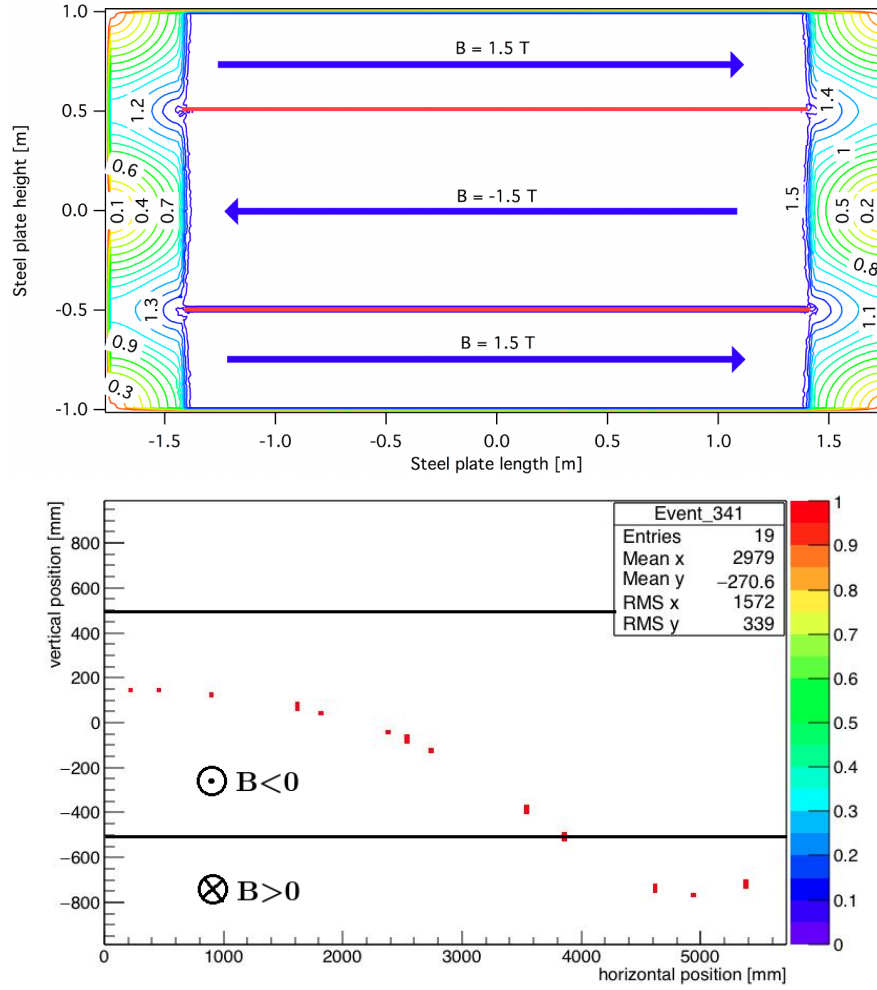


FIGURE 2.23 – (Haut) Carte du champ magnétique à l'intérieur d'un module aimanté (vue de face). Le champ est uniforme dans la partie centrale du module. (Bas) Trajectoire d'un μ^+ de 3 GeV lors d'un test en faisceau du détecteur (vue latérale) : la trajectoire est courbée dans un sens puis dans l'autre au moment où le muon entre dans la région avec un champ de signe opposé. Tiré de [78].

Chapitre 3

Assemblage et étalonnage du WaterModule

Measure what can be measured, and make measurable what cannot be measured.

Galilée

Comme nous l'avons déjà mentionné, le WaterModule est le détecteur qui a servi de support au travail présenté dans cette thèse. C'est le premier des deux modules du détecteur WAGASCI. Nous avons ainsi, lors des premiers mois de cette thèse, participé à sa construction d'octobre à décembre 2015 dans l'enceinte de J-PARC au Japon. Lors de cet assemblage, nous avons pu nous rendre compte que la réussite d'une expérience de physique commence bien souvent par le travail de "petites mains", et que le soin apporté lors de certaines tâches qui pouvaient paraître rébarbatives (comme par exemple peindre des scintillateurs) conditionne grandement la qualité du résultat de l'analyse physique qui s'ensuit. De la même manière, pour connaître son détecteur, rien ne remplace les nombreuses heures passées à l'assembler ; on en acquiert une connaissance bien plus fine que la lecture d'un fichier de simulation encodant sa géométrie ne le permettrait.

Ce chapitre regroupe nos contributions à l'assemblage et au bon fonctionnement du détecteur. Nous allons illustrer tout d'abord l'assemblage du WaterModule dans la Section 3.1. Quelques détails sur le fonctionnement physique du détecteur, qui transforme le dépôt d'énergie des particules en un signal enregistré par l'électronique d'acquisition des données, seront donnés dans la Section 3.2. Enfin les études d'étalonnage du WaterModule seront présentées. L'étalonnage de la réponse en énergie sera présentée dans la Section 3.3 : c'est un maillon fondamental du travail d'analyse présenté dans la suite de cette thèse. L'étalonnage de la réponse temporelle du détecteur, qui n'a pas été utilisée pour cette analyse, a été placée en Annexe B pour plus de clarté.

3.1 La construction du WaterModule

3.1.1 Préparation des scintillateurs et des fibres

La première étape, avant d'assembler le détecteur, est de préparer les fibres optiques et les scintillateurs. La fibre optique est livrée en rouleaux d'un 1.6 kilomètre, qu'il s'agit alors de couper en segments d'environ 1m80, Figure 3.1. Bien que les scintillateurs soient de taille plus petite (1 mètre), il est nécessaire que la fibre soit plus longue pour pouvoir la fixer sur le système semi-automatique de collage sur les scintillateurs.

En ce qui concerne les scintillateurs, nous en avons deux types : sans fentes pour composer les plans et avec fentes pour composer les grilles. Une épaisseur de réflecteur est déjà déposée autour des scintillateurs : ce réflecteur a pour but d'empêcher la lumière de sortir et de la rediriger vers l'intérieur du scintillateur et vers la fibre optique. Cependant, les fentes dans les scintillateurs pour la grille ont été effectués après le dépôt du réflecteur et la surface interne des fentes est donc à nu. Il a ainsi été nécessaire de peindre à la main les 20 fentes de chacun des 640 scintillateurs pour la grille, Figure 3.2 !

Ensuite, il faut fixer une fibre sur chaque scintillateur qui sont très fins (3 millimètres d'épaisseur). Il est donc impossible d'avoir un trou pour la fibre en leur centre. Pour cette raison, un sillon est tracé à la surface de chaque scintillateur, dans lequel vient s'insérer la fibre. Pour la fixer nous déposons dans le sillon, autour de la fibre, une colle appelé ciment optique, transparente à la lumière pour ne pas isoler optiquement la fibre du scintillateur sur lequel elle est fixée. Pour réaliser le collage, une machine semi-automatique pilotée par ordinateur a été construite pour déposer une quantité très précise de colle sur le sillon (Figure 3.3). En effet, si la colle déborde du sillon, l'épaisseur du scintillateur augmente et l'emboîtement pour former la grille peut s'avérer impossible.

La dernière étape de la préparation des scintillateurs, importante elle aussi, consiste à recouvrir de réflecteur optique le dessus de la fibre et les extrémités du scintillateur, pour réaliser l'étanchéité optique de l'ensemble. Ce travail a été effectuée avec minutie à la main, Figure 3.4.

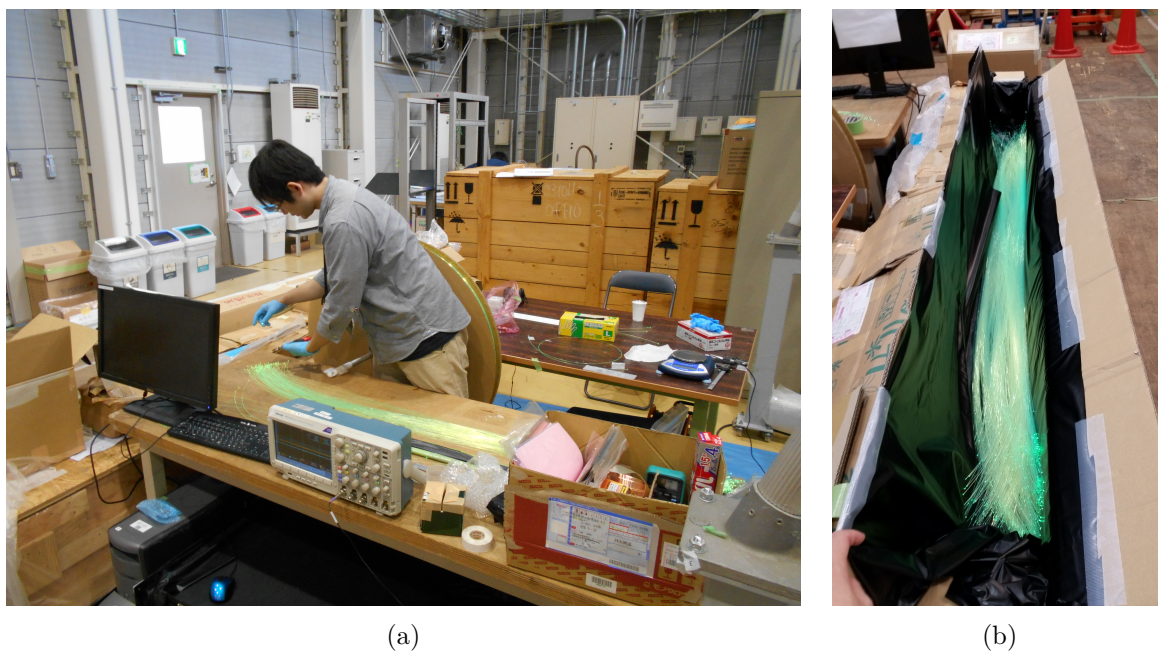


FIGURE 3.1 – (a) Découpe de la fibre optique à partir du rouleau de 1.6 km puis (b) stockage dans un carton protecteur.



FIGURE 3.2 – Peinture du réflecteur optique dans les fentes des scintillateurs pour la grille. La couche de réflecteur sur les autres parois des scintillateurs a été déposée avant la découpe des fentes.

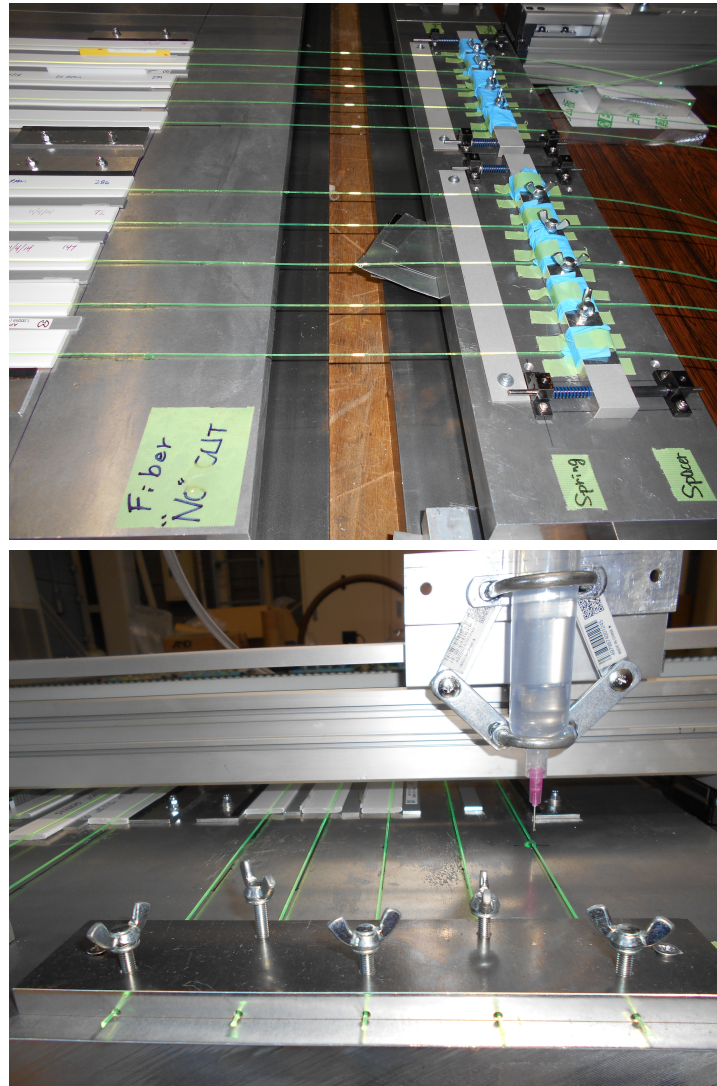


FIGURE 3.3 – Positionnement des scintillateurs sur le système semi-automatique de collage de la fibre.



FIGURE 3.4 – Peinture du réflecteur optique au dessus du sillon dans lequel a été collé la fibre. Ici ce sont des scintillateurs sans fente pour former les plans du détecteur.

3.1.2 Assemblage des scintillateurs

Une fois les 1280 scintillateurs préparés avec leur fibre, soit 640 pour les 16 plans et 640 pour les 16 grilles, nous pouvons commencer à les assembler. Chacune des 16 sections du détecteur, composée d'une grille et d'un plan, est assemblée séparément dans un cadre rigide en polystyrène (Figure 3.5).

Les scintillateurs sont emboîtés dans le cadre pour former la grille. Une presse est ensuite installée sur la grille pour maintenir les scintillateurs en position pendant que chacune de leur extrémité est collée au cadre pour solidariser l'ensemble. La position de chaque scintillateur de la grille est ensuite mesurée précisément, ainsi que la hauteur de la grille à chacune des extrémités et au centre, pour pouvoir reproduire de manière très précise la géométrie du détecteur dans notre simulation.

Après le séchage, un plan de scintillateurs est collé à son tour sur la grille, Figure 3.6.



FIGURE 3.5 – Assemblage d'une grille du WaterModule, et mesure de la position des scintillateurs.

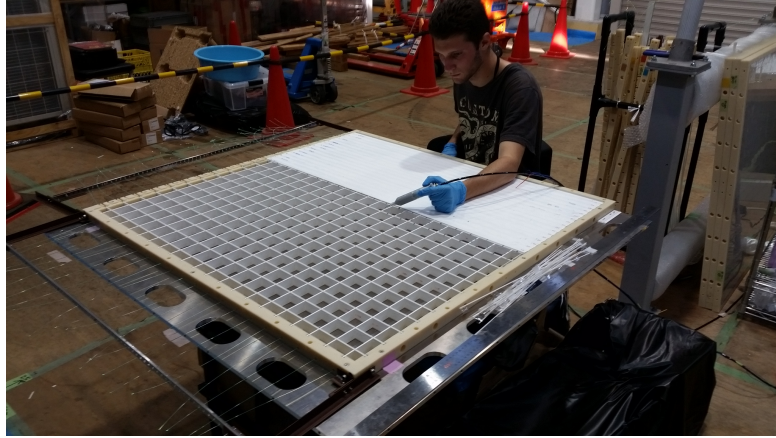


FIGURE 3.6 – Assemblage et collage d'un plan de scintillateurs recouvrant une grille.

3.1.3 Assemblage du module et finitions

Une fois les seize sections du détecteur prêtes, nous pouvons les assembler. Nous constituons d'abord un sous-module, composé de quatre sections (c'est-à-dire 4×80 scintillateurs), et nous regroupons les fibres optiques dans des boîtiers de 32 fibres, Figure 3.7. Chaque boîtier correspondra ensuite à une matrice de compteurs optiques MPPC (*Multi-Pixel Photon Counters*) pour la lecture des fibres (voir Figure 3.10). Les fibres sont ensuite collées au boîtier, coupées et polies pour que la connection avec les compteurs optiques soit parfaite.



FIGURE 3.7 – Un sous-module, avant la découpe des fibres.

Les quatre sous-modules sont ensuite assemblés, Figure 3.8. Au total, nous avons vingt boîtiers de fibres sur le dessus du détecteur et vingt boîtiers à droite. Pour éviter davantage toute transmission optique entre les scintillateurs, nous avons apposé une fine couche de peinture noire en utilisant un spray. Malheureusement le premier sous-module était déjà assemblé lorsque nous avons pris conscience de ce besoin ; pour cette raison la face avant du module est restée blanche (Figure 3.8 (a)).

Finalement, la structure de scintillateurs est insérée dans une cuve en aluminium qui sera remplie d'eau, Figure 3.9 (a). Lors de la construction, des petits espaces ont été laissés entre les plans et les grilles de manière à permettre à l'eau d'accéder aux cellules à l'intérieur des grilles et de remplir uniformément le détecteur.

Une fois le détecteur installé à sa position finale sur l'axe du faisceau et rempli d'eau, le système d'acquisition est installé sur le dessus et le côté du détecteur. Il comprend une matrice de compteurs optiques (Figure 3.10) pour lire chaque boîtier de 32 fibres et une carte de lecture TFB (*Trip-t Frontend Board*) pour lire deux matrices. Nous avons donc au total vingt cartes TFB, dix situées sur le dessus

du détecteur pour lire l'information des 640 scintillateurs verticaux et dix placées à droite du détecteur pour lire l'information des 640 scintillateurs horizontaux (Figure 3.9 (b)).

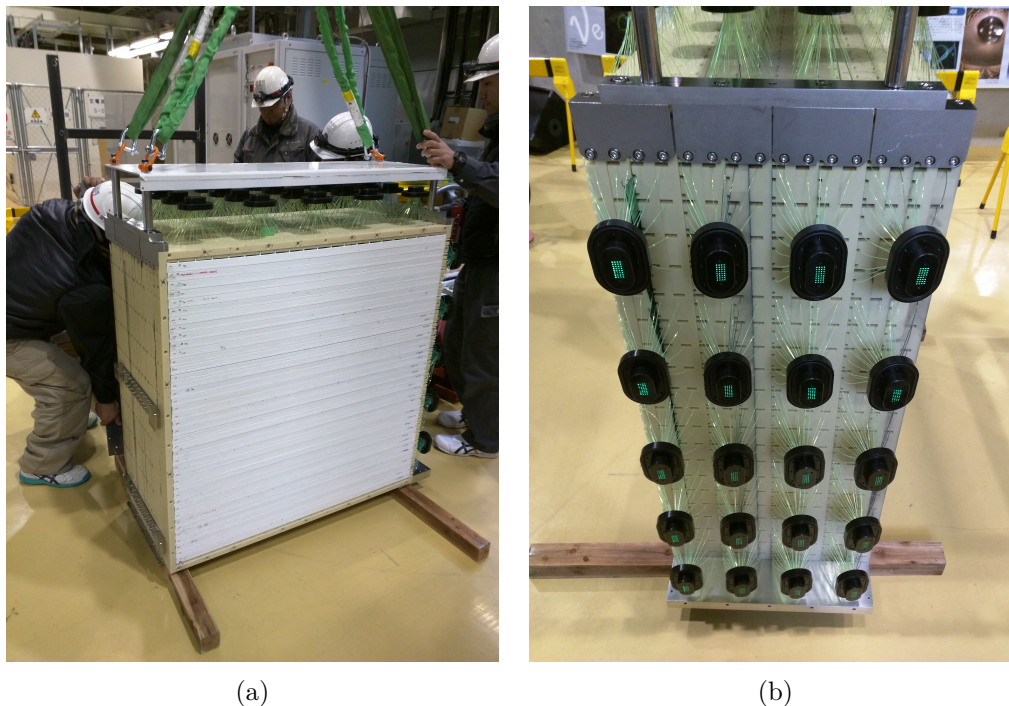


FIGURE 3.8 – Vue d'ensemble de la structure de scintillateurs du détecteur. On distingue sur (b) les vingt boîtiers de la face latérale avec les fibres optiques soigneusement polies.

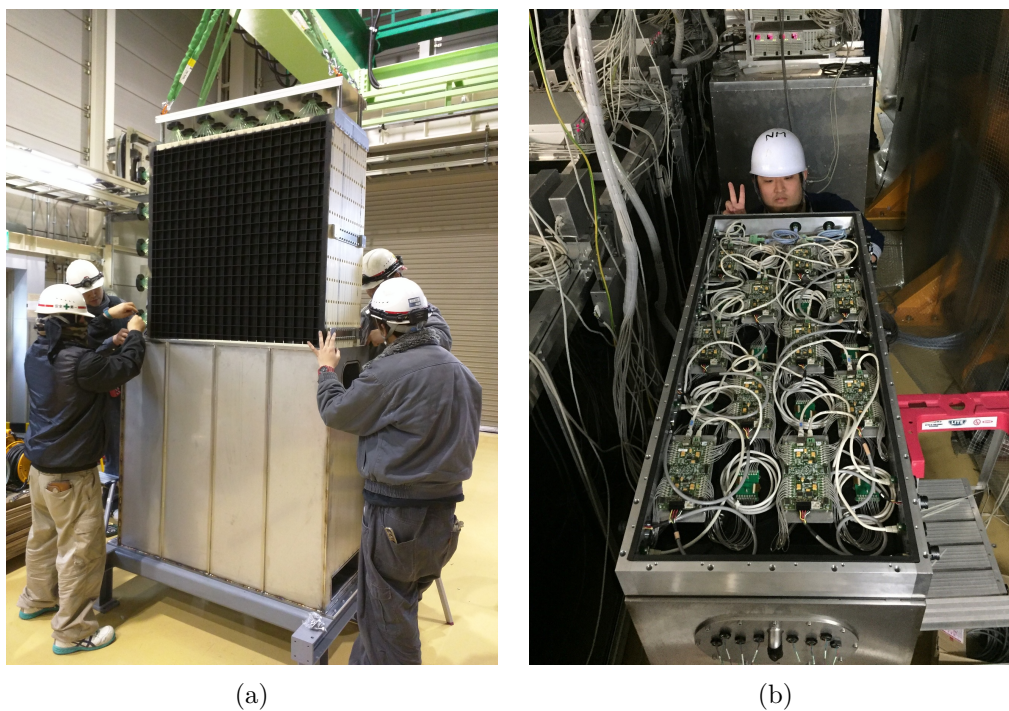


FIGURE 3.9 – (a) Installation de la structure de scintillateurs dans la cuve. (b) Les dix cartes électroniques (TFB) sur la face supérieure du détecteur, installé à sa position finale sur l'axe du faisceau. A gauche du module, on distingue les modules horizontaux d'INGRID ; le faisceau de neutrino vient de la droite.

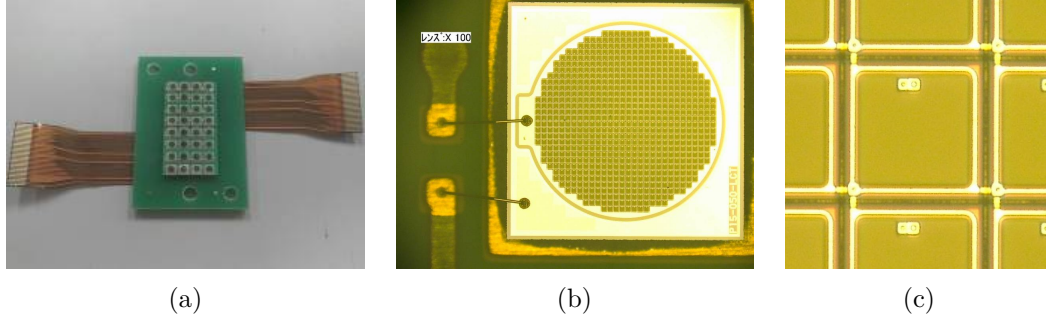


FIGURE 3.10 – (a) Une matrice de 32 MPPC. (b) La surface de détection d'un MPPC, composée de 667 pixels. (c) Quelques pixels d'un MPPC.

3.2 Du dépôt d'énergie au signal électrique

Avant de pouvoir présenter l'étalonnage de la réponse en charge du WaterModule, intéressons-nous au processus de détection qui transforme l'énergie déposée par la particule dans un scintillateur en signal digital enregistré par l'électronique de lecture. Ce processus de détection est identique à celui des autres détecteurs sur axe, INGRID et le Proton Module. Il est illustré sur la Figure 3.11. De la particule traversant le détecteur jusqu'au signal électronique, nous avons :

1. un matériau scintillant composé d'une base de polystyrène dopée avec 1% de PPO¹ et 0.03% de POPOP², qui sont deux molécules de scintillateurs organiques fluorescents [80, 81] ;
2. une fibre optique WLS (*WaveLength Shifting*) qui décale la longueur d'onde de la lumière qu'elle reçoit [82] ;
3. un compteur optique MPPC (*Multi-Pixel Photon Counters*) qui collecte la lumière de la fibre optique et produit un signal électrique dont l'amplitude est proportionnelle au nombre de pixels atteints par les photons incidents (Figure 3.10). La charge est exprimée en unités de photo-électrons (p.e.), un p.e. correspondant à l'amplitude du signal émis par l'excitation d'un pixel ;
4. enfin, une carte électronique TFB va traiter le signal analogique et le transformer en signal digital grâce à des convertisseurs analogique-digital (ADC, *Analog-to-Digital Converter*). Le temps d'arrivée et l'amplitude du dépôt de charge sont ainsi enregistrés. La disposition des TFB sur le détecteur ainsi que le circuit électronique de chaque TFB sont détaillés dans l'annexe B.

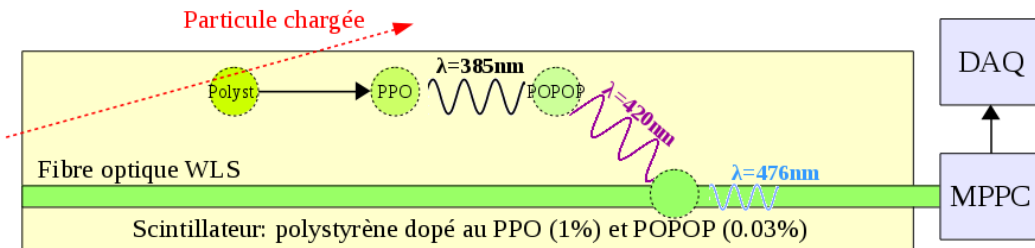


FIGURE 3.11 – Processus de détection du WaterModule.

Pourquoi cette structure complexe ? Il faut que la longueur d'onde de la lumière produite par la désexcitation des molécules ionisées corresponde à la gamme d'entrée des MPPC, autour de 500 nm [83]. Les molécules de polystyrène excitées transmettent leur excès d'énergie aux molécules de PPO voisines au travers des forces intermoléculaires liant ces molécules les unes aux autres (couplage dipôle-dipôle). La désexcitation du PPO produit des photons de longueur d'onde $\lambda \sim 385$ nm. Le POPOP, puis la fibre optique, en absorbant puis réémettant les photons à une énergie plus faible, vont successivement augmenter la longueur d'onde jusqu'à $\lambda \sim 476$ nm (Figure 3.11).

1. 2,5-diphenyloxazole, $C_{15}H_{11}NO$.

2. 1,4-bis(5-phényloxazol-2-yl), $C_{24}H_{16}N_2O_2$.

3.3 Etalonnage de la réponse en énergie du WaterModule

Pour chaque scintillateur, l'amplitude du signal produit par le MPPC (nombre de photo-électrons) est traité par deux ADC sur 10 bits pour amplifier et convertir l'amplitude du signal en signal numérique, discrétisé entre 0 et $2^{10} - 1 = 1023$ unités de charge (*coups d'ADC*). Les deux ADC sont appelés respectivement *haut gain* (HG) et *bas gain* (LG) :

- l'ADC haut gain, qui amplifie 10 fois plus le signal, permet une lecture fine des faibles charges mais arrive plus vite à saturation (lorsque le signal d'entrée dépasse les 1023 coups) ;
- l'ADC bas gain permet de lire les charges les plus élevées sans saturer.

Bien que les ADC soient conçus de telle manière que leur réponse soit une fonction linéaire de l'amplitude du signal d'entrée, ce n'est pas le cas en réalité. Ainsi, l'étalonnage consiste en deux étapes successives :

1. corriger la non-linéarité des deux ADC ;
2. choisir le point de transition entre la lecture de l'ADC haut gain (faibles charges) et celle de l'ADC bas gain (charges élevées) pour obtenir l'énergie du dépôt.

Le principe de cette méthode a été développée dans [84]. Quelques améliorations originales ont cependant été apportées pour l'étalonnage du WaterModule, et seront signalées lorsque nous les introduirons. Les détails de cette étude font l'objet d'une note technique de la collaboration T2K [85].

3.3.1 Non-linéarité des ADC

Principe

Pour avoir un aperçu de la réponse de l'ADC, nous pouvons injecter en entrée un signal test dont l'amplitude est connue, puis observer le nombre de coups d'ADC en sortie. Notons ci la charge test injectée en entrée de l'ADC (en unités de charge injectée) et adc la réponse de l'ADC (en nombre de coups d'ADC). En parcourant toute la gamme d'énergie nous pouvons alors obtenir la fonction de réponse de chacun des deux ADC $ci \mapsto adc$, pour chacun des 1280 canaux. Dans la suite nous allons surtout utiliser les fonctions de réponse *inverses* f_{HG} et f_{LG} (que l'on appellera néanmoins fonctions de réponse) :

$$f_{HG}, f_{LG} : adc \mapsto ci. \quad (3.1)$$

Un exemple est représenté sur la Figure 3.12.

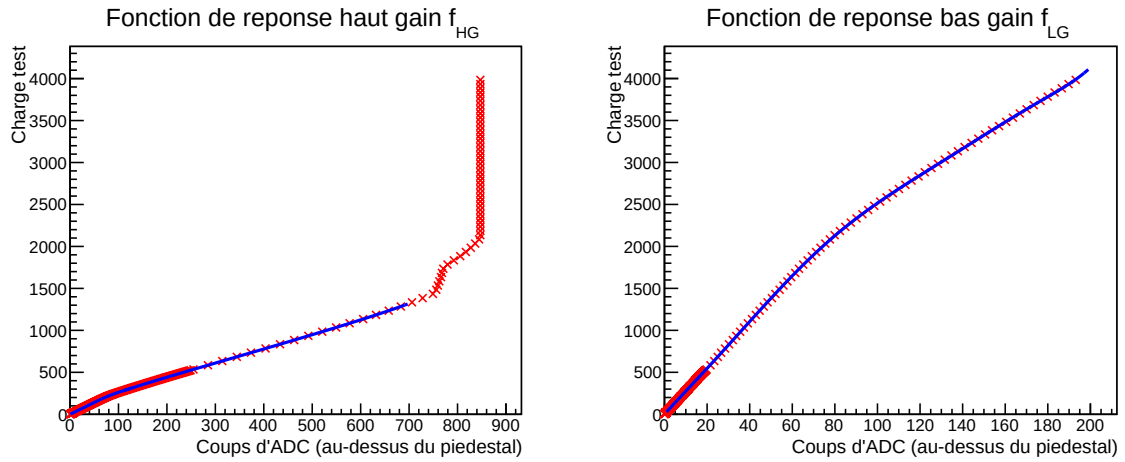


FIGURE 3.12 – Exemple de résultats (×) de l'injection du signal test pour les ADC haut gain et bas gain. La ligne bleue représente l'ajustement polynômial qui définit les fonctions de réponse f_{HG} et f_{LG} . La contribution du piédestal du MPPC (environ 175 coups d'ADC) est retirée ici ; ainsi, pour le haut gain, la saturation de l'ADC a lieu autour de 850 coups.

On peut clairement distinguer le caractère non-linéaire de la réponse de l'ADC, ainsi que la saturation de l'ADC haut gain (avec la configuration expérimentale disponible, nous n'avons pas pu injecter une charge suffisamment élevée pour atteindre la saturation de l'ADC bas gain). Les fonctions de réponse

sont obtenues par un ajustement polynômial aux points de mesure.

La réponse de chaque canal est caractérisée par deux grandeurs :

- le piédestal **ped** du MPPC est le signal électrique de fond en l’absence de photon incident. Nous avons $\text{ped} \simeq 175$ coups d’ADC [86] ;
- le gain **G** est la différence entre le piédestal (0 p.e.) et le signal correspondant à 1 p.e., après conversion par l’ADC. Pour l’ADC haut gain, $\mathbf{G} \simeq 10$ coups d’ADC et pour l’ADC bas gain, qui amplifie 10 fois moins, la valeur attendue est $\mathbf{g} = \mathbf{G}/10$.

Ainsi, pour chaque signal émis par le MPPC, il convient de retirer la contribution du piédestal pour extraire le signal utile correspondant à la lumière effectivement reçue par le MPPC. Exprimé en coups d’ADC, le signal utile est donc $\text{adc} - \text{ped}$.

Si la réponse de l’ADC était linéaire, alors par proportionnalité entre l’entrée et la sortie de l’ADC le nombre de photo-électrons s’obtiendrait comme

$$\text{pe} = \frac{\text{pe}}{1} = \frac{\text{adc} - \text{ped}}{\mathbf{G}}. \quad (3.2)$$

En utilisant les fonctions de réponse pour corriger la non-linéarité des ADC, le nombre de photo-électrons devient

$$\text{pe} = \frac{f_{HG}(\text{adc} - \text{ped})}{f_{HG}(\mathbf{G})} \quad \text{pour l’ADC haut gain} \quad (3.3)$$

et

$$\text{lope} = \frac{f_{LG}(\text{loadc} - \text{loped})}{f_{LG}(\mathbf{g})} \simeq \frac{f_{LG}(\text{loadc} - \text{loped})}{f_{HG}(\mathbf{G})} \quad \text{pour l’ADC bas gain} \quad (3.4)$$

où $\text{loadc} - \text{loped}$ est la charge utile exprimée en coups d’ADC bas gain et **lope** le nombre de photo-électrons calculé à partir de cet ADC³.

Grâce aux fonctions de réponse, le nombre de p.e. est déduit de la charge injectée équivalente (précisément connue) plutôt que du nombre de coups d’ADC (qui lui est méconnu). Au-delà du principe de l’étalonnage développé dans [84], les deux améliorations originales qui vont suivre permettent de peaufiner la détermination des fonctions de réponse f_{HG} et f_{LG} .

Evaluation de $f_{HG}(\mathbf{G})$

La détermination de $f_{HG}(\mathbf{G})$ est fondamentale pour obtenir un bon étalonnage de la charge (voir les équations (3.3-3.4)). Sachant que $\mathbf{G} \simeq 10$ coups d’ADC, il faut que l’ajustement aux points de mesure définissant f_{HG} soit précis dans cette région. Or, la Figure 3.13 (a) montre que ce n’est pas le cas : il peut y avoir une erreur de 5-10% sur la valeur de $f_{HG}(\mathbf{G})$.

La raison est simple : l’ajustement polynômial aux points de mesure qui définit f_{HG} est effectué sur l’ensemble de l’intervalle de définition [0,700] coups d’ADC, et des effets de bord rendent cet ajustement moins précis dans la région du gain **G**. Pour améliorer cela, nous avons effectué deux ajustements polynômiaux indépendants en divisant l’intervalle de définition :

- le premier f_{HG}^- défini sur l’intervalle inférieur $[0, \mathbf{n}_0 + 10]$;
- le deuxième f_{HG}^+ défini sur l’intervalle supérieur $[\mathbf{n}_0 - 10, 700]$.

Le recouvrement des intervalles de définition de f_{HG}^- et f_{HG}^+ permet la continuité de la fonction de réponse f_{HG} et de sa dérivée, qui est maintenant définie par

$$f_{HG}(\mathbf{n}) = \begin{cases} f_{HG}^-(\mathbf{n}) & \text{si } \mathbf{n} < \mathbf{n}_0 \\ f_{HG}^+(\mathbf{n}) & \text{si } \mathbf{n} \geq \mathbf{n}_0. \end{cases} \quad (3.5)$$

Nous avons choisi la valeur de $\mathbf{n}_0$ qui donne le meilleur ajustement à la fois pour f_{HG}^- et f_{HG}^+ , c’est-à-dire $\mathbf{n}_0 = 120$ coups d’ADC (voir Table 3.1). On peut voir sur la Figure 3.13 (b) que la fonction de réponse est maintenant beaucoup plus précise dans la région du gain **G**.

3. Nous avons préféré utiliser dans (3.4) $f_{HG}(\mathbf{G})$ plutôt que $f_{LG}(\mathbf{g})$. Ces deux grandeurs, théoriquement égales, correspondent à la charge test nécessaire pour reproduire le signal d’un photo-électron. Cependant, seul **G** est mesuré (**g** est déduit selon $\mathbf{g} = \mathbf{G}/10$) donc $f_{HG}(\mathbf{G})$ nous apparaît plus fiable.

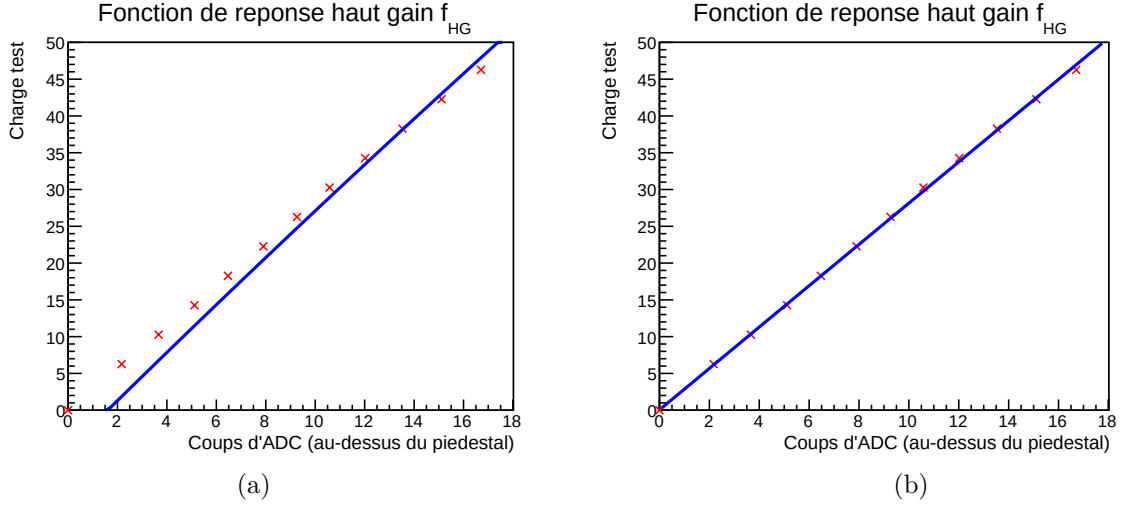


FIGURE 3.13 – Fonction de réponse haut gain f_{HG} dans la région du gain $G \simeq 10$ coups, obtenu (a) par un ajustement simple (b) par un ajustement double aux points de mesure.

n_0	80	100	120	150	200
$f_{HG}^-, \chi^2/n$	0.08	0.09	0.10	0.18	0.28
$f_{HG}^+, \chi^2/n$	0.30	0.14	0.13	0.14	0.13

TABLE 3.1 – Précision des ajustements $f_{HG}^\pm$ pour plusieurs valeurs de n_0 par la méthode des moindres carrés : χ^2/n est le résultat de cet ajustement. Le meilleur résultat combiné est obtenu pour $n_0 = 120$ coups d'ADC. Pour un ajustement simple, nous avons $\chi^2/n \simeq 2$.

Extension de l'intervalle de définition de la fonction de réponse f_{LG}

Comme nous l'avons vu sur la Figure 3.12, l'injection de la charge test ne permet pas de caractériser la réponse de l'ADC bas gain au-delà d'environ 180 coups d'ADC (la charge test est limitée à 4096 unités). 180 coups d'ADC correspondent, après correction, à environ 130 photo-électrons ; et nous avons tout de même 1% de dépôts d'énergie supérieure à 130 p.e.. Il est donc utile d'étalonner les très hauts dépôts d'énergie, et pour cela nous avons besoin d'étendre l'intervalle de définition de f_{LG} jusqu'à la zone de saturation.

Avant d'être dirigé vers les ADC, le signal produit par un MPPC est pré-amplifié par chaque TFB. Le gain de cette pré-amplification peut être manuellement augmenté d'un facteur 4 en commutant un interrupteur de la carte TFB (voir Figure en annexe B.2). Avec cette astuce, pour un même signal d'entrée, l'amplitude du signal de sortie est quatre fois plus importante : cela nous permet d'atteindre plus de 700 coups d'ADC bas gain à partir des mêmes signaux test !

En effectuant une séquence d'injection de charges test avec le gain x4, nous pouvons obtenir une nouvelle fonction de réponse de l'ADC bas gain F_{LG} dont l'intervalle de définition s'étend jusqu'à plus de 700 coups d'ADC. En faisant l'hypothèse que la pré-amplification est bien linéaire, les fonctions de réponse doivent être identiques à un facteur de normalisation r près (rappelons que f_{LG} et F_{LG} sont les fonctions de réponse *inverses*) :

$$F_{LG} \equiv \frac{1}{r} \times f_{LG} = \frac{1}{4} \times f_{LG} \quad (3.6)$$

c'est-à-dire $f_{LG} = r \times F_{LG}$. Nous pouvons donc simplement obtenir f_{LG} en modifiant la normalisation de F_{LG} .

Il peut cependant arriver que la valeur du facteur de normalisation r soit distincte de la valeur théorique attendue $r^{\text{th}} = 4$. Nous pouvons obtenir sa valeur précise, canal par canal, en comparant les deux jeux de données. Un exemple de cette procédure est illustré sur la Figure 3.14. Nous avons d'abord vérifié sur l'ADC haut gain que les mesures des deux configurations (gain standard et gain x4) sont bien semblables après la normalisation des données du gain x4 par r , en résolvant

$$\min_{r>0} \sum_{\text{adc}_i} \left(\frac{r \times \text{ci}_i - f_{HG}(\text{adc}_i)}{f_{HG}(\text{adc}_i)} \right)^2 \quad (3.7)$$

où (adc_i, ci_i) sont les points de mesure de l'ADC haut gain, dans la configuration avec gain $\times 4$ ⁴. Le bon accord pour l'ADC haut gain (1% d'erreur résiduelle moyenne) valide la procédure et l'hypothèse de linéarité de la pré-amplification.

Pour l'ADC bas gain, le facteur de normalisation est calculé de manière à avoir un bon accord entre les deux jeux de données dans la région qui leur est commune ($[0, 180]$ coups d'ADC) selon :

$$\min_{r>0} \sum_{adc_i \in [0, 180]} \left(\frac{r \times ci_i - f_{LG}(adc_i)}{f_{LG}(adc_i)} \right)^2 \quad (3.8)$$

où (adc_i, ci_i) sont les points de mesure de l'ADC bas gain, dans la configuration avec gain $\times 4$, desquels est extraite F_{LG} . La distribution du facteur r et l'erreur résiduelle minimale associée à (3.8) sont représentées sur la Figure 3.15.

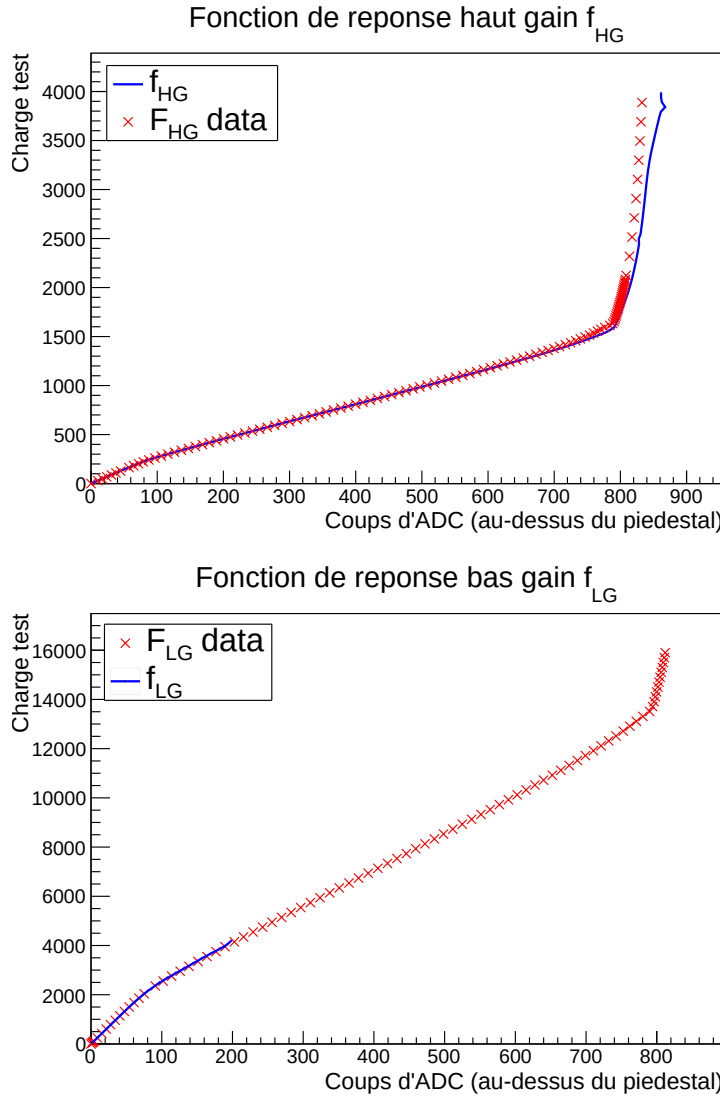


FIGURE 3.14 – Exemple de superposition des deux configurations de gain. L'ADC haut gain sert à vérifier la méthode : on observe que une bonne superposition. Pour l'ADC bas gain, les points de mesure obtenu avec le gain $\times 4$ (F_{LG} data) permettent d'étendre l'intervalle de définition au-delà de 700 coups d'ADC.

4. Nous avons calculé le facteur r en utilisant dans (3.7) deux ensembles de points de mesure différents. 1) Les points tels que $adc_i \in [0, 700]$: en utilisant tous les points de l'intervalle, nous attendons la valeur du facteur r la plus exacte possible. 2) Les points tels que $adc_i \in [0, 180]$: cela nous permet de reproduire les conditions de l'ADC bas gain, où seule cette partie de l'intervalle de définition est commun. Nous pouvons voir sur la Figure 3.15 que la valeur de r et de l'erreur résiduelle minimale associée à (3.7) sont semblables pour les deux cas de figure, ce qui nous permet de conclure que la région $[0, 180]$ coups est suffisante pour obtenir une bonne valeur de r .

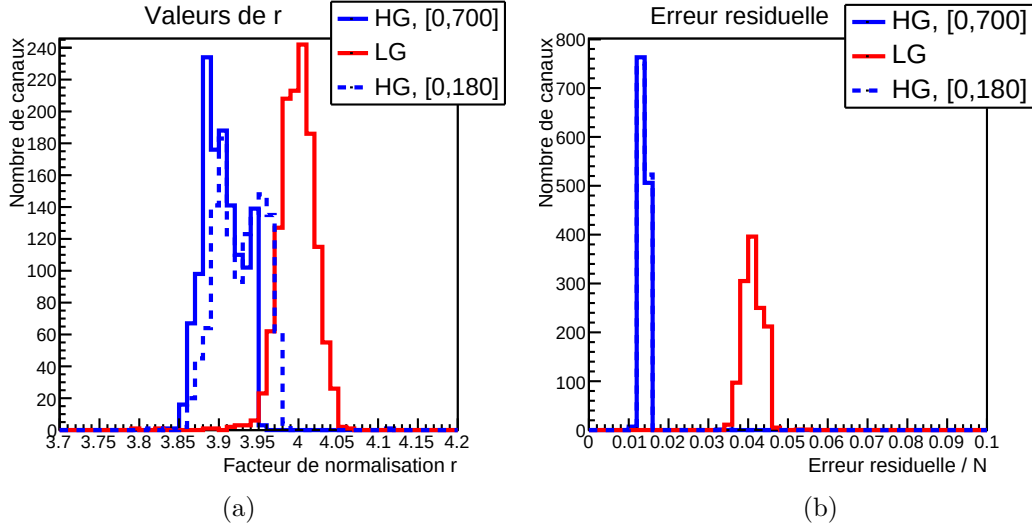


FIGURE 3.15 – (a) Valeur de r et (b) erreur résiduelle minimale, pour les ADC haut gain et bas gain. Pour l'ADC haut gain, nous avons calculé le facteur r en utilisant dans (3.7) les points $(\text{adc}_i, \text{ci}_i)$ tels que $\text{adc}_i \in [0, 700]$ (ligne pleine) ou $\text{adc}_i \in [0, 180]$ (ligne pointillée) ; les deux donnent le même résultat.

Nous avons ainsi étendu l'intervalle de définition de la fonction de réponse bas gain f_{LG} . Pour synthétiser, si l'on note $\underline{f}_{LG}$ la nouvelle fonction de réponse, nous avons pour chaque canal

$$\underline{f}_{LG}(n) = \begin{cases} f_{LG}(n) & \text{si } n < 180 \\ r \times f_{LG}(n) & \text{si } n \geq 180. \end{cases} \quad (3.9)$$

Ceci termine notre étude de la correction des non-linéarités des ADC. Les relations (3.3) et (3.4) nous donnent le nombre de photo-électrons correspondant à chaque signal électrique à partir des fonctions de réponse de chaque ADC, qui ont désormais une expression nouvelle donnée par les relations (3.5) et (3.9). Un exemple de distribution des dépôts d'énergie (ou *hits*) dans le WaterModule est représenté sur la Figure 3.16, et montre un excellent accord entre haut gain et bas gain.

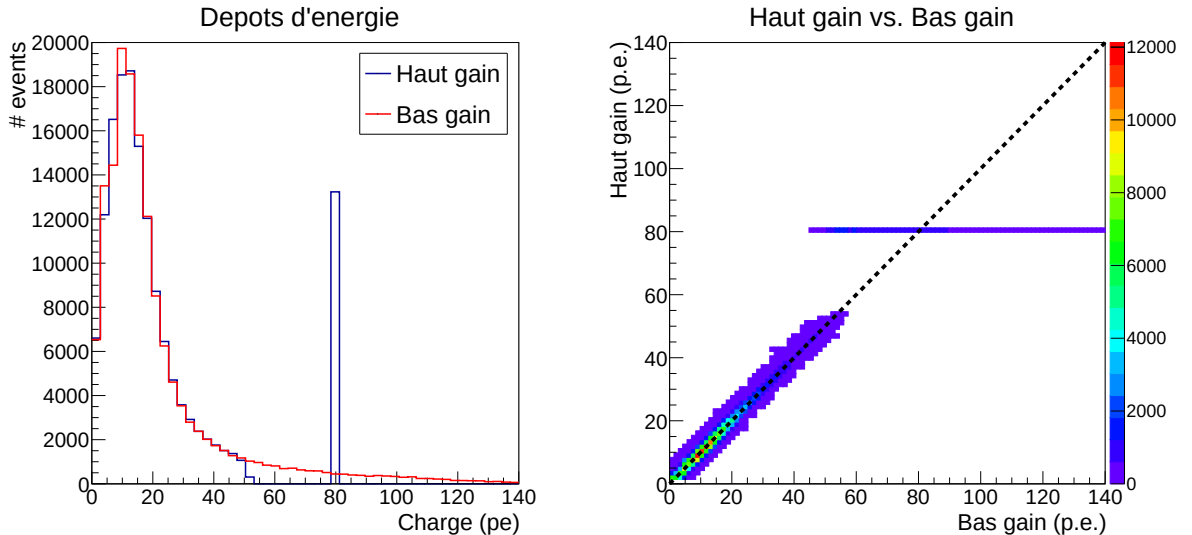


FIGURE 3.16 – Distribution des dépôts d'énergie (*hits*) dans le WaterModule, pour les ADC haut gain et bas gain, après correction des non-linéarités. Nous avons donné la valeur de 80 p.e. à tous les hits de la région de saturation de l'ADC haut gain. Données d'un échantillon de sand muons (produits dans le mur du puits et traversant entièrement le détecteur).

3.3.2 Transition entre haut gain et bas gain

La deuxième étape de l'étalonnage de la charge consiste à choisir le point de transition entre l'ADC haut gain, que nous voulons lire pour les faibles dépôts d'énergie, et l'ADC bas gain, qui est utilisé pour les dépôts importants. Au point de transition, nous voulons que :

1. le nombre de photo-électrons donné par les ADC haut gain (**pe**) et bas gain (**lope**) soit en moyenne le même, c'est-à-dire

$$\left\langle \frac{\text{pe}}{\text{lope}} \right\rangle = 1; \quad (3.10)$$

2. la variabilité des hits autour de la valeur centrale $\langle \text{pe}/\text{lope} \rangle = 1$ soit la plus faible possible :

$$\sigma \left(\frac{\text{pe}}{\text{lope}} \right) \ll 1. \quad (3.11)$$

La Figure 3.17 montre la distribution du rapport pe/lope en fonction de la valeur moyenne⁵ de la charge $(\text{pe}+\text{lope})/2$. Nous pouvons voir que le point de transition doit être pris avant 50 p.e., moment où les ADC haut gain commencent à saturer⁶.

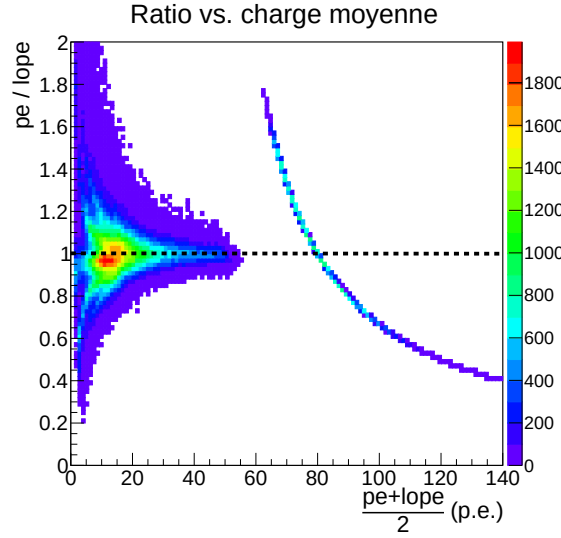


FIGURE 3.17 – Rapport pe/lope en fonction de la charge moyenne $(\text{pe}+\text{lope})/2$. Données d'un échantillon de sand muons.

Nous pouvons regarder ensuite la moyenne et l'écart-type de la distribution du rapport pe/lope pour chaque valeur de la charge moyenne (Figure 3.18), pour différents échantillons de sand muons traversant le détecteur. Nous observons que

1. la moyenne $\langle \text{pe}/\text{lope} \rangle$ est proche de 1 lorsque $(\text{pe}+\text{lope})/2 \geq 40$;
2. la différence de la valeur $\langle \text{pe}/\text{lope} \rangle$ entre les différents échantillons diminue lorsque la charge moyenne augmente ;
3. l'écart-type $\sigma(\text{pe}/\text{lope})$ décroît de manière monotone avec l'augmentation de la charge moyenne, de manière identique pour chaque échantillon.

Pour cette raison, nous choisissons le point de transition à 43 photo-électrons, ce qui nous permet de satisfaire les conditions (3.10) et (3.11) :

$$\left\langle \frac{\text{pe}}{\text{lope}} \right\rangle \Big|_{43\text{p.e.}} \simeq 1.005 \quad \text{et} \quad \sigma \left(\frac{\text{pe}}{\text{lope}} \right) \Big|_{43\text{p.e.}} \simeq 0.03, \quad (3.12)$$

5. Nous ne nous attendons pas à ce que l'un des deux ADC soit plus précis que l'autre autour de la région de transition. Ainsi, nous utilisons la charge moyenne $(\text{pe}+\text{lope})/2$ plutôt que pe ou lope .

6. Plus précisément, la fonction de réponse f_{HG} (3.5) n'est définie que jusqu'à 700 coups d'ADC (pour éviter la saturation) ce qui correspond à au moins 45 p.e. ; nous choisirons donc le point de transition en-deçà de 45 photo-électrons.

tout en restant loin de la saturation de l'ADC haut gain. Ainsi, le nombre de photo-électrons utilisé dans la suite de l'analyse est donné par

$$\begin{cases} \text{si } (\text{pe} + \text{lope})/2 < 43 : & \text{nous utilisons pe,} \\ \text{si } (\text{pe} + \text{lope})/2 > 43 : & \text{nous utilisons lope.} \end{cases} \quad (3.13)$$

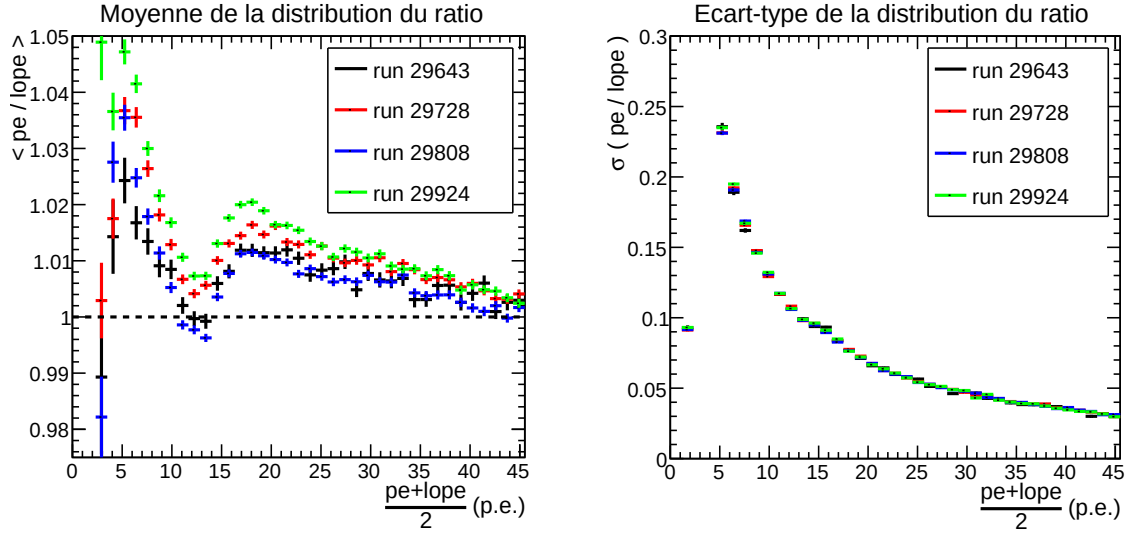


FIGURE 3.18 – Moyenne et écart-type de pe/lope en fonction de la charge moyenne $(\text{pe}+\text{lope})/2$. Données de plusieurs échantillons de sand muons, répartis sur toute la prise de données (d’octobre 2016 à avril 2017).

3.3.3 Longueur d’atténuation dans la fibre optique

Nous savons maintenant que la signal de sortie des cartes de lecture électroniques correspond bien au signal d’entrée, émis par le MPPC. Pour obtenir la valeur du dépôt d’énergie à l’endroit où la particule a traversé le scintillateur, nous devons enfin corriger l’atténuation du signal dans la fibre optique, qui s’exprime selon

$$\text{pe}(x) = \text{pe}_0 \cdot \exp\left(-\frac{x}{L_{\text{att}}}\right) \quad (3.14)$$

où pe_0 est la charge au point de passage de la particule, x la distance de parcours dans la fibre, et L_{att} la longueur d’atténuation.

Le constructeur Kuraray donne, pour les fibres Y-11 que nous utilisons, une longueur d’atténuation $L_{\text{att}} > 3.5$ m [82]. Une mesure directe de L_{att} est donc nécessaire pour obtenir une valeur plus précise. La Figure 3.19 nous montre la décroissance effective de la charge en fonction de la distance de fibre parcourue ; une interpolation par une fonction exponentielle décroissante nous permet d’obtenir

$$L_{\text{att}} = 497 \pm 10 \text{ cm.} \quad (3.15)$$

qui est en bon accord avec l’information fournie par Kuraray.

Ceci termine notre étude de la réponse énergétique du WaterModule. En corrigeant les non-linéarités de la réponse de l’ADC et en mesurant la longueur d’atténuation de la fibre optique, nous sommes maintenant capables de déterminer avec précision l’intensité des dépôts de charge dans notre détecteur. Dans le chapitre qui va suivre, nous allons mettre à profit cette connaissance pour identifier les particules à l’origine des traces produites par les interactions des neutrinos dans le WaterModule : l’étalonnage de la réponse énergétique est le fondement de l’analyse présentée dans cette thèse.

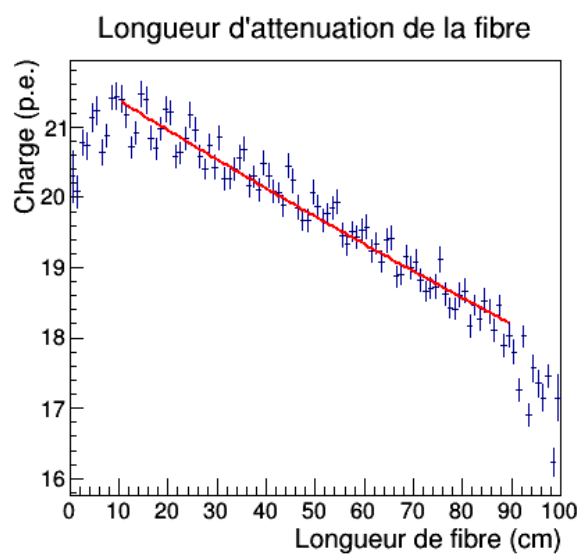


FIGURE 3.19 – Mesure de la longueur d’atténuation dans la fibre optique à partir d’un échantillon de sand muons. La courbe rouge représente la fonction exponentielle décroissante de la relation (3.14) dont on extrait $L_{\text{att}} = 497 \pm 10$ cm.

Chapitre 4

Sélection des évènements $CC1\pi$

It is a capital mistake to theorize before one has data. Insensibly one begins to twist facts to suit theories, instead of theories to suit facts.

Sherlock Holmes

Le travail présenté dans cette thèse consiste à mesurer la section efficace d'interaction $CC1\pi$ sur une cible d'eau et sur une cible de plastique en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon pour les comparer ensuite avec des modèles théoriques. Pour cela, nous utilisons les données du WaterModule (WM) et du Proton Module (PM), respectivement. Nous les appellerons *modules cibles* ou *détecteurs cibles* dans la suite. Bien que leur structure interne soit différente, ces deux détecteurs partagent plusieurs caractéristiques :

- ils sont de taille comparable, autour de $100 \times 100 \text{ cm}^2$ de section transversale ;
- ils sont placés à la même position au centre de la croix d'INGRID, sur l'axe du faisceau (Figure 4.1). Le Proton Module a occupé cette place de Novembre 2010 à Mai 2016, puis le WaterModule l'a remplacé à partir d'Octobre 2016 ;
- les outils d'étalonnage et de reconstruction des traces sont en très grande partie communs.

Grâce à ces similitudes, l'analyse conjointe des données des deux détecteurs est possible. Sauf mention contraire, les arguments que nous énoncerons seront donc valides indistinctement pour le WM et le PM.

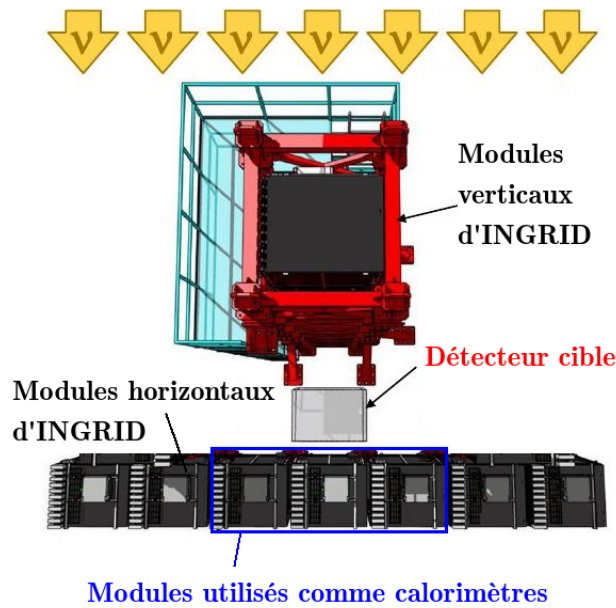


FIGURE 4.1 – Position des détecteurs dont nous avons analysé les données. Les modules d'INGRID situés juste derrière les détecteurs cibles sont utilisés pour la reconstruction des traces et pour mesurer l'impulsion du muon.

Dans ce chapitre, nous commençons l'analyse en établissant un ensemble de critères nous permettant de sélectionner des événements susceptibles d'être classés dans cette catégorie $CC1\pi$. Pour commencer, rappelons la définition de cette catégorie d'événements telle qu'introduite dans la Section 1.4.5 : il s'agit des interactions par courant chargé avec, pour le système hadronique, production d'un unique pion chargé (sans restriction, a priori, sur le nombre de nucléons). Ainsi, si l'on raisonne en termes de particules sortant du noyau, nous nous attendons à observer dans nos détecteurs : un muon, un pion chargé, ainsi qu'un nombre variable de protons¹.

Un événement est constitué de plusieurs traces. La première étape de notre sélection consiste donc à associer à chaque trace la particule qui l'a produite : muon, pion, proton, etc. Nous avons donc développé un outil d'identification des particules (*Particle IDentification*, PID) pour le WaterModule, présenté dans la Section 4.1. Nous verrons ensuite dans la Section 4.2 comment nous pouvons, dans nos détecteurs, reconstruire l'angle et l'impulsion du muon. Nous pourrions enfin former un échantillon d'événements candidats $CC1\pi$: c'est le but de la Section 4.3.

4.1 Identification des traces dans le WaterModule

4.1.1 Principe

Pour essayer d'associer à une trace la particule qui l'a produite, nous disposons de plusieurs variables : les caractéristiques cinématiques de la trace (longueur, angle) ainsi que les dépôts d'énergie associés (hits) dans le détecteur. Notre étude se veut, autant que possible, indépendante des modèles d'interaction ; pour cela, nous nous restreignons ici à l'information brute du détecteur, c'est-à-dire uniquement les dépôts d'énergie ; nous n'utilisons pas la longueur ou l'angle des traces dont les distributions peuvent varier d'un modèle à l'autre.

Grâce à l'étalonnage de la réponse énergétique du détecteur (Chapitre 3), les hits sont bien connus. Pour remonter au dépôt d'énergie $\mathbf{pe}_0$ à l'endroit où la particule a traversé le scintillateur, nous corrigeons l'effet d'atténuation dans la fibre à partir du dépôt mesuré $\mathbf{pe}_{\text{mes}}$:

$$\mathbf{pe}_0 = \mathbf{pe}_{\text{mes}} \times \exp\left(+\frac{\ell}{L_{\text{att}}}\right). \quad (4.1)$$

où ℓ est la longueur de fibre pour le hit considéré et L_{att} la longueur d'atténuation dans la fibre, dont la valeur est donnée par (3.15).

L'intensité du dépôt d'énergie est également proportionnelle (au premier ordre) à la longueur de matériau scintillant traversé δz . Pour cette raison, nous considérons pour chaque hit la grandeur dE/dz :

$$\frac{dE}{dz} \equiv \frac{\mathbf{pe}_0}{\delta z} \quad (4.2)$$

avec l'expression de δz donnée en Annexe C.1. Au premier ordre, δz est une fonction de l'angle d'incidence de la particule sur le scintillateur considéré.

Cette quantité dE/dz est caractéristique du matériau cible et des propriétés cinématiques de la particule, c'est-à-dire son impulsion p et sa masse m . La Figure 4.2 nous montre que :

- le dépôt d'énergie moyen $\langle dE/dz \rangle$ ne dépend que du rapport p/m : comme leurs masses sont proches, muons ($m_\mu = 106$ MeV) et pions ($m_\pi = 140$ MeV) se comportent ainsi de manière assez semblable par rapport aux protons ($m_p = 938$ MeV) ;
- les particules sont produites avec une impulsion de l'ordre de 500 MeV. Muons et pions sont proches du minimum d'ionisation $\langle dE/dz \rangle_{\mu,\pi} \sim 2$ MeV/cm alors que le dépôt d'énergie des protons est beaucoup plus important $\langle dE/dz \rangle_p \sim 5$ MeV/cm.

Nous allons utiliser ces caractéristiques pour séparer les muons et les pions des protons à partir de l'ensemble des hits $\{dE/dz\}$ de chaque trace.

1. Seule les particules chargées déposent de l'énergie dans les scintillateurs. Ainsi, les neutrons ne sont pas observés.

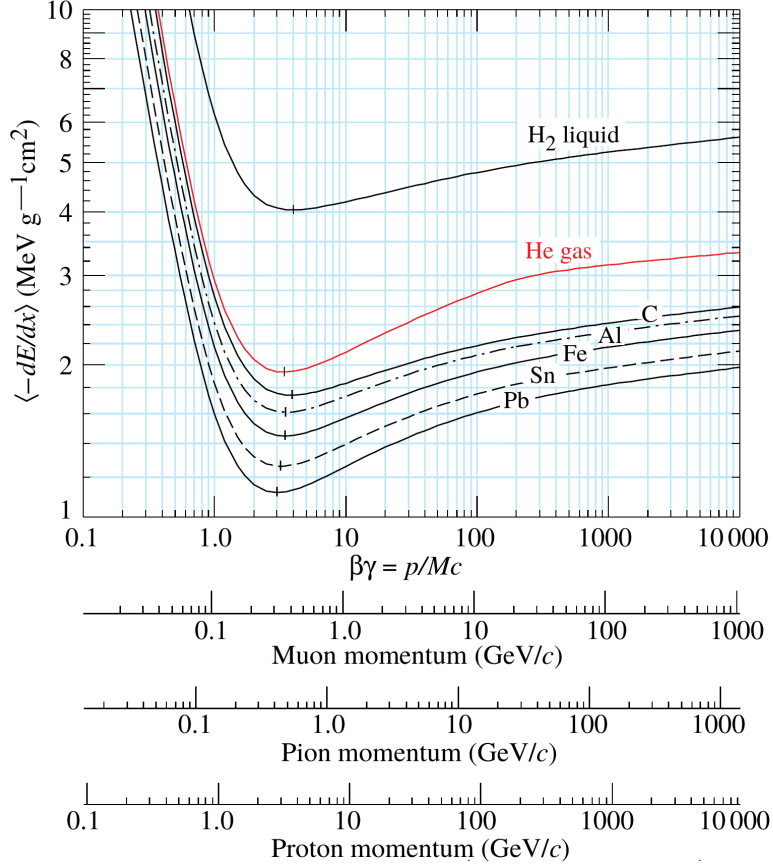


FIGURE 4.2 – Dépôt d'énergie moyen dans différents matériaux en fonction de l'impulsion de diverses particules. Tiré de [87].

La quantité qui va nous permettre de discriminer entre les particules est la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(\mu, \pi | \{dE/dz\})$ que la trace ait été créée par un muon ou un pion, sachant l'observation des hits de la trace $\{dE/dz\}$. La formule de Bayes nous permet d'inverser cette probabilité conditionnelle

$$\mathbb{P}(\mu, \pi | \{dE/dz\}) = \frac{\mathbb{P}(\{dE/dz\} | \mu, \pi) \mathbb{P}(\mu, \pi)}{\mathbb{P}(\{dE/dz\})}. \quad (4.3)$$

Chacun des termes du membre de droite a une signification particulière :

1. La probabilité $\mathbb{P}(\{dE/dz\} | \mu, \pi)$ décrit la distribution des dépôts d'énergie pour un type de particule donné. Nous considérons les hits comme indépendants² ce qui nous donne

$$\mathbb{P}(\{dE/dz\} | \mu, \pi) = \prod_{\text{hits } i} \mathbb{P}(dE_i/dz_i | \mu, \pi). \quad (4.4)$$

Les probabilités $\mathbb{P}(dE_i/dz_i | \mu, \pi)$ sont simplement données par la densité de probabilité des dépôts d'énergie que l'on peut obtenir par la simulation de muons, pions et protons dans le détecteur (voir Section 4.1.2).

2. $\mathbb{P}(\mu, \pi)$ est la proportion de muons et de pions produits dans le détecteur : plus il y a de telles particules, plus la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(\mu, \pi | \{dE/dz\})$ est importante.
3. Enfin, $\mathbb{P}(\{dE/dz\})$ est un facteur de normalisation que l'on peut obtenir par

$$\mathbb{P}(\{dE/dz\}) = \mathbb{P}(\{dE/dz\} | \mu, \pi) + \mathbb{P}(\{dE/dz\} | \bar{\mu}, \bar{\pi}) \quad (4.5)$$

où $\bar{\mu}, \bar{\pi}$ désigne toutes les particules autres que muons et pions, c'est-à-dire principalement des protons.

². Cela n'est pas complètement exact. En effet, les dépôts d'énergie les plus élevés sont plutôt situés à la fin de la trace, lorsque l'impulsion de la particule diminue, comme le montre la Figure 4.2.

La probabilité $\mathbb{P}(\mu, \pi | \{dE/dz\})$ qui forme notre variable de PID sera appelé dans la suite μ, π -*likelihood*. Cette méthode été développée initialement dans [84] pour distinguer d'une part les muons, et d'autres part les pions et protons, dans le Proton Module ; nous l'avons adapté aux besoins de notre analyse et aux spécificités du WaterModule.

4.1.2 Distributions de dE/dz dans le WaterModule

Nous avons, dans le WaterModule, des scintillateurs orientés très différemment, comme le montre la Figure 4.3 (a). L'angle d'incidence de la particule s'exprime comme $\alpha = \arccos(\vec{e}_i \cdot \vec{t})$ avec $\vec{e}_i$ le vecteur normal du scintillateur et $\vec{t}$ le vecteur directeur de la particule. Les faibles angles d'incidence vont correspondre plutôt aux scintillateurs des plans alors que les angles d'incidence élevés correspondront plutôt aux scintillateurs des grilles.

Le dépôt d'énergie moyen de muons dans le WaterModule est représenté sur la Figure 4.3 (c). Nous observons que la réponse énergétique du scintillateur est bien linéaire, c'est-à-dire $\langle dE/dz \rangle$ constant, pour les angles d'incidence $\alpha \in [0^\circ, 70^\circ]$.

Pour les angles plus élevés, la valeur de $\langle dE/dz \rangle$ chute. Cela est dû au fait que la proportion de matériau non-scintillant (fibre, réflecteur) augmente et donc la production de lumière dans le scintillateur est plus faible (voir Figure 4.3 (b)). Ainsi, un hit de muon avec $\alpha = 0^\circ$ sera bien différent d'un hit de muon avec $\alpha = 80^\circ$; et un hit de proton en incidence rasante pourra ressembler à un hit de muon en incidence normale. Nous définissons ainsi trois régions distinctes, $[0^\circ, 70^\circ]$, $[70^\circ, 80^\circ]$ et $[80^\circ, 90^\circ]$, dans chacune desquelles nous pourrons comparer les hits de muons, pions et protons.

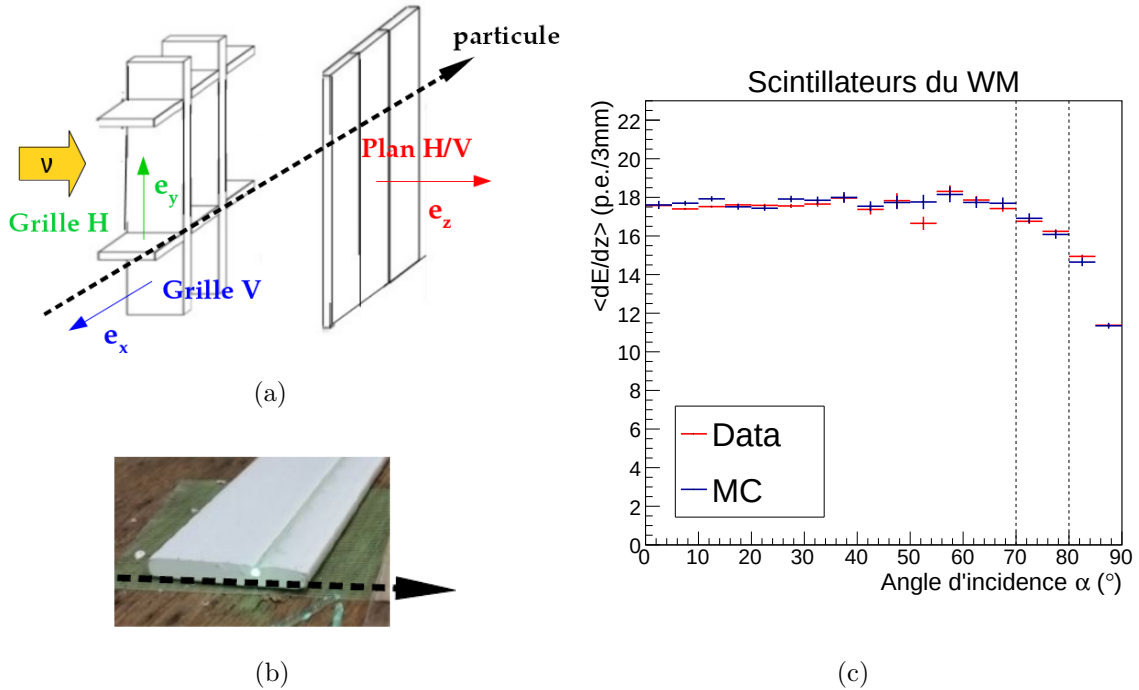


FIGURE 4.3 – (a) Orientation des scintillateurs du WaterModule avec leur vecteur directeur. (b) Lorsque l'angle d'incidence est proche de 90° , la proportion de matériau non-scintillant (fibre, réflecteur) augmente. (c) $\langle dE/dz \rangle$ en fonction de l'angle d'incidence α ; comparaison entre données et simulation sur un échantillon de "sand muons".

Les distributions de dE/dz correspondantes sont représentées sur la Figure 4.4. Nous pouvons observer, comme attendu, une grande similarité entre les hits de muons et de pions ; les hits de protons sont eux à plus haute énergie. C'est cette propriété que nous allons exploiter pour discerner une trace de proton d'une trace de muon ou de pion : ces distributions forment en effet les densités de probabilité des hits $\mathbb{P}(dE/dz | X)$ que l'on utilise pour construire le μ, π -likelihood (équations (4.3-4.4)). Nous pouvons obtenir $\mathbb{P}(dE/dz | \mu, \pi)$ simplement selon

$$\mathbb{P}(dE/dz | \mu, \pi) \mathbb{P}(\mu, \pi) = \mathbb{P}(dE/dz | \mu) \mathbb{P}(\mu) + \mathbb{P}(dE/dz | \pi) \mathbb{P}(\pi). \quad (4.6)$$

Nous pouvons également prévoir que le pouvoir de séparation de cette méthode est bien meilleur pour les incidences normales (faibles α) que pour les incidences tangentes (α élevés).

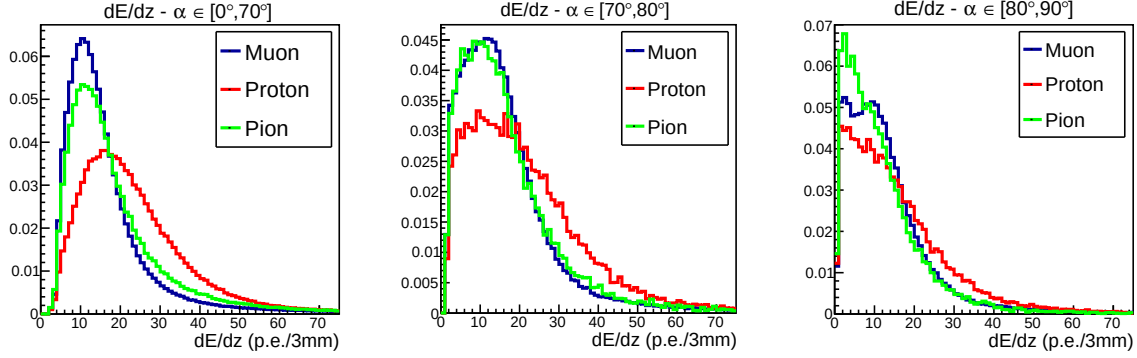


FIGURE 4.4 – Distributions normalisées de dE/dz pour des muons, pions et protons dans les trois intervalles d'angle d'incidence (simulation).

4.1.3 Résultats

La Figure 4.5 montre la distribution de notre variable de PID, le μ, π -likelihood, pour des traces produites par différentes particules dans le WaterModule³. Pour chaque trace, nous n'avons utilisé dans (4.4) que les hits réellement porteurs d'information. Ainsi, nous n'avons pas retenu :

- les hits qui appartiennent à plusieurs traces (par exemple près du vertex) : nous pouvons avoir un dépôt d'énergie très important si deux particules ont traversé le même scintillateur, mais ce n'est pas forcément représentatif de la nature de l'une ou de l'autre ;
- les hits de faible charge $dE/dz < 5$ p.e./3mm qui sont généralement causés par le bruit de fond électronique du MPPC.

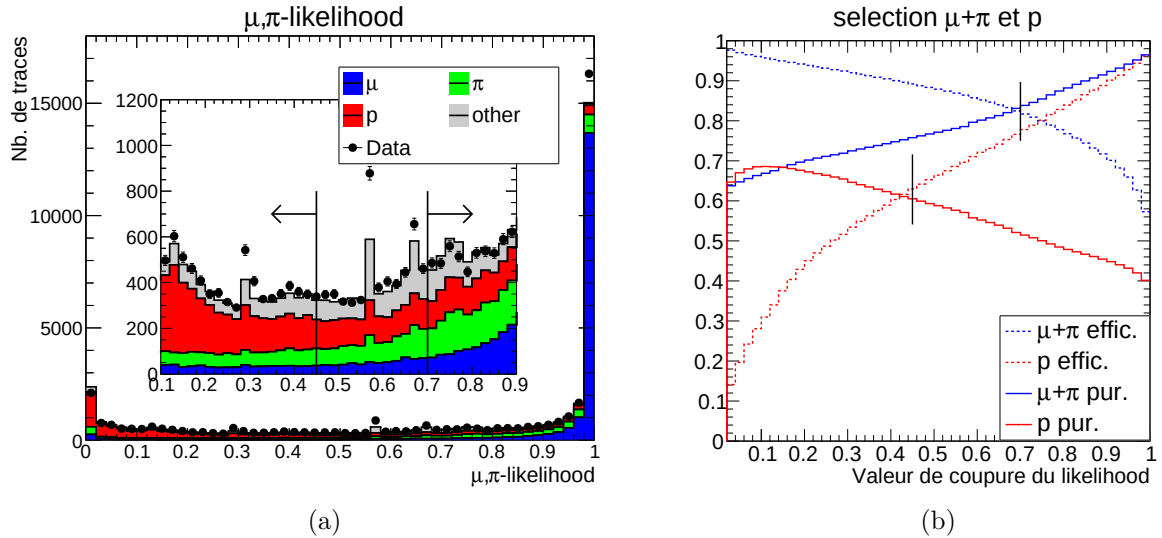


FIGURE 4.5 – (a) Distribution de la variable μ, π -likelihood. Comparaison entre données et simulation sur un échantillon d'événements neutrinos dans le WM. (b) Efficacité (ligne pointillée) et pureté (ligne pleine) pour la sélection des muons et pions d'une part (bleu), des protons d'autre part (rouge). Nous choisissons comme valeurs de coupe > 0.7 pour les muons et pions et < 0.45 pour les protons.

Pour notre sélection des événements CC1 π ayant interagi dans le Proton Module, nous avons construit de la même manière, à partir des distributions de dE/dz appropriées, un μ, π -likelihood

3. La catégorie "other" regroupe les particules secondaires produites par l'interaction (e.g. nucléon éjecté d'un noyau après la capture d'un hadron par ce noyau) ou la désintégration des particules sortant du noyau (e.g. électrons produits par la désintégration d'un π^0 puis la conversion des photons en paires e^+e^-).

pour distinguer les protons des muons et pions. La distribution de cette variable est représentée sur la Figure 4.6.

Nous voyons pour les deux détecteurs cibles que cette variable sépare bien les particules. Rappelons que nous l'avons construite comme la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(\mu, \pi | \{dE/dz\})$: comme attendu, les muons ou pions ont une valeur de μ, π -likelihood proche de 1, et les protons une valeur proche de 0. Nous choisissons ainsi de définir nos échantillons de muon et pions ou de protons comme

$$\begin{aligned} \text{Proton :} & \quad \mu, \pi\text{-likelihood} < a \\ \text{Muon ou pion :} & \quad \mu, \pi\text{-likelihood} > b \end{aligned} \quad (4.7)$$

les valeurs de coupure a et b étant choisies de manière à optimiser la pureté et l'efficacité de la sélection des événements $\text{CC}1\pi$, que l'on va détailler dans la Section 4.3. Nous introduisons également une zone morte, c'est-à-dire $a \neq b$, pour rejeter les traces qui ne sont pas clairement identifiées comme produites par l'une ou l'autre des particules. Les valeurs de a et b , ainsi que les performances du PID ainsi construit, sont résumées dans la Table 4.1. Nous nous sommes attachés à trouver un compromis entre nombre d'événements et pureté de l'échantillon, ce qui explique que les valeurs d'efficacité et de pureté ne sont pas extrêmement élevées.

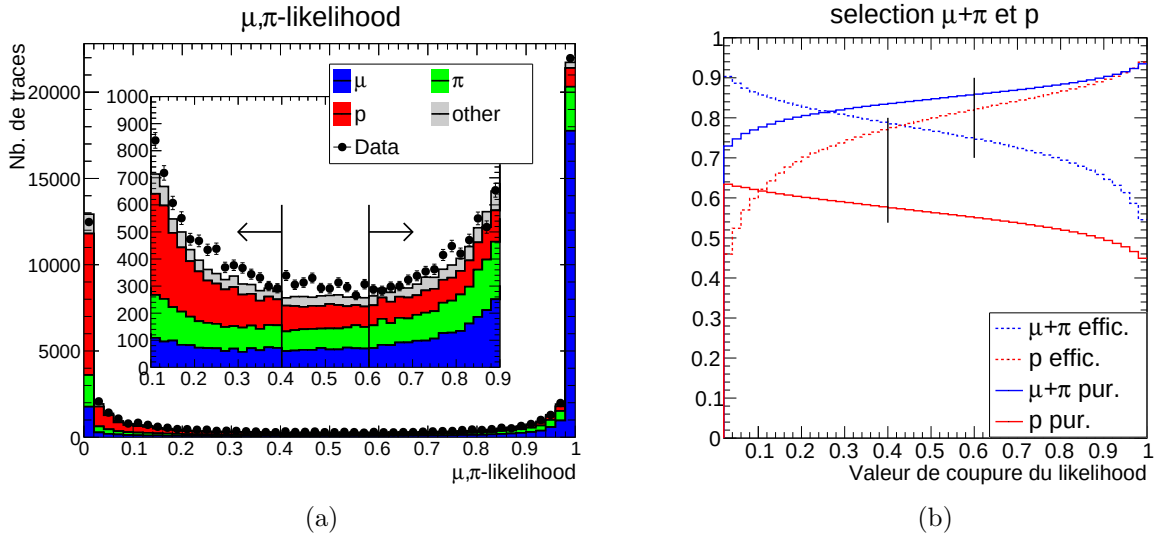


FIGURE 4.6 – (a) Distribution de la variable μ, π -likelihood. Comparaison entre données et simulation sur un échantillon d'événements neutrinos dans le PM. (b) Efficacité (ligne pointillée) et pureté (ligne pleine) pour la sélection des muons et pions d'une part (bleu), des protons d'autre part (rouge). Nous choisissons comme valeurs de coupure > 0.6 pour les muons et pions et < 0.4 pour les protons.

Performances du PID	WM		PM	
	Muons ou pions	Protons	Muons ou pions	Protons
Valeur de coupure	> 0.7	< 0.45	> 0.6	< 0.4
Pureté initiale	56 %	29 %	57 %	33 %
Pureté finale	78 %	61 %	82 %	58 %
Efficacité	80 %	62 %	72 %	80 %

TABLE 4.1 – Performances de la variable de PID pour le WaterModule et le Proton Module. Les puretés initiale et finale correspondent à la proportion de muons et de pions (ou de protons) avant et après application de la coupure.

C'est grâce à l'identification des particules d'un événement que nous allons pouvoir sélectionner les interactions du canal $\text{CC}1\pi$. Dans notre analyse, nous voulons mesurer la section efficace d'interaction $\text{CC}1\pi$ en fonction de l'angle θ_μ et de l'impulsion du muon p_μ . Il nous faut donc pouvoir classifier les interactions en fonction de leur valeur de (θ_μ, p_μ) . Dans la Section 4.2 nous allons montrer comment reconstruire ces variables cinématiques. Nous résumerons ensuite dans la section 4.3 comment nous avons construit l'échantillon enrichi en interactions $\text{CC}1\pi$ à partir de cette variable de PID.

4.2 Reconstruction de l'angle et de l'impulsion du muon

4.2.1 Introduction

Variables cinématiques reconstruites

Commençons par examiner comment nous pouvons reconstruire l'angle et l'impulsion d'une particule. En ce qui concerne l'angle, nous pouvons effectuer tout simplement une interpolation linéaire sur la position des hits et en extraire l'angle par rapport à la direction du faisceau ($3,637^\circ$ vers le bas par rapport à l'axe longitudinal des détecteurs [12]). Nous définissons θ_μ^{rec} l'angle de la trace associée au muon, déterminé par cette méthode.

En ce qui concerne l'impulsion, nous n'avons pas de moyen de mesure directe (comme un champ magnétique par exemple). Nous savons cependant que plus l'impulsion d'une particule est élevée, plus elle va pouvoir pénétrer de matière avant sa désintégration ou capture. Ainsi, nous pouvons utiliser le module d'INGRID situé juste derrière les détecteurs cibles comme un calorimètre (voir Figure 4.1) : le nombre de plaques de fer traversées par une particule nous permettra d'estimer son impulsion. Nous définissons ainsi la longueur en équivalent fer du muon

$$d_\mu^{\text{rec}} \equiv d_{\text{Fe}} + d_{\text{sci}} \frac{\rho_{\text{sci}}}{\rho_{\text{Fe}}} + d_{\text{H}_2\text{O}} \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}{\rho_{\text{Fe}}} \quad (4.8)$$

avec d_{Fe} , d_{sci} et $d_{\text{H}_2\text{O}}$ sont les distance parcourues par la trace associée au muon dans le fer, le scintillateur et, dans le cas du WaterModule, dans l'eau. Comme la masse volumique du fer ($\rho_{\text{Fe}} = 7.87 \text{ g/cm}^3$) est bien supérieure à celle de l'eau ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1.0 \text{ g/cm}^3$) et des scintillateurs ($\rho_{\text{sci}} = 1.03 \text{ g/cm}^3$ pour le PM et $\rho_{\text{sci}} = 1.07 \text{ g/cm}^3$ pour le WM), la longueur en équivalent fer est principalement caractérisée par la profondeur de fer traversée par une particule.

Les deux grandeurs (θ_μ^{rec} , d_μ^{rec}) forment ainsi les deux grandeurs cinématiques que l'on peut reconstruire à partir de la trace associée au muon. Elles ne donnent pas de manière exacte la valeur réelle de l'angle ou de l'impulsion du muon, mais sont les meilleurs estimateurs que nous pouvons reconstruire à partir des données des détecteurs cibles. Nous allons ainsi classer les événements candidats $\text{CC}1\pi$ en fonction de leur valeur de (θ_μ^{rec} , d_μ^{rec}).

Binning : définition

Nous appelons *binning* une partition $\mathcal{B}$ de l'espace des phases (θ_μ, p_μ) qui nous permet de placer chaque événement dans un *bin* $b \in \mathcal{B}$, c'est-à-dire une région bien précise de cet espace des phases. Nous avons

$$\bigcup_{b \in \mathcal{B}} b = [0^\circ, 180^\circ] \times [0 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}] \quad (4.9)$$

où 30 GeV est l'énergie maximale du neutrino incident, donc une bonne approximation de l'impulsion maximale du muon.

Nous donnerons une valeur de la section efficace dans chacun de ces bins : c'est ce que l'on note $d^2\sigma/dp_\mu d\theta_\mu$. Plus la partition sera fine, plus la mesure pourra apporter une information précise. Cependant, l'incertitude statistique relative sur le nombre d'événements N dans un bin est $1/\sqrt{N}$; ainsi, plus la partition est fine, plus le nombre d'événements dans chaque bin est faible et donc plus l'incertitude statistique est importante. Il y a donc un équilibre à trouver entre la réduction de la taille des bins et l'incertitude associée. Nous définirons ce binning dans la Section 5.2.

Nous avons aussi besoin d'un binning $\mathcal{B}^{\text{rec}}$ de l'espace des variables cinématiques reconstruites (θ_μ^{rec} , d_μ^{rec})

$$\bigcup_{b' \in \mathcal{B}^{\text{rec}}} b' = [0^\circ, 90^\circ] \times [0 \text{ cm}, 90 \text{ cm}]. \quad (4.10)$$

dont nous justifierons les bornes plus loin.

Pour le bon fonctionnement de la méthode d'analyse que nous allons utiliser par la suite, nous avons choisi de prendre un binning dont la finesse ne va pas au-delà de la résolution de nos détecteurs, et qui soit le même pour les événements du PM et ceux du WM.

4.2.2 Classification des traces

Pour que la longueur en équivalent fer fournisse un bon estimateur de l'impulsion d'une particule, il faut que la trace associée s'arrête dans nos détecteurs. En effet, si une partie de la trajectoire de la particule s'effectue en dehors de nos détecteurs, la longueur d_μ^{rec} que l'on pourra observer sera incomplète :

$$d_\mu^{\text{rec}} < d_\mu^{\text{réel}} \quad (4.11)$$

d'où une estimation biaisée de l'impulsion

$$p_\mu < p_\mu^{\text{réel}}. \quad (4.12)$$

Nous avons donc défini plusieurs topologies de traces dans nos détecteurs qui dépendent de l'endroit où s'arrête la trace. Pour les traces qui n'atteignent aucun des modules horizontaux d'INGRID, nous avons :

1. les traces qui s'arrêtent dans le module cible ;
2. les traces qui sortent du module cible par un côté ;
3. les traces qui sortent du module cible par l'arrière, mais ne forment pas de trace dans un module INGRID en aval⁴ ;

et pour celles qui atteignent INGRID :

3. les traces qui s'arrêtent dans le module INGRID (topologie *stopping*) ;
4. les traces qui sortent du module INGRID par un côté (topologie *side-escaping*) ;
5. les traces qui sortent du module INGRID par l'arrière (topologie *through-going*).

Nous avons illustré les trois dernières topologies (traces atteignant INGRID) sur la Figure 4.7.

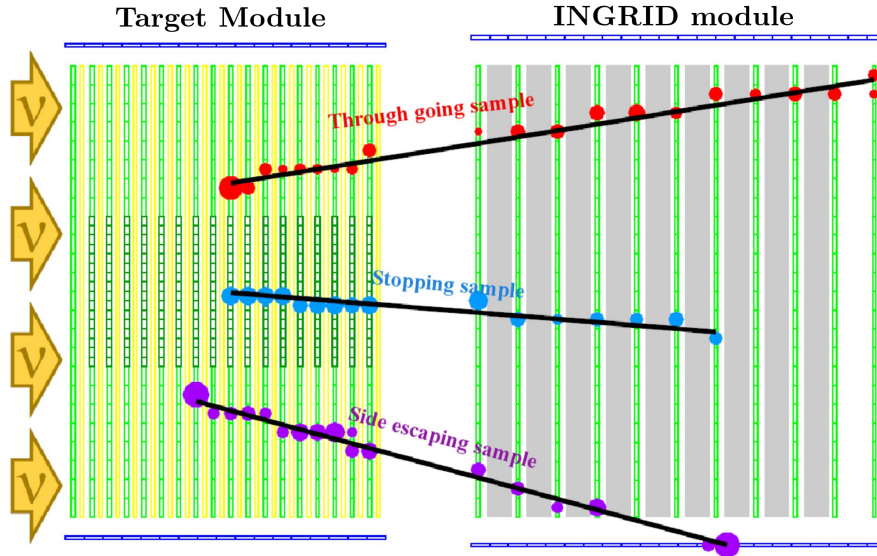


FIGURE 4.7 – Topologies de traces produites dans le module cible et atteignant un module d'INGRID. De haut en bas : topologies *through-going*, *stopping*, *side-escaping*.

De manière à pouvoir utiliser de manière fiable la longueur en équivalent fer d_μ^{rec} pour déterminer p_μ , nous devons nous restreindre aux traces s'arrêtant dans un module d'INGRID (*stopping*)⁵. Cependant, la topologie *through-going* nous donne aussi une information utile : pour qu'une particule traverse toutes

4. Une trace est considérée comme atteignant INGRID lorsque nous avons des hits dans au moins trois plans de scintillateurs du module INGRID. Ces trois hits permettent de définir une trace dans le module INGRID qui va pouvoir être associée à une trace dans le module cible (voir Section 4.3.1). Ainsi, toutes les traces qui sont stoppées prématurément dans un module INGRID, avant d'atteindre le troisième plan de scintillateurs, sont classées dans cette catégorie.

5. Nous demandons que la trace du muon atteigne nécessairement un module d'INGRID, ce qui exclut les traces s'arrêtant dans le module cible.

les plaques de fer du module INGRID, son impulsion doit être supérieure à environ 1 GeV. Les topologies utiles pour l'analyse qui va suivre sont donc :

$$\text{Topologies d'analyse} \iff \begin{cases} \text{muon } \textit{stopping} & \rightarrow p_\mu \lesssim 1 \text{ GeV} \\ \text{muon } \textit{through-going} & \rightarrow p_\mu \gtrsim 1 \text{ GeV}. \end{cases} \quad (4.13)$$

Notons une fois encore que nous ne mesurons que d_μ^{rec} ; les conditions sur p_μ données dans (4.13) ne sont ici qu'indicatives. La Figure 4.8 montre la correspondance $d_\mu^{\text{rec}} \leftrightarrow p_\mu$ pour les deux topologies d'analyse *stopping* et *through-going*. Nous observons une relation linéaire entre d_μ^{rec} et p_μ pour la topologie *stopping*, qui nous permet de déduire l'un de l'autre. Pour la topologie *through-going*, la seule information disponible est $p_\mu \gtrsim 1 \text{ GeV}$.

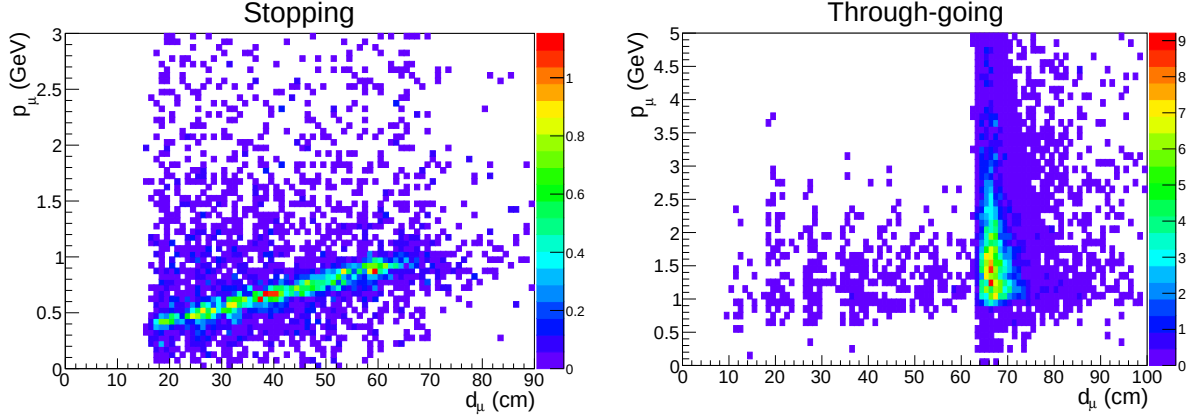


FIGURE 4.8 – Correspondance $d_\mu^{\text{rec}} \leftrightarrow p_\mu$ pour des muons des topologies *stopping* et *through-going* dans le WaterModule (simulation). Les points qui ne suivent pas la relation attendue sont ceux pour lesquels l'identification de la trace du muon est erronée ; l'impulsion p_μ est représentée alors en fonction de la longueur en équivalent fer d'une autre particule.

4.2.3 Résolution des détecteurs

Nous avons introduit les variables cinématiques du muon dans deux espaces des phases distincts :

1. l'espace des phases *réel*, où le muon est caractérisé par son angle réel et son impulsion réelle (θ_μ, p_μ) ;
2. l'espace des phases *reconstruit*, où le muon est caractérisé par son angle reconstruit et la longueur en équivalent fer $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$.

Nous pouvons définir la notion de résolution du détecteur pour ces deux espaces de phases.

Résolution sur (θ_μ, p_μ)

La résolution sur les variables cinématiques réelles du muon répond à la question : sachant que nous mesurons $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$, avec quelle précision pouvons-nous déduire les variables réelles (θ_μ, p_μ) ? Nous définissons la résolution comme l'écart-type de la distribution de la variable cinématique réelle, pour une valeur de la variable cinématique reconstruite donnée :

$$\begin{cases} \text{Rés}(\theta_\mu | \theta_\mu^{\text{rec}}) \equiv \sigma[\theta_\mu | \theta_\mu^{\text{rec}}], \\ \text{Rés}(p_\mu | d_\mu^{\text{rec}}) \equiv \sigma[p_\mu | d_\mu^{\text{rec}}]. \end{cases} \quad (4.14)$$

Prenons un exemple concret, pour obtenir la résolution sur p_μ . Pour chaque valeur de d_μ^{rec} dans la Figure 4.8 nous effectuons un ajustement gaussien sur la distribution de p_μ correspondante ; la largeur de l'ajustement gaussien nous donne la résolution $\text{Rés}(p_\mu | d_\mu^{\text{rec}})$.

La Figure 4.9 montre la résolution du WaterModule sur θ_μ et p_μ . La résolution moyenne sur l'angle du muon est d'environ 2° et celle sur l'impulsion est d'environ 50 MeV. La résolution obtenue pour le Proton Module est illustrée en Annexe C.2 : la résolution moyenne sur l'angle du muon est d'environ

2.5° et celle sur l'impulsion est également de 50 MeV. La structure en grille avec des scintillateurs plus fins permet une meilleure résolution angulaire dans le WaterModule. La résolution en impulsion dépend principalement de la configuration des plaques de fer d'INGRID donc il est cohérent que le résultat ne dépende pas du module cible considéré.

Nous définirons plus loin le binning en (θ_μ, p_μ) ; gardons cependant à l'esprit que la taille des bins ne devra pas être plus petite que la résolution obtenue ici :

$$\begin{cases} \text{Rés}(\theta_\mu) \simeq \pm(2^\circ - 2.5^\circ), \\ \text{Rés}(p_\mu) \simeq \pm(50 \text{ MeV}). \end{cases} \quad (4.15)$$

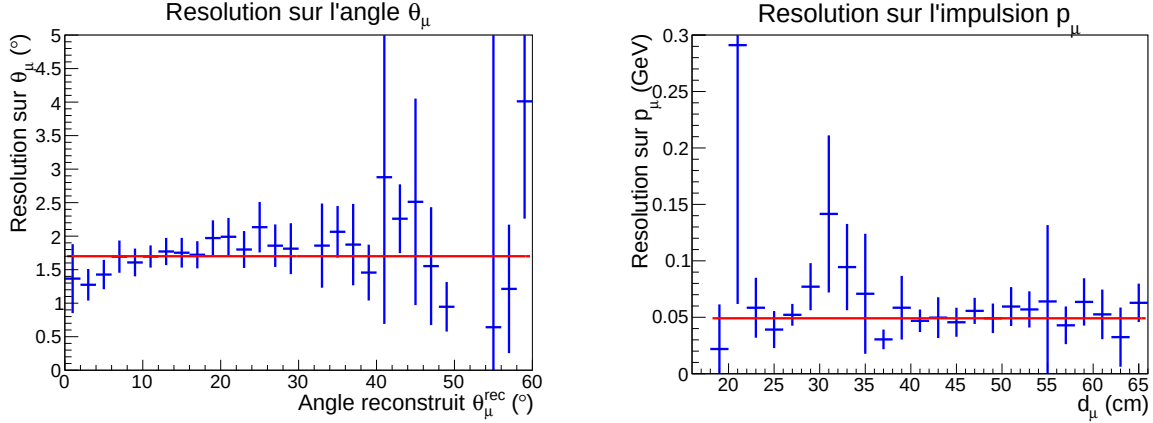


FIGURE 4.9 – Résolution sur les variables cinématiques réelles (θ_μ, d_μ) dans le WaterModule. La résolution sur θ_μ est obtenue à partir des topologies de muons *stopping* et *through-going* ; la résolution sur p_μ est obtenue à partir des muons *stopping* uniquement. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude sur la résolution et la ligne rouge la résolution moyenne.

Résolution sur $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$

La résolution sur les variables cinématiques reconstruites répond à la question : quelle est l'incertitude associée à la mesure de $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$ pour une trace donnée ?

Les plaques de fer d'INGRID ont une épaisseur de 6.5 cm. Lorsque nous considérons le point d'arrêt d'une trace, nous savons quel est le dernier plan de scintillateur qui a été traversée par la particule. Elle n'a pas atteint le plan suivant donc elle s'est arrêtée dans la plaque de fer intercalée. Mais où exactement ? Nous ne pouvons le savoir. Par défaut, nous ne comptons pas cette dernière plaque de fer dans le calcul de d_μ^{rec} : nous évaluons donc systématiquement à la baisse la longueur de fer. Ainsi, l'incertitude associée à la mesure de la longueur en équivalent fer est donc naturellement $\begin{smallmatrix} +6.5 \text{ cm} \\ -0 \text{ cm} \end{smallmatrix}$.

En ce qui concerne l'angle reconstruit, nous pouvons regarder, pour un angle réel donné, la largeur de la distribution de l'angle reconstruit θ_μ^{rec} . Cette largeur nous indique l'incertitude intrinsèquement associée à la mesure de l'angle d'une trace θ_μ^{rec} . La Figure 4.10 montre la résolution ainsi obtenue pour le WaterModule : la résolution moyenne est d'environ 2°. La résolution obtenue pour le Proton Module est illustrée en Annexe C.2 : la résolution moyenne est de 2.5°. Comme pour l'angle réel θ_μ , la structure interne du WaterModule permet d'obtenir une résolution légèrement meilleure.

Nous avons donc finalement, pour les variables cinématiques reconstruites :

$$\begin{cases} \text{Rés}(\theta_\mu^{\text{rec}}) \simeq \pm(2^\circ - 2.5^\circ), \\ \text{Rés}(d_\mu^{\text{rec}}) \simeq \begin{smallmatrix} +6.5 \text{ cm} \\ -0 \text{ cm} \end{smallmatrix}. \end{cases} \quad (4.16)$$

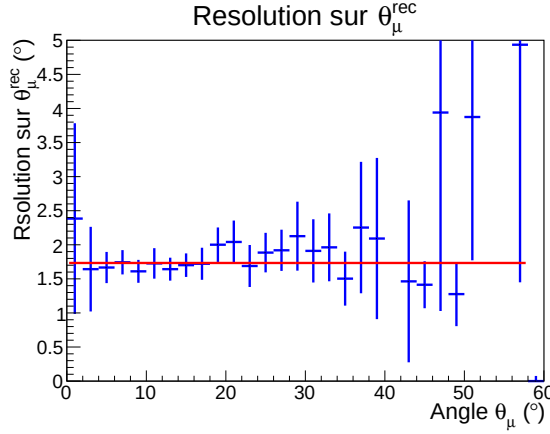


FIGURE 4.10 – Résolution sur θ_μ^{rec} en fonction de la valeur de θ_μ dans le WaterModule. La résolution sur θ_μ^{rec} est obtenue à partir des topologies de muons *stopping* et *through-going*. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude sur la résolution et la ligne rouge la résolution moyenne.

Choix du binning reconstruit $\mathcal{B}^{\text{rec}}$

Le binning $\mathcal{B}^{\text{rec}}$ permet de paver l'espace des variables cinématiques reconstruites. Nous avons d'une part $\theta_\mu^{\text{rec}} \in [0^\circ, 90^\circ]$ puisque la reconstruction ne permet pas de reconstruire les traces vers l'arrière⁶. D'autre part, pour les muons de la topologie *stopping* nous prenons $d_\mu^{\text{rec}} \in [0 \text{ cm}, 90 \text{ cm}]$. En effet, la profondeur maximale de fer traversé est $8 \times 6.5 \text{ cm} = 52 \text{ cm}$ mais la correction angulaire permet des distances plus grandes. En ce qui concerne les muons *through-going* la longueur en équivalent fer que nous mesurons ne donne qu'une borne inférieure de la distance réellement parcourue par le muon. Nous les avons donc placés dans un bin $\{tg\}$ à part. Le binning reconstruit $\mathcal{B}^{\text{rec}}$ peut donc s'écrire :

$$\bigcup_{b' \in \mathcal{B}^{\text{rec}}} b' = [0^\circ, 90^\circ] \times ([0 \text{ cm}, 90 \text{ cm}] \cup \{tg\}) \quad (4.17)$$

La résolution de nos détecteurs (4.16) nous donne la taille minimale de nos bins :

1. nous prenons pour θ_μ^{rec} un binning régulier de taille 5° : nous avons ainsi 18 bins pour paver $[0^\circ, 90^\circ]$.
2. nous prenons pour d_μ^{rec} un binning de taille 7 cm. Par ailleurs, les traces atteignant un module d'INGRID traversent entièrement au moins deux plaques de fer : ainsi, nous n'attendons pas d'évènements avec $d_\mu \lesssim 15 \text{ cm}$ (voir Figure 4.8). Nous choisissons donc comme bornes pour les intervalles

$$\{0 \text{ cm}, 15 \text{ cm}, 23 \text{ cm}, 30 \text{ cm}, 37 \text{ cm}, 44 \text{ cm}, 51 \text{ cm}, 58 \text{ cm}, 65 \text{ cm}, 72 \text{ cm}, 80 \text{ cm}, 90 \text{ cm}\}. \quad (4.18)$$

c'est-à-dire 11 bins pour les muons *stopping* et un bin $\{tg\}$ pour les muons *through-going* : 12 bins au total.

Ce binning reconstruit étant maintenant défini, nous allons maintenant voir comment sélectionner les interactions $CC1\pi$ et quelles sont leurs distributions par rapport aux variables $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$.

4.3 Sélection des évènements

4.3.1 Remarques préliminaires

Jeu de données utilisé

Comme nous l'avons dit en introduction à ce chapitre, le Proton Module puis le WaterModule ont successivement occupé la même position au centre des modules d'INGRID. Les données que nous avons analysées dans cette thèse correspondent à une polarisation des cornes électromagnétiques de +250 kA (voir Chapitre 2) permettant de produire un faisceau de ν_μ :

6. En effet nous n'utilisons pas le temps relatif des hits pour savoir si la trace part vers l'avant ou vers l'arrière ; par construction elles sont donc toutes considérées comme partant vers l'avant.

1. pour le Proton Module, nous utilisons les prises de donnée de Novembre 2010 à Avril 2013, pour un total de 5.855×10^{20} POT ;
2. pour le WaterModule, nous utilisons la prise de données d'Octobre 2016 à Avril 2017, pour un total de 7.243×10^{20} POT.

Dans la suite de l'analyse, toutes les prédictions de la simulation Monte-Carlo ont été normalisées pour reproduire ces nombres de POT.

Bruits de fond

Nous avons défini différentes catégories d'interactions des ν_μ dans la Section 1.4.5 : CC0 π , CC1 $\pi^\pm$, CC1 π^0 , Divers CC et NC. Ces interactions ont lieu à l'intérieur des détecteurs cibles. Même si nous avons des plans véto pour rejeter les événements produits à l'extérieur des modules cibles, certains autres événements peuvent être également présents dans nos détecteurs :

- Wall : ces événements proviennent de l'interaction des neutrinos du faisceau dans le mur du puits : majoritairement, nous avons des événements CC1 π^0 ou NC1 π^0 avec $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Les photons ne laissant pas directement de dépôts d'énergie dans le détecteur, ils ne sont pas vus par les plans véto et peuvent entrer dans le détecteur pour y produire ensuite une gerbe électromagnétique. Au contraire, les sand muons (muons produits par ces neutrinos dans le mur du puits) sont rejetés par les plans véto ;
- INGRID : ces événements proviennent de l'interaction des neutrinos dans les modules INGRID verticaux (en amont) ou horizontaux (en aval) qui entourent les modules cibles. Les événements produisant un π^0 dans les modules verticaux peuvent entrer dans le détecteur ; pour les modules horizontaux, certaines particules émises vers l'arrière atteignent également les modules cibles ;
- $\bar{\nu}_\mu + \nu_e$: cette catégorie regroupe les interactions des autres types de neutrinos du faisceau, puisque celui-ci n'est composé que de 93% de ν_μ . La contribution des $\bar{\nu}_e$ n'a pas été simulée puisqu'ils ne forment que 0.1% des neutrinos du faisceau (voir Table 2.2).

La Figure 4.11 permet de visualiser, à l'échelle, la position de tous les détecteurs proches sur l'axe du faisceau. Pour réduire le temps de simulation, seule une partie du mur (directement en amont des modules cibles) a été utilisée pour simuler les interactions des neutrinos dans le mur du puits (catégorie Wall). Néanmoins, le volume de cette partie du mur ainsi que la densité des modules d'INGRID font que le nombre d'interactions à simuler reste très important ; nous anticipons que notre simulation de ces événements ne reproduise pas exactement les données.

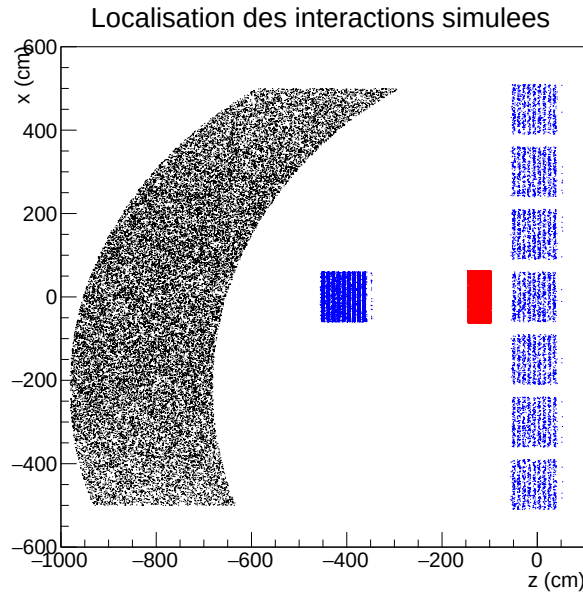


FIGURE 4.11 – Localisation des interactions simulées (vue de dessus) : en rouge, les modules cibles ($\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$ et ν_e) ; en bleu, les modules INGRID (ν_μ) et en noir une partie du mur du puits (ν_μ).

Echantillon fiduciel

L'échantillon d'événements initial, à l'intérieur duquel nous allons chercher les interactions $CC1\pi$, est formé des interactions ayant eu lieu dans la partie centrale des modules cibles (appelée volume fiduciel, ou VF), et dont au moins une trace pénètre dans le module horizontal d'INGRID situé à l'arrière du module cible. Un exemple d'une telle interaction est représentée sur la Figure 4.12. Cet échantillon, appelé *échantillon fiduciel*, est construit pour rejeter les événements externes au détecteur cible, par exemple la production d'un muon par l'interaction d'un neutrino dans le mur du puits, ou dans un module d'INGRID en amont, etc. Les sélections permettant d'obtenir cet échantillon fiduciel sont les suivantes :

1. **Temps d'arrivée des hits** : nous recherchons plusieurs hits regroupés dans une fenêtre temporelle de 50 ns. Cela rejette une grande partie des hits créés par le bruit électronique du MPPC, équirépartis dans le temps ;
2. **Reconstruction bi-dimensionnelle des traces** : nous cherchons au moins trois hits alignés dans une même vue d'un détecteur : vue de côté (scintillateurs horizontaux) ou vue de dessus (scintillateurs verticaux) ;
3. **Association des traces avec celles d'INGRID** : nous cherchons à associer à une trace dans le module cible (au moins trois hits) à une trace dans un module d'INGRID juste derrière (au moins trois hits également). Si la direction et la position des deux traces coïncident, elles sont associées. Tous les événements qui n'ont pas au moins une telle trace sont rejetés ;
4. **Reconstruction tri-dimensionnelle** : en regardant le point de départ et le point d'arrivée des traces, nous créons une trace tri-dimensionnelle à partir d'une trace dans la vue latérale et d'une trace dans la vue de dessus ;
5. **Création d'un vertex** : lorsque plusieurs traces trouvent leur origine dans la même région du détecteur (avec une latitude de 15cm), elles sont considérées comme faisant partie du même événement. Un vertex est alors reconstruit à l'endroit de leur origine commune ;
6. **Accord temporel avec le faisceau** : pour être sûr que l'événement provient bien d'un neutrino du faisceau de J-PARC, nous ne gardons que les événements dans une fenêtre de 100 ns autour du temps d'arrivée du faisceau ;
7. **Coupure véto amont** : les événements avec au moins un hit dans les premiers plans du module cible, ou dans les plans véto latéraux du PM, sont rejetés. Ainsi, beaucoup des interactions de neutrinos en amont du détecteur cible (dans le mur du puits, dans les modules INGRID verticaux etc) sont rejetés ;
8. **Coupure fiducielle** : nous sélectionnons des événements pour lesquels le vertex que nous avons reconstruit se situe dans la partie centrale (volume fiduciel) du détecteur. La section transverse de ce volume est $100\text{cm} \times 100\text{cm}$ pour le PM et $80\text{cm} \times 80\text{cm}$ pour le WM. Les particules entrant par un côté du détecteur sont ainsi rejetées.

Les contributions des différentes catégories d'événements à cet échantillon fiduciel sont illustrées pour le WaterModule et le Proton Module sur les Figures 4.13 et 4.14. Dans cet échantillon fiduciel, la proportion d'événements $CC1\pi$ (ce qu'on appelle la *pureté*) est de 20% environ. En ce qui concerne les autres canaux d'interaction, nous trouvons majoritairement des interactions $CC0\pi$ (45%), et également des $CC1\pi^0$ (7%) et Divers CC (15%). Les interactions par courant neutre NC (3%) et les bruits de fonds externes (Wall 2%, INGRID 2%, $\bar{\nu}_\mu + \nu_e$ 4%) sont beaucoup moins représentés.

Nous pouvons observer qu'il y a davantage d'événements à une trace dans les données que la prédiction Monte-Carlo (environ 10 %). Nous avons essayé d'expliquer l'origine de cet effet en Annexe C.3. Les distributions de l'échantillon fiduciel en fonction de la position du vertex, de l'angle et la longueur en équivalent fer de la trace la plus longue semblent indiquer que ces événements sont caractérisés par une trace *through-going* avec un petit angle. Ce pourrait être des muons produits par l'interaction de neutrinos dans le mur ou dans les modules d'INGRID qui seraient mal détectés par les plans véto, comme le suggère la comparaison avec une autre analyse [86].

Nous observons également un clair déficit de données (-8%) par rapport à la simulation pour les événements à deux traces dans le Proton Module. Nous en reparlerons lorsque nous construirons nos échantillons de contrôle.

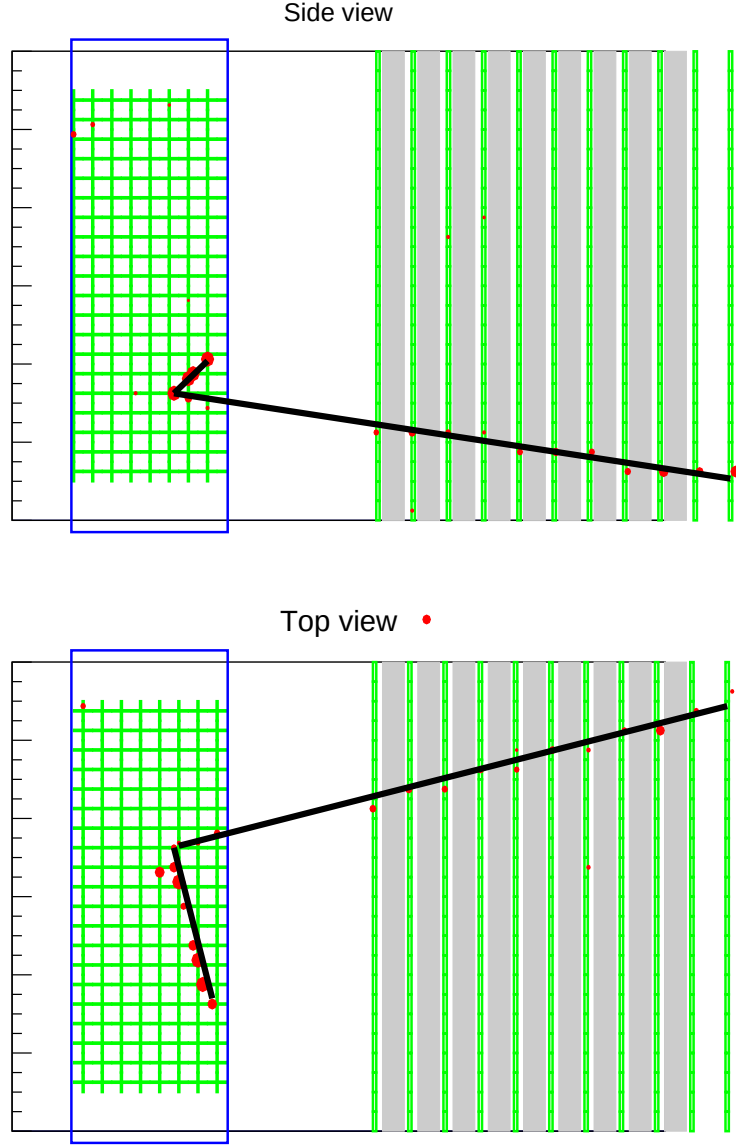


FIGURE 4.12 – Evènement à deux traces produit par l'interaction d'un neutrino dans le VF du Water-Module (données). La trace atteignant INGRID est de la topologie *through-going*.

Nous allons maintenant chercher à isoler les interactions $CC1\pi$, ou du moins à construire un échantillon de pureté significativement supérieure, grâce à la variable de PID construite précédemment. Nous aurons à l'esprit également de construire un échantillon dont la taille est la plus large possible pour limiter les incertitudes statistiques ; une quantité qui permet de caractériser cela est la proportion d'évènements $CC1\pi$ de l'échantillon fiduciel qui se retrouve sélectionné dans l'échantillon réduit (ce qu'on appelle l'*efficacité* de la sélection).

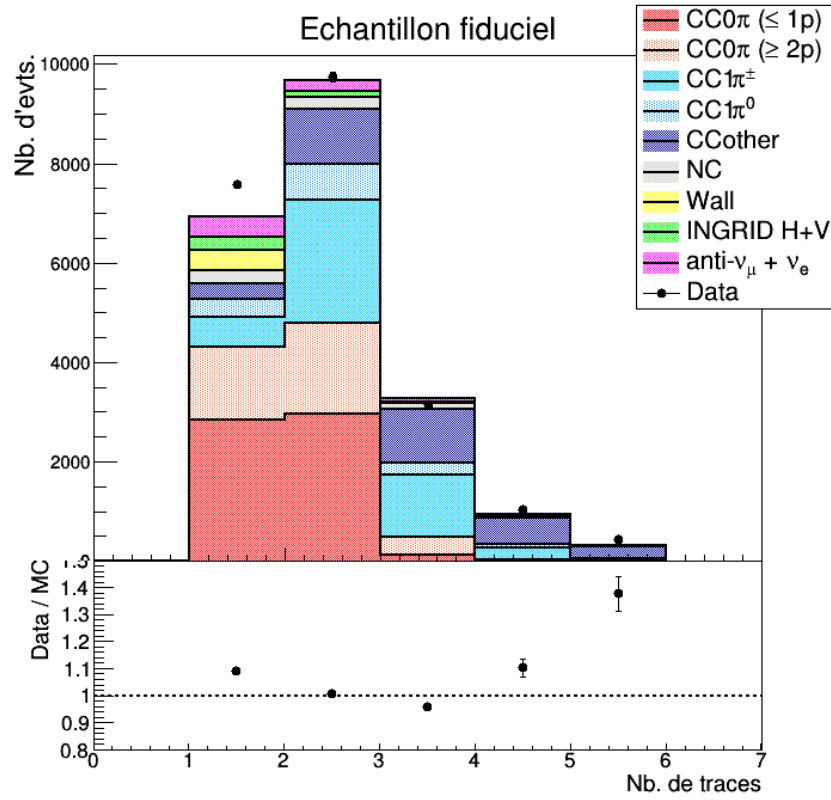


FIGURE 4.13 – Echantillon fiduciel pour le WaterModule en fonction du nombre de traces de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

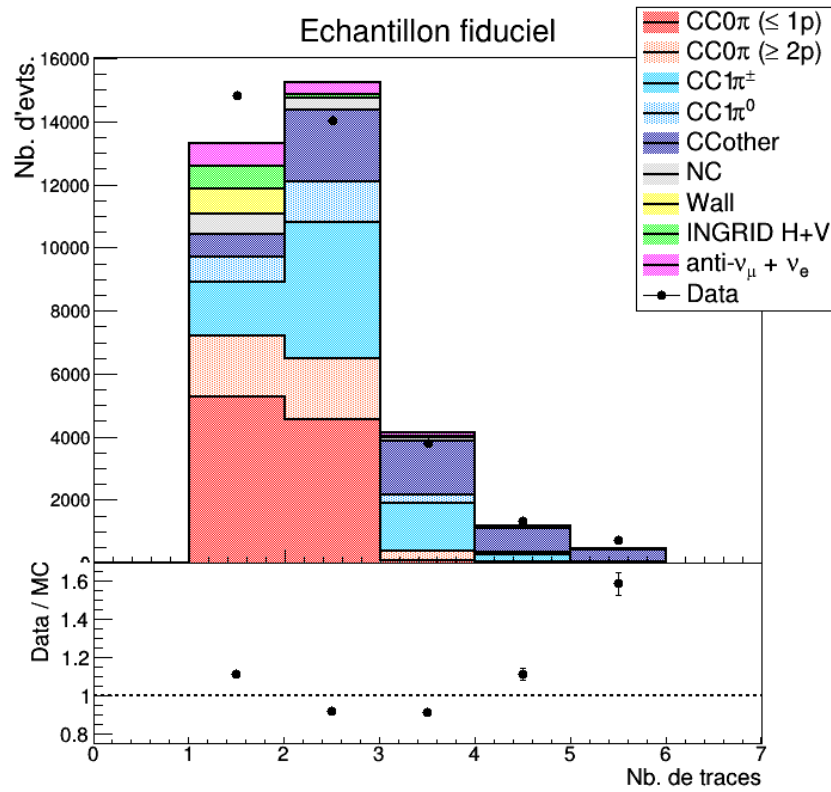


FIGURE 4.14 – Echantillon fiduciel pour le Proton Module en fonction du nombre de traces de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

4.3.2 Evénements CC1 π

Empreinte des événements CC1 π dans nos détecteurs

La topologie d'événements CC1 π est définie de la manière suivante :

$$\nu_\mu + A \longrightarrow \mu^- + \pi^\pm + N_p p + N_n n + A' \quad (4.19)$$

avec A le noyau cible, A' le noyau produit, $N_p, N_n \in \mathbb{N}$ le nombre de protons et de neutrons éjectés du noyau. Comme les neutrons déposent très peu d'énergie dans les scintillateurs des modules cibles, nous ne les détectons pas directement. Ainsi, nous allons chercher un muon, un pion chargé $\pi^\pm$ et, en toute généralité, zéro, un ou plusieurs protons. En utilisant la variable de PID définie en (4.7), cela revient à

$$\text{CC1}\pi \iff \begin{cases} \mu, \pi\text{-likelihood} > b : & 2 \text{ traces} \\ \mu, \pi\text{-likelihood} < a : & N_p \text{ traces} \\ \mu, \pi\text{-likelihood} \in [a, b] : & \text{aucune trace} \end{cases} \quad (4.20)$$

en rejetant tous les événements dont l'identification d'au moins une trace n'est pas claire (μ, π -likelihood dans la zone morte $[a, b]$). Parmi les deux traces telles que μ, π -likelihood $> b$, celle dont le PID est le plus élevé sera considérée comme la trace du muon et l'autre comme la trace du pion. Ceci se justifie en regardant les distributions de dE/dz de la Figure 4.4 : les dépôts d'énergie des pions sont légèrement plus importants que ceux des muons, donc plus proches de ceux des protons. Nous attendons donc un μ, π -likelihood plus faible pour un pion que pour un muon.

La sélection (4.20) impose naturellement d'avoir au moins deux traces. Les Figures 4.13 et 4.14 nous montre que les événements CC1 π ont principalement deux ou trois traces, c'est-à-dire un nombre de protons $N_p \in \{0, 1\}$. Il y a plusieurs raisons qui pourraient justifier qu'il n'y ait pas de proton :

- pour une interaction résonante du type $\nu_\mu n \rightarrow \mu^- \pi^+ n$, aucun proton n'est créé ;
- si un proton est créé, il peut avoir été absorbé avant sa sortie du noyau ;
- si le proton sort du noyau avec une énergie très faible, il peut être stoppé dans le détecteur avant d'avoir pu déposer trois hits et donc créer une trace ;
- le proton peut enfin être émis de manière colinéaire à une autre particule et les deux traces seront reconstruites comme une seule.

Nous allons donc sélectionner des événements CC1 π avec zéro ou un proton (la pureté est très faible pour les événements CC1 π à quatre traces). Enfin, pour pouvoir reconstruire correctement l'impulsion du muon nous demandons à ce que la trace que nous avons identifié comme celle du muon soit dans les topologies d'analyse *stopping* ou *through-going* (voir Section 4.2.2). En résumé, la sélection complète des événements CC1 π s'écrit :

$$\text{Echantillon CC1}\pi \iff \begin{cases} \text{Evénement CC1}\pi \text{ avec } N_p \in \{0, 1\} \\ \text{trace du muon } \textit{stopping} \text{ ou } \textit{through-going}. \end{cases} \quad (4.21)$$

La Figure 4.15 montre l'évolution de la pureté et de l'efficacité de l'échantillon en fonction des coupures successives. Comme attendu, le critère fondé sur le PID (4.20) est celui qui permet l'augmentation la plus significative de la pureté de l'échantillon.

Contenu de l'échantillon CC1 π

Les Tables 4.2 et 4.3 montrent la construction des échantillons CC1 π pour les deux détecteurs cibles grâce aux coupures successives présentées ci-dessus. Les Figures 4.16 - 4.19 montrent les distributions des événements de ces échantillons en fonction de l'angle θ_μ^{rec} et de la longueur en équivalent fer d_μ^{rec} .

Dans l'échantillon CC1 π ainsi sélectionné, nous obtenons une pureté d'environ 50%. Les deux bruits de fonds principaux sont

- des interactions CC0 π ($\simeq 20\%$), où le proton est mal identifié comme étant un pion ;
- des autres interactions par courant chargé (Divers CC, $\simeq 20\%$) : la principale contribution ici vient d'interactions du type CC1 $\pi^\pm 1\pi^0$, où les photons produits par la désintégration du π^0 ne sont pas observés dans le détecteur. Nous pouvons aussi avoir des interactions avec plusieurs pions produits (par exemple CC2 $\pi^\pm$), mais si l'un des pions a une énergie très faible ou est émis de manière colinéaire à une autre particule, il n'est pas détecté.

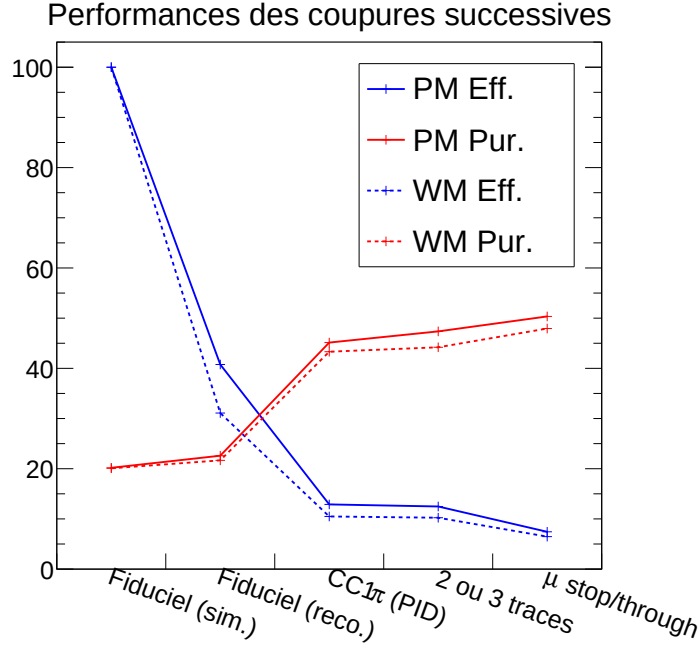


FIGURE 4.15 – Evolution de l’efficacité et de la pureté (en %) de l’échantillon sélectionné au fur et à mesure des coupures successives, pour les échantillons des deux modules cibles. Pour les évènements dans le volume fiduciel, nous distinguons les interactions simulées (sim.) et après application de la reconstruction (reco.). L’efficacité diminue puisque nous demandons qu’au moins une trace atteigne les modules d’INGRID, ce qui réduit l’acceptance.

Nous avons également des évènements $CC1\pi^0$ (7%) et une petite contamination provenant des neutrinos $\bar{\nu}_\mu$ et ν_e (3%). Les interactions par courant neutre et les bruits de fonds externes (catégories Wall et INGRID) forment une part négligeable de l’échantillon $CC1\pi$.

Nous observons pour le WaterModule un déficit d’évènements dans les données d’environ 4% par rapport à la simulation. En ce qui concerne le Proton Module, le déficit est beaucoup plus important (17%) mais s’explique en partie par le déficit d’évènements à deux traces déjà présent dans l’échantillon fiduciel (Figure 4.14).

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\bar{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	21957	21178	9633	4588	1414	3288	665	800	790
CC1 π (PID)	3373	3572	892	1547	246	703	74	24	86
2 ou 3 traces	3199	3417	886	1510	237	614	68	23	80
μ stop/through	1915	1992	434	955	142	346	34	21	60

TABLE 4.2 – Construction de l’échantillon enrichi en interactions $CC1\pi$ pour le WaterModule. La catégorie "Ext." regroupe les évènements de type "Wall" et "INGRID".

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\bar{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	34689	34363	14144	7764	2444	5836	1253	1663	1259
CC1 π (PID)	4090	5437	994	2454	319	1377	116	31	146
2 ou 3 traces	3513	5016	989	2376	302	1088	100	30	133
μ stop/through	2344	2812	502	1416	166	582	44	14	87

TABLE 4.3 – Construction de l’échantillon enrichi en interactions $CC1\pi$ pour le Proton Module. La catégorie "Ext." regroupe les évènements de type "Wall" et "INGRID".

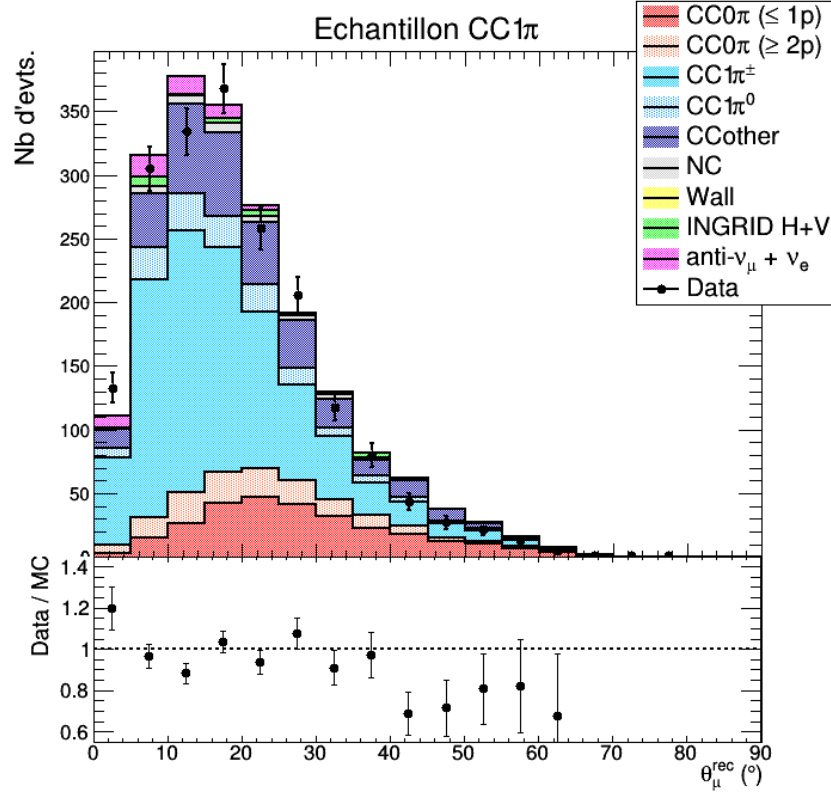


FIGURE 4.16 – Echantillon CC1 π dans le WaterModule en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace du muon.

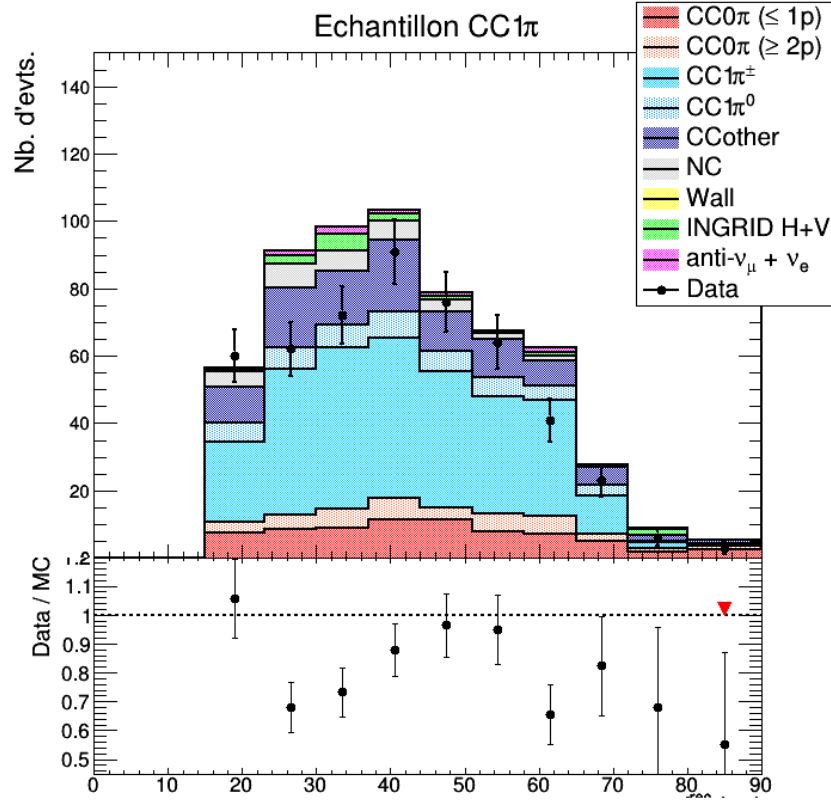


FIGURE 4.17 – Echantillon CC1 π dans le WaterModule en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

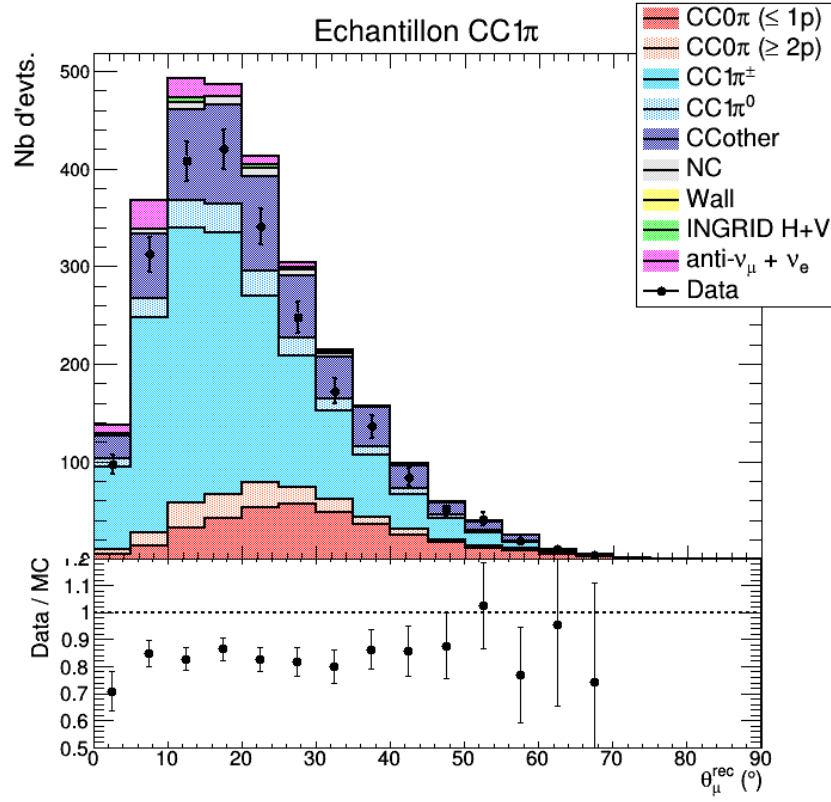


FIGURE 4.18 – Echantillon CC1 π dans le Proton Module en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace du muon.

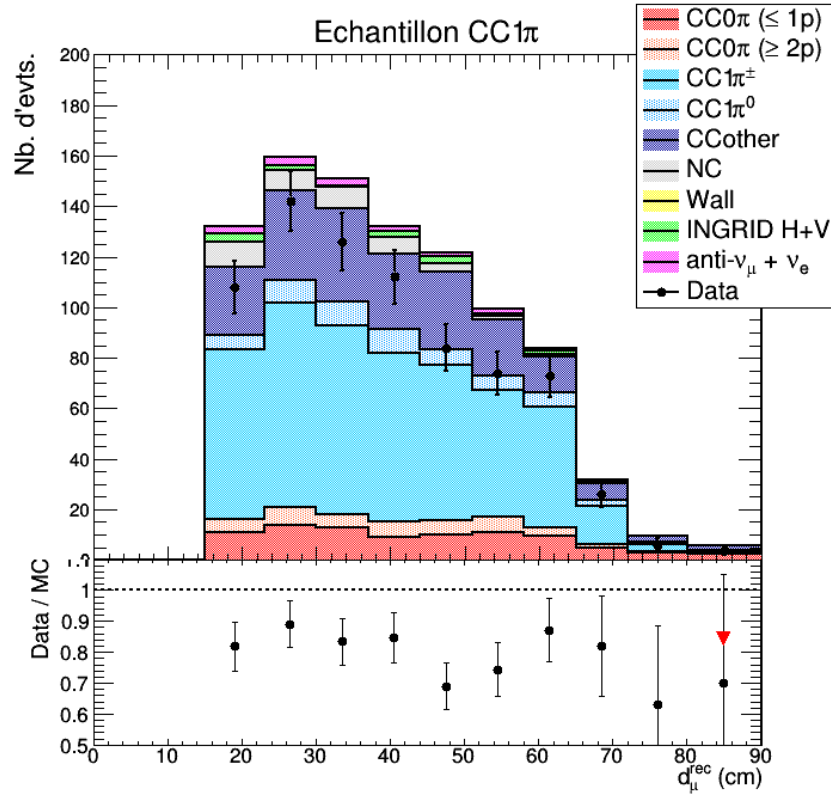


FIGURE 4.19 – Echantillon CC1 π dans le Proton Module en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

4.3.3 Échantillons de contrôle CC0 π et Divers CC

Comme nous le verrons dans le Chapitre 5, nous utilisons des échantillons de contrôle qui nous permettent de contrôler les bruits de fonds principaux que sont les interactions CC0 π et Divers CC. Nous avons donc cherché à construire, de manière analogue à l'échantillon CC1 π , un échantillon d'événements enrichi en chacune de ces deux catégories d'interactions.

Empreinte des événements CC0 π dans nos détecteurs

La topologie d'événements CC0 π est définie de la manière suivante :

$$\nu_\mu + A \longrightarrow \mu^- + N_p p + (N_n n) + A' \quad (4.22)$$

avec A le noyau cible, A' le noyau produit, $N_p, N_n \in \mathbb{N}$ le nombre de protons et de neutrons éjectés du noyau (rappelons que nous ne détectons pas les neutrons directement). Nous allons donc chercher un muon et zéro, un ou plusieurs protons. En utilisant la variable de PID définie en (4.7), cela revient à

$$\text{CC0}\pi \iff \begin{cases} \mu, \pi\text{-likelihood} > b : & 1 \text{ traces} \\ \mu, \pi\text{-likelihood} < a : & N_p \text{ traces} \\ \mu, \pi\text{-likelihood} \in [a, b] : & \text{aucune trace} \end{cases} \quad (4.23)$$

Les Figures 4.13 et 4.14 montrent que les événements CC0 π possèdent généralement une ou deux traces, c'est-à-dire $N_p \in \{0, 1\}$. Même si il est possible que deux protons soient produits dans une interaction CC0 π , grâce aux interactions de l'état final (FSI) ou aux couplages entre nucléons ($2p-2h$), il est très rare que les deux possèdent suffisamment d'énergie pour être détectés et reconstruits.

Pour pouvoir utiliser la longueur en équivalent fer, nous nous restreignons également aux événements pour lesquels la trace du muon pénètre un module d'INGRID, dans la topologie *stop* ou *through-going*. La construction de cet échantillon est illustré par les Tables 4.4 et 4.5 pour le WaterModule et le Proton Module. Les distributions de ces échantillons en fonction de θ_μ^{rec} et d_μ^{rec} se trouvent en Annexe C.4.

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\bar{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	21957	21178	9633	4588	1414	3288	665	800	790
CC0 π (PID)	12365	11259	7364	1490	741	785	247	132	500
2 traces	4827	4807	3120	758	355	380	81	23	90
μ stop/through	2936	2782	1773	465	212	193	33	44	61

TABLE 4.4 – Construction de l'échantillon enrichi en interactions CC0 π pour le WaterModule. La catégorie "Ext." regroupe les événements de type "Wall" et "INGRID".

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\bar{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	34689	34363	14144	7764	2444	5836	1253	1664	1259
CC0 π (PID)	21623	20339	11381	3653	1609	2203	497	240	755
2 traces	8313	8973	4759	1905	842	1095	168	41	163
μ stop/through	4694	5035	2605	1146	513	542	64	70	95

TABLE 4.5 – Construction de l'échantillon enrichi en interactions CC0 π pour le Proton Module. La catégorie "Ext." regroupe les événements de type "Wall" et "INGRID".

Nous avons vu que les données du Proton Module affichent un clair déficit des événements à deux traces (-8%), qui se répercutait ainsi sur l'échantillon CC1 π . La Table 4.6 montre le rapport entre données et simulation pour les sous-échantillons fiduciel, CC0 π et CC1 π à deux traces dans le Proton Module et le WaterModule. Le déficit d'événements à deux traces dans les données du Proton Module au niveau de l'échantillon fiduciel se propage naturellement aux échantillons CC0 π et CC1 π et est la raison principale de la différence que l'on observe entre les deux détecteurs cibles.

Nous avons ainsi choisi pour l'échantillon de contrôle CC0 π de nous restreindre aux événements à deux traces ($N_p = 1$). Cela nous permettra de garder l'information, lors de l'analyse, qu'une partie du déficit des données dans l'échantillon CC1 π du Proton Module est dû au déficit de *tous les événements* à deux traces, et non pas uniquement à la section efficace d'interaction CC1 π .

Data/MC	Fiduciel - 2 traces	CC0 π - 2 traces	CC1 π - 2 traces
WM	1.01	1.06	0.94
PM	0.92	0.93	0.81
WM/PM	+9%	+13%	+13%

TABLE 4.6 – Rapport entre données et simulation pour les sous-échantillons fiduciel, CC0 π et CC1 π à deux traces dans le WaterModule et le Proton Module. Les incertitudes statistiques sur ces échantillons sont au plus de l'ordre de 2%.

La pureté de l'échantillon de contrôle CC0 π est ainsi d'environ 65 % pour le WaterModule et d'environ 52 % pour le Proton Module (Figure C.16). La différence entre les deux détecteurs est la combinaison de plusieurs facteurs.

1. L'échantillon est constitué d'événements à deux traces. En comparant la prédiction de la simulation quant au nombre de traces des événements de l'échantillon fiduciel dans chaque module cible (Figures 4.13 et 4.14), nous voyons que les événements contiennent plus fréquemment deux traces dans le WaterModule que dans le Proton Module. Il y a deux raisons à cela, qui proviennent de la configuration des détecteurs :
 - la présence des grilles dans le WaterModule permet de mieux reconstruire les hadrons émis à grand angle ;
 - si deux scintillateurs adjacents d'un même plan sont touchés, les deux hits sont considérés comme faisant partie de la même trace dans le Proton Module. Cette restriction est levée pour le WaterModule ce qui permet de mieux reconstruire les hadrons avec une faible impulsion qui seraient colinéaires avec le muon.

Ainsi, la pureté des interactions CC0 π dans le sous-échantillon fiduciel à deux traces est supérieure dans le WaterModule (49%) que dans le Proton Module (43%), ce qui se répercute sur l'échantillon sélectionné.

2. Lors de l'application de la variable de PID selon (4.23), la pureté de la sélection du proton est de 58% pour le PM contre 61% pour le WM (voir Table 4.1). Ainsi, la pureté de l'échantillon CC0 π sera encore supérieure pour le WaterModule.

La configuration des détecteurs (point 1.) permettrait d'expliquer également la différence entre les données et la simulation pour les événements à deux traces dans le Proton Module. Elle implique en effet que les hadrons de faible impulsion et/ou à haut angle sont mal reconstruits dans le Proton Module. Faisons l'hypothèse qu'au niveau des données l'impulsion des hadrons sortant du noyau soit plus faible que la prédiction de la simulation (ce qui peut provenir d'une mauvaise modélisation des interactions de l'état final). Nous aurions alors moins de hadrons reconstruits dans le Proton Module, c'est-à-dire une migration des événements de deux traces vers une seule trace, ce qui correspond à l'effet observé sur la Figure 4.14. La meilleure capacité de reconstruction de ces hadrons dans le WaterModule explique que nous n'observons pas un tel effet dans ce détecteur.

Empreinte des événements Divers CC dans nos détecteurs

La topologie Divers CC regroupe toutes les interactions qui n'entrent pas dans les catégories CC0 π , CC1 $\pi^\pm$ ou CC1 π^0 . Nous avons dans cette catégorie :

- principalement des interactions produisant plusieurs pions ($\simeq 80\%$), comme par exemple CC1 $\pi^\pm 1\pi^0$, CC2 $\pi^\pm$, etc ;
- également, des interactions produisant des particules d'étrangeté non nulle ($\simeq 10\%$) : CC $\Lambda^0 K^+$, CC1 $\pi + K$, etc ;
- enfin, des interactions CC0 $\pi + \eta$ ($\simeq 10\%$), avec $\eta \rightarrow 2\gamma$ ou $\eta \rightarrow 3\pi$.

Toutes ces interactions sont généralement causées par une interaction DIS, l'énergie apportée par le boson W au système hadronique permettant de disloquer le nucléon cible et de produire ces nombreuses particules.

En étudiant le contenu de l'échantillon fiduciel, nous voyons que ces interactions sont dominantes à partir de trois traces. Dans le cas où nous avons un évènement à trois traces, comment le différencier d'avec un candidat $CC1\pi$? Pour qu'un évènement à trois traces soit un identifié comme $CC1\pi$, il faut que le proton soit identifié ($N_p = 1$). Pour les interactions Divers CC, nous avons soit un muon et plusieurs pions, soit éventuellement un kaon, avec parfois deux particules colinéaires qui ne forment qu'une seule trace. Nous pouvons donc nous attendre à avoir des traces mal identifiées par notre variable de PID⁷. Nous choisissons de définir ainsi

$$\text{Divers CC} \iff \begin{cases} 3 \text{ traces : } & \begin{cases} \mu, \pi\text{-likelihood} > a : & 3 \text{ traces} \\ \mu, \pi\text{-likelihood} < a : & 0 \text{ traces} \end{cases} \\ > 3 \text{ traces} \end{cases} \quad (4.24)$$

en demandant explicitement de ne pas avoir de traces de type proton ($\mu, \pi\text{-likelihood} < a$) et en autorisant les traces dans la zone morte $[a, b]$.

Une fois encore, nous nous restreignons également aux évènements pour lesquels la trace du muon pénètre un module d'INGRID, dans la topologie *stopping* ou *through-going*. La construction de cet échantillon est illustré par les Tables 4.7 et 4.8 pour le WaterModule et le ProtonModule. Les distributions de ces échantillons en fonction de θ_μ^{rec} et d_μ^{rec} se trouvent en Annexe C.4. La pureté de l'échantillon de contrôle Divers CC est d'environ 57 % pour le WaterModule et d'environ 66 % pour le Proton Module (Figure C.17).

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\overline{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	21957	21178	9633	4588	1414	3288	665	800	790
Divers CC	2088	1980	79	606	121	1035	66	16	57
μ stop/through	1147	987	39	322	63	502	22	7	32

TABLE 4.7 – Construction de l'échantillon enrichi en interactions Divers CC pour le WaterModule. La catégorie "Ext." regroupe les évènements de type "Wall" et "INGRID".

Coupure	Data	Total MC	CC0 π	CC1 $\pi^\pm$	CC1 π^0	Div. CC	NC	Ext.	$\overline{\nu}_\mu + \nu_e$
Fiduciel	34689	34363	14144	7764	2444	5836	1253	1664	1259
Divers CC	1566	1455	28	344	57	912	57	7	49
μ stop/through	692	626	13	156	26	388	18	1	23

TABLE 4.8 – Construction de l'échantillon enrichi en interactions Divers CC pour le Proton Module. La catégorie "Ext." regroupe les évènements de type "Wall" et "INGRID".

Nous notons un excès dans les données par rapport à la simulation qui s'explique par l'excès déjà présent dans les données de l'échantillon fiduciel à 4 traces et plus (comme nous le voyons sur les Figures 4.13 et 4.14) pour les deux détecteurs cibles.

Dans ce chapitre nous avons donc construit un échantillon enrichi en interactions $CC1\pi$ à partir des caractéristiques des dépôts d'énergie de chaque type de particule. Nous avons pour cela construit une variable de PID, le $\mu, \pi\text{-likelihood}$, qui nous permet de séparer les protons des muons et des pions. Nous avons également construit des échantillons de contrôle des interactions $CC0\pi$ et Divers CC qui forment les bruits de fonds principaux de l'échantillon principal.

Nous allons voir dans le chapitre qui suit comment extraire de ces évènements sélectionnés la section efficace du canal $CC1\pi$.

7. Notons que la masse du kaon $m_K \simeq 494$ MeV est intermédiaire entre celle des muons et protons. Les dépôts d'énergie et distributions de dE/dz sont donc également à mi-chemin des muons et protons. Nous nous attendons ainsi à ce que les traces de kaons aient une valeur de $\mu, \pi\text{-likelihood}$ moyenne.

Chapitre 5

Analyse des sections efficaces du canal CC1 π

An experiment is a question which science poses to Nature and a measurement is the recording of Nature's answer.

Max Planck

5.1 Formulation générale

Dans ce chapitre nous allons exposer notre méthode pour extraire la section efficace différentielle du canal CC1 π en fonction de l'angle par rapport au faisceau et de l'impulsion du muon, pour des neutrinos interagissant sur l'eau et le plastique. De manière générale, la section efficace totale peut s'exprimer comme

$$\sigma^{\text{CC1}\pi} \equiv \frac{S^{\text{CC1}\pi}}{\Phi \times T} \quad (5.1)$$

avec $S^{\text{CC1}\pi}$ le nombre d'interactions CC1 π (signal) dans le volume fiduciel, Φ le flux de neutrino incidents et T le nombre de nucléons dans le volume fiduciel du détecteur cible.

Pour obtenir la section efficace en fonction de l'angle θ_μ et de l'impulsion du muon p_μ nous utilisons le binning $\mathcal{B}$, partition de l'espace des variables cinématiques réelles (θ_μ, p_μ) . Pour chaque bin $t \in \mathcal{B}$ (t comme *true*) nous calculons la valeur de la section efficace différentielle

$$\frac{d^2\sigma_t^{\text{CC1}\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \equiv \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{S_t^{\text{CC1}\pi}}{\Phi \times T} \quad (5.2)$$

où $S_t^{\text{CC1}\pi}$ est le nombre d'interactions CC1 π telles que $(\theta_\mu, p_\mu) \in t$, et $\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu \equiv |t|$ est la dimension du bin t . Nous voulons utiliser les données collectées pour déterminer $S_t^{\text{CC1}\pi}$.

Comment obtenir ce nombre d'interactions $S_t^{\text{CC1}\pi}$ à partir de l'échantillon enrichi en CC1 π construit au Chapitre 4 ? Plusieurs difficultés se présentent.

1. Tout d'abord, nous n'observons dans notre échantillon sélectionné qu'une fraction des interactions CC1 π qui ont réellement eu lieu dans le détecteur cible. Notons $s_t^{\text{CC1}\pi}$ le nombre d'interactions CC1 π sélectionnées. Nous définissons e_t l'*efficacité* de la sélection dans le bin t comme

$$e_t \equiv \frac{s_t^{\text{CC1}\pi}}{S_t^{\text{CC1}\pi}} \quad (5.3)$$

Nous pouvons estimer cette efficacité à partir de notre simulation, et ainsi obtenir le nombre total d'interactions S_t à partir du nombre d'interactions sélectionné s_t selon

$$S_t^{\text{CC1}\pi} = \frac{s_t^{\text{CC1}\pi}}{e_t}. \quad (5.4)$$

2. Ensuite, l'échantillon enrichi en interactions CC1 π contient des interactions d'autres catégories (bruits de fond). Pour isoler les interactions qui nous intéressent, nous devons trouver un moyen de soustraire la contribution de ces bruits de fond.

3. Enfin, nous l'avons déjà évoqué au chapitre précédent, nous ne possédons pour chaque muon qu'une estimation de son angle et de son impulsion réels au travers des variables cinématiques reconstruites $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$. Nous devons donc également définir comment effectuer la correspondance $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}}) \mapsto (\theta_\mu, p_\mu)$.

Pour traiter les points 2 et 3, nous avons utilisé une méthode statistique appelée *unfolding*, d'après la formulation de D'AGOSTINI [88]. Nous en avons modifié l'implémentation pour pouvoir utiliser simultanément les échantillons de contrôle CC0 π et Divers CC. Cette méthode nous permettra d'obtenir le nombre d'interactions $s_t^{\text{CC1}\pi}$ dans le bin t à partir du nombre d'évènements *total* N_r (signal et bruits de fond) dans chacun des bins $r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}$ de l'espace de variables cinématiques reconstruites :

$$s_t^{\text{CC1}\pi} = \mathbb{U}_t(N_r) \quad (5.5)$$

avec la fonction d'unfolding $\mathbb{U}_t : N_r \mapsto s_t^{\text{CC1}\pi}$ dont nous préciserons l'expression dans la Section 5.3. La section efficace pourra alors s'exprimer à partir de (5.2), (5.4) et (5.5) comme

$$\frac{d^2\sigma_t^{\text{CC1}\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \equiv \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t(N_r)}{e_t \times \Phi \times T}. \quad (5.6)$$

Dans l'expression (5.6), N_r est obtenu à partir des données collectées dans les modules cibles, alors que l'efficacité e_t et la fonction d'unfolding $\mathbb{U}$ sont obtenues à partir de la simulation.

Une dernière étape est cependant nécessaire. Pour le WaterModule, les échantillons définis au Chapitre 4 contiennent des interaction ayant eu lieu sur l'eau ainsi que des interactions ayant eu lieu dans le plastique de scintillateurs. La section efficace que l'on obtient à partir de (5.6) est donc une section efficace dite *observée*, moyennée sur l'eau et le plastique en fonction de leur propagation. Il convient de retirer cette dernière contribution pour obtenir la section efficace CC1 π sur une cible d'eau : nous utilisons pour cela la mesure conjointe du Proton Module qui nous donne la valeur de la section efficace CC1 π sur le plastique des scintillateurs. Nous pouvons également obtenir une mesure du rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$. Le processus complet d'analyse est résumé sur la Figure 5.1.

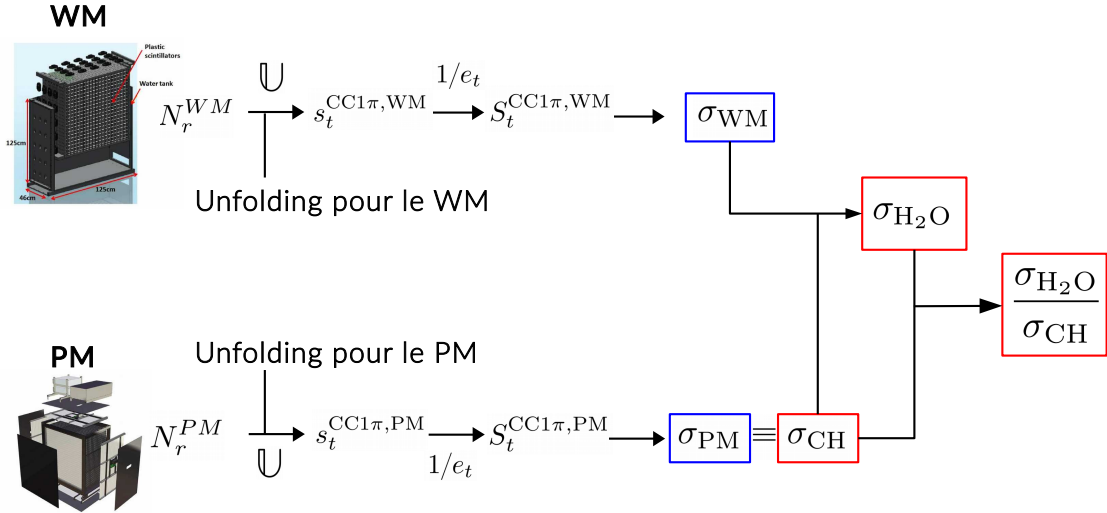


FIGURE 5.1 – Extraction des section efficaces CC1 π sur eau et plastique (CH) à partir des données du WaterModule et du Proton Module. σ_{WM} et σ_{PM} sont les sections efficaces *observées* et $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} sont les sections efficaces *physiques*. L'unfolding et la correction par l'efficacité sont effectuées de manière indépendante pour chaque détecteur cible.

Nous allons détailler dans ce qui suit chacun des éléments nécessaires à l'extraction des sections efficaces différentielles $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} . Dans la Section 5.2, nous construirons le binning réel $\mathcal{B}$ et donnerons la valeur des efficacités de sélection e_t . Dans la Section 5.3 nous présenterons de manière approfondie la méthode d'unfolding que nous avons utilisée pour cette analyse. Cette méthode itérative nécessite un critère de convergence que nous étudierons dans la Section 5.4. Enfin, la Section 5.5 explicitera comment

extraire les sections efficaces *physiques* $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} à partir des sections efficaces *observées* σ_{WM} et σ_{PM} .

Pour se concentrer ici sur les concepts principaux du processus d'analyse, le calcul de la normalisation de la section efficace $1/(\Phi \cdot T)$ a été placé en Annexe D.

5.2 Efficacités et binning réel $\mathcal{B}$

Définition du binning $\mathcal{B}$

Rappelons que le binning $\mathcal{B}$ nous permet de partitionner l'espace des phases réel

$$(\theta_\mu, p_\mu) \in [0^\circ, 180^\circ] \times [0 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}] \quad (5.7)$$

afin de donner une valeur de la section efficace dans chacun des bins, c'est-à-dire dans chacune des régions de cet espace des phases. Nous avons plusieurs contraintes pour construire ce binning :

1. comme nous l'avons mentionné dans la Section 4.2.3, nous choisissons un binning dont la taille n'est pas plus petite que la résolution des détecteurs

$$\begin{cases} \text{Rés}(\theta_\mu) \simeq \pm(2^\circ - 2.5^\circ), \\ \text{Rés}(p_\mu) \simeq \pm(50 \text{ MeV}); \end{cases} \quad (5.8)$$

2. pour les événements avec un muon dans la topologie *through-going*, nous ne pouvons pas donner de limite supérieure à l'impulsion puisque ces muons s'échappent du détecteur ;
3. la taille des bins doit être suffisamment grande pour réduire l'incertitude statistique relative sur le nombre d'événements (qui s'exprime en $1/\sqrt{N}$) ;
4. nous allons corriger le nombre d'événements dans un bin $s_t^{\text{CC1}\pi}$ par l'efficacité moyenne dans ce bin e_t : nous cherchons donc à former des bins à l'intérieur desquels l'efficacité est la plus constante possible pour limiter le biais introduit par l'utilisation de la valeur moyenne ;
5. enfin, comme nous allons utiliser la mesure du Proton Module pour soustraire la contribution des scintillateurs du WaterModule et pour calculer le rapport des sections efficaces $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$, nous devons choisir le même binning pour chacun des détecteurs cibles.

Les Figures 5.2 et 5.4 montrent les distributions des événements CC1 π sélectionnés et l'efficacité de la sélection en fonction de (θ_μ, p_μ) pour le WaterModule et le Proton Module. Nous avons choisi les bornes suivantes pour définir les bins :

$$\begin{aligned} \theta_\mu(5 \text{ bins}) : & \quad \{0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 180^\circ\} \\ p_\mu(4 \text{ bins}) : & \quad \{0 \text{ GeV}, 0.4 \text{ GeV}, 0.7 \text{ GeV}, 1 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}\} \end{aligned} \quad (5.9)$$

L'efficacité moyenne e_t et la prédiction du nombre d'événements $s_t^{\text{CC1}\pi}$ dans chacun des $4 \times 5 = 20$ bins ainsi construits sont représentés sur les Figures 5.3 et 5.5.

Vérifions maintenant la cohérence de ce choix avec les contraintes énoncées ci-dessus (les points 1 et 5 sont facilement vérifiés) :

- 2. nous n'avons construit qu'un seul bin au-delà de 1 GeV, même si le nombre d'événements *through-going* aurait permis de subdiviser davantage ;
- 3. excepté pour les bins avec $\theta_\mu \in [0^\circ, 10^\circ]$ et $p_\mu \in [0.4 \text{ GeV}, 1 \text{ GeV}]$ (et ceux qui ne sont pas accessibles pour nos détecteurs), la prédiction du nombre d'événements dans chaque bin assure que l'erreur statistique relative n'excède pas 20%¹ ;
- 4. nous pouvons voir sur les Figures 5.2 et 5.4 qu'au sein de chaque bin, l'efficacité est relativement constante.

1. Il est également possible de fusionner certains bins, par exemple $[0^\circ, 10^\circ] \times [0.4 \text{ GeV}, 0.7 \text{ GeV}]$ et $[10^\circ, 20^\circ] \times [0.4 \text{ GeV}, 0.7 \text{ GeV}]$, pour réduire cette incertitude statistique. Cela peut s'effectuer à la toute fin de l'analyse, après l'unfolding. Ici, pour des raisons pratiques, nous avons choisi un binning rectangulaire.

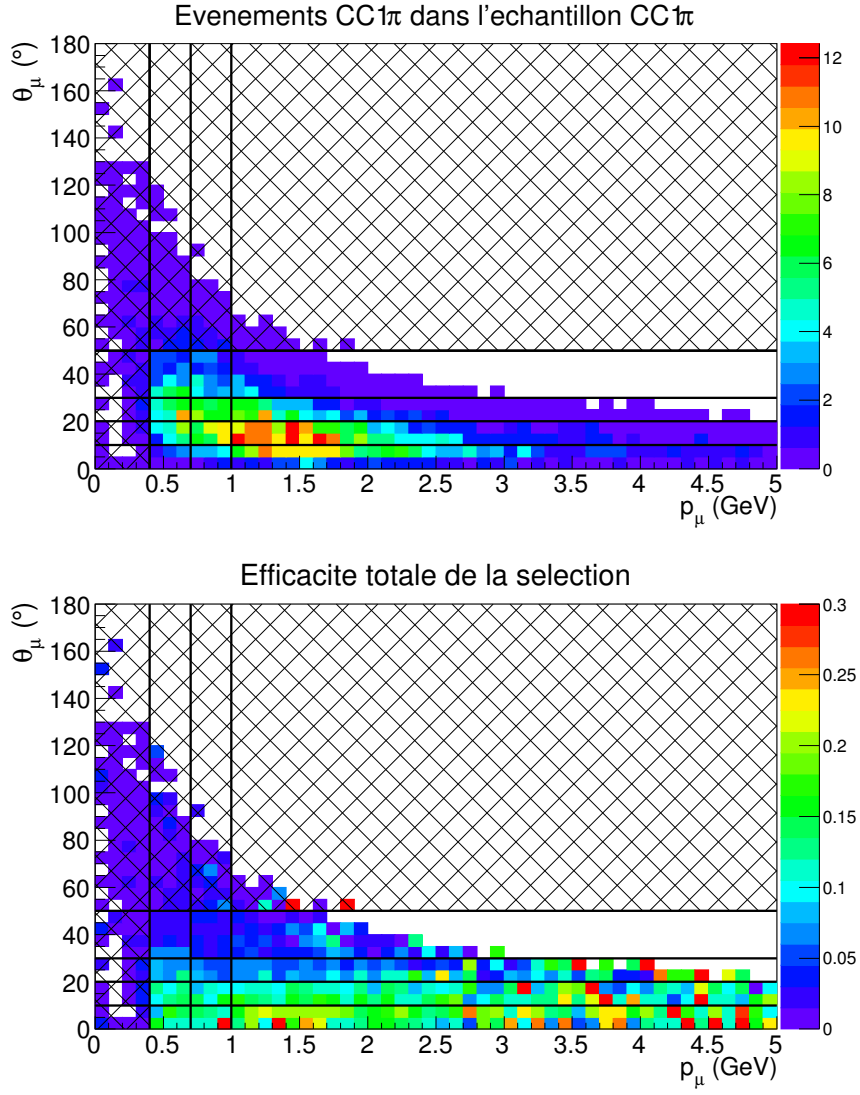


FIGURE 5.2 – Distribution des évènements $CC1\pi$ sélectionnés et efficacité de la sélection en fonction de (θ_μ, p_μ) pour le WaterModule (simulation). La zone hachurée représente la région de l'espace des phases difficilement accessible à nos détecteurs.

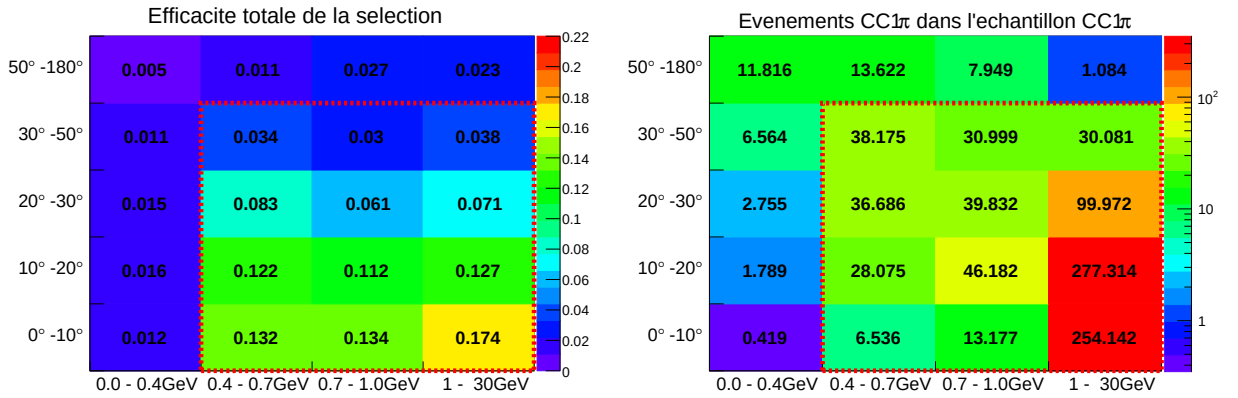


FIGURE 5.3 – Valeur de l'efficacité de sélection et de la prédiction du nombre d'évènements (simulation) dans chacun des bins $b \in \mathcal{B}$ pour le WaterModule. Le cadre rouge en pointillé circonscrit la région de l'espace des phases accessible à nos détecteurs.

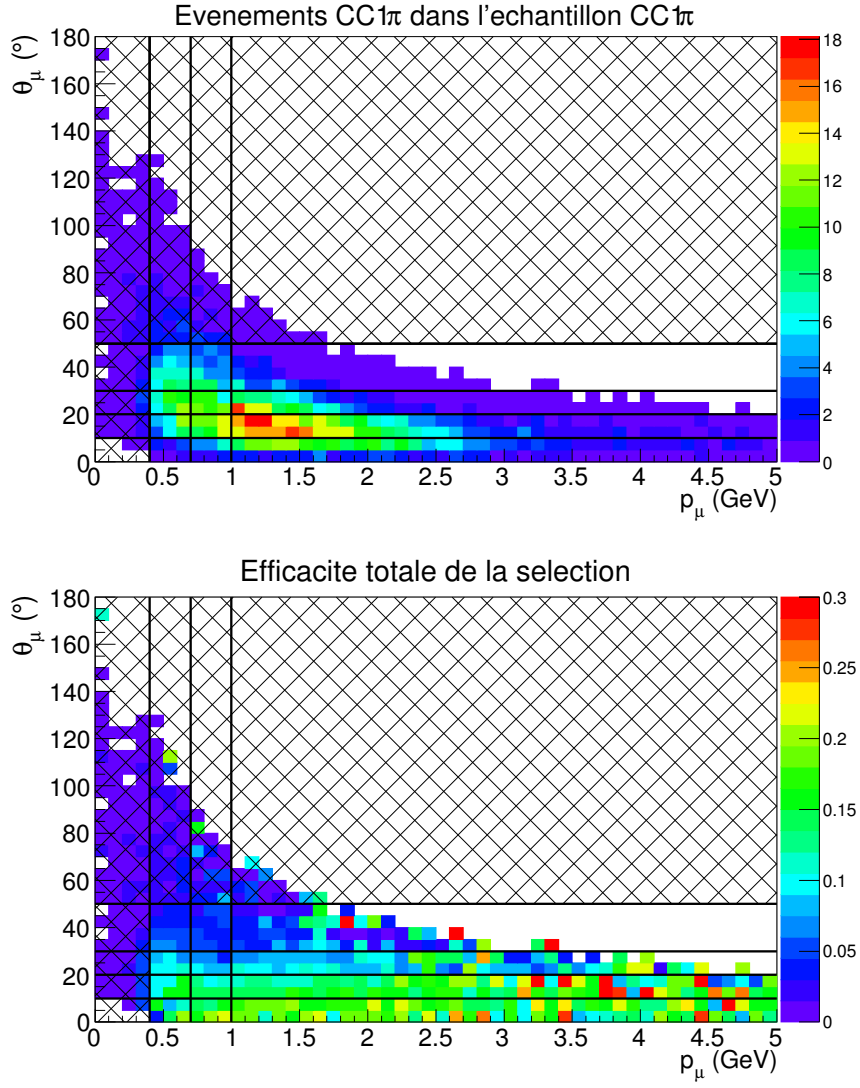


FIGURE 5.4 – Distribution des évènements $CC1\pi$ sélectionnés et efficacité de la sélection en fonction de (θ_μ, p_μ) pour le Proton Module (simulation). La zone hachurée représente la région de l'espace des phases difficilement accessible à nos détecteurs.

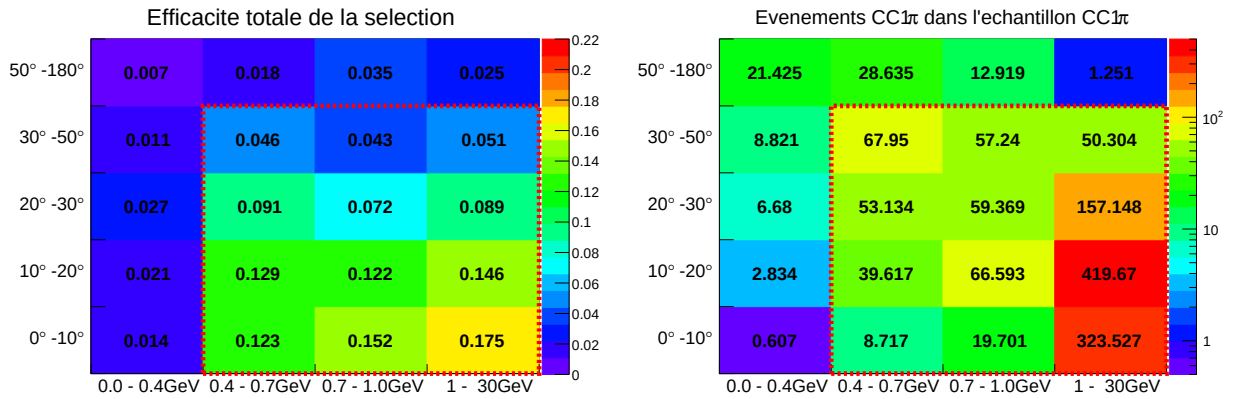


FIGURE 5.5 – Valeur de l'efficacité de sélection et de la prédiction du nombre d'évènements (simulation) dans chacun des bins $b \in \mathcal{B}$ pour le Proton Module. Le cadre rouge en pointillé circonscrit la région de l'espace des phases accessible à nos détecteurs.

Restriction de l'espace des phases

Avec le binning ainsi défini, nous pouvons observer sur les Figures 5.3 et 5.5 que l'efficacité de la sélection et le nombre d'événements CC1 π sélectionnés sont très faibles pour $\theta_\mu > 50^\circ$ et $p_\mu < 400$ MeV. Ceci peut s'expliquer à partir de la configuration de nos détecteurs :

1. pour qu'un muon entre dans la topologie *stopping*, il faut qu'il traverse au moins deux plaques de fer dans un module d'INGRID, ce qui élimine naturellement les événements avec un muon de faible impulsion ;
2. les muons à grands angle entrent plus rarement dans les modules d'INGRID derrière les modules cibles, et sont majoritairement de la topologie *side-escaping* (voir Figure 4.7) que nous n'utilisons pas.

Nos détecteurs ne sont donc sensibles qu'à la région de l'espace des phases qui leur est accessible

$$(\theta_\mu, p_\mu) \in [0^\circ, 50^\circ] \times [0.4 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}] \quad (5.10)$$

que l'on appellera espace des phases *réduit*. Dans cette région de l'espace des phases, nous avons 95% (resp. 94%) des événements CC1 π sélectionnés dans le WaterModule (resp. Proton Module).

Pour chacun des 12 bins de l'espace des phases réduit, nous allons calculer la valeur de la section efficace du canal CC1 π . Cependant, lorsque nous donnerons la section efficace totale, nous n'intégrerons pas sur les régions non accessibles à nos détecteurs. En effet, cela pourrait introduire un biais :

- nous nous reposons sur la simulation pour extrapoler du nombre observé $s_t^{\text{CC1}\pi}$ vers le nombre total d'interactions $S_t^{\text{CC1}\pi}$ en corrigeant par l'efficacité ;
- ainsi, si le nombre d'événements $s_t^{\text{CC1}\pi}$ et l'efficacité sont très faible, une différence de quelques événements δs_t entre données et simulation sera amplifié très fortement par la correction $1/e_t$.

Pour ces raisons, nous allons nous concentrer uniquement sur l'espace des phases réduit (5.10) lorsque nous donnerons les résultats finaux de notre mesure et les erreurs associées (Chapitres 6 et 7).

Mentionnons rapidement ici l'espace des variables cinématique réelles (θ_π, p_π) du pion conjointement produit. Nous pouvons identifier la trace du pion mais nous n'avons pas imposé que cette trace soit dans les catégories *stopping* ou *through-going* comme celle du muon, afin de ne pas trop réduire la taille de l'échantillon sélectionné. Ainsi, la détermination de l'impulsion du pion est impossible. Toutefois, la mesure de l'angle du pion θ_π ou de l'angle d'ouverture entre le muon et le pion $\theta_{\mu\pi}$ serait possible. Pour obtenir la mesure de la section efficace différentielle en fonction de l'un de ces angles, il faudrait idéalement définir un binning réel dans l'espace des variables $(\theta_\mu, p_\mu, \theta_\pi)$. Comme le nombre d'événements dans certains bins de l'espace des phases (θ_μ, p_μ) est déjà très faible (voir Figures 5.3 et 5.5), nous n'avons pas voulu subdiviser davantage. Nous nous concentrons donc uniquement sur l'impulsion et l'angle du muon.

5.3 La méthode d'unfolding

Comme nous l'avons dit en introduction, la méthode d'unfolding que nous présentons permet de répondre à deux difficultés qui se présentent lors de l'extraction de la section efficace CC1 π :

1. L'échantillon enrichi en interactions CC1 π que nous avons sélectionné contient des interactions d'autres catégories (bruits de fond).
2. Nous ne possédons pour chaque événement qu'une estimation de son angle et de son impulsion au travers des variables cinématiques reconstruites $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$, nous n'avons pas accès directement à (θ_μ, p_μ) .

Ainsi, l'unfolding a cette double fonction : traiter la contribution des bruits de fond et effectuer la transition de l'espace des variables reconstruites vers l'espace des variables réelles.

La formulation originale de D'AGOSTINI [88] ne donne une réponse satisfaisante qu'au deuxième point. Nous présenterons néanmoins cette formulation simple à partir de laquelle nous dégagerons les concepts fondamentaux de la méthode (Section 5.3.1). Pour améliorer la prise en compte des bruits de fond, et en particulier pour pouvoir utiliser simultanément nos échantillons de contrôle, nous avons modifié cette méthode : nous l'expliquerons dans la Section 5.3.2.

5.3.1 Formulation de D’Agostini

Notations

Nous avons regroupé ici les notations utilisées tout au long de notre étude de l’unfolding ; il n’est pas forcément nécessaire, en première lecture, de s’y attarder.

Binning

- $\mathcal{B}^{\text{rec}}$ désigne le binning *reconstruit* (binning de l’espace des variables cinématiques reconstruites), défini par (4.17) ;
- $\mathcal{B}$ désigne le binning *réel* (binning de l’espace des variables cinématiques réelles), défini par (5.9) ;
- r ou $E_r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}$ est un bin de l’espace des variables reconstruites ;
- t ou $C_t \in \mathcal{B}$ est un bin de l’espace des variables réelles (t comme *true*).

Construction de la matrice d’unfolding

- $L_{rt} \equiv \mathbb{P}(E_r|C_t) \equiv \mathbb{P}((\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}}) \in E_r | (\theta_\mu, p_\mu) \in C_t)$ est la matrice de réponse du détecteur (appelée *likelihood matrix* dans [88], ou encore *smearing matrix*) ;
 - ▷ L_{MC} désigne la matrice de réponse obtenue à partir de la simulation ;
 - ▷ L_{d} désigne la vraie matrice de réponse qui a produit les données (inconnue) ;
- $U_{tr} \equiv \mathbb{P}(C_t|E_r) \equiv \mathbb{P}((\theta_\mu, p_\mu) \in C_t | (\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}}) \in E_r)$ est la matrice d’unfolding ;
 - ▷ U_{tr}^n désigne la matrice d’unfolding correspondant à la n -ième itération.

Distributions d’évènements

- $\{s_r^{\text{CC1}\pi}\}$, $\{s_r\}$ ou $\{s_r^{\text{d}}\}$ désigne une distribution d’évènements CC1 π (signal) par rapport au binning reconstruit $\mathcal{B}^{\text{rec}}$, c’est-à-dire un nombre d’évènements dans chacun des bins $r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}$;
- $\{\bar{s}_t\}$ ou $\{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ désigne la vraie distribution d’évènements CC1 π (signal) par rapport au binning réel $\mathcal{B}$, c’est-à-dire le nombre attendu d’évènements dans chacun des bins $t \in \mathcal{B}$ (inconnue) ;
- $\{s_t^{\text{CC1}\pi}\}$ ou $\{s_t\}$ désigne une distribution d’évènements CC1 π (signal) par rapport au binning réel $\mathcal{B}$, obtenue après application de l’unfolding ;
 - ▷ $\{s_t^n\}$ désigne une distribution obtenue après n itérations de l’unfolding ;
 - ▷ $\{s_t^\infty\}$ désigne la distribution obtenue après un nombre infini d’itérations de l’unfolding (distribution limite) ;
- $\{N_r^{1\pi}\}$, $\{N_r^{0\pi}\}$ et $\{N_r^{\text{Div}}\}$ désignent respectivement la distribution des évènements (signal et bruits de fond) dans l’échantillon sélectionné et les échantillons de contrôle CC0 π et Divers CC.

Mesures de convergence

- $\text{Cov}(n)$ désigne une matrice de covariance (statistique et/ou systématique) après n itérations ;
- $\chi_{\text{biais}}^2(n)$ est une mesure du biais résiduel entre la distribution $\{s_t^n\}$ après n itérations de l’unfolding et la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$ – voir (5.15) ;
- $\chi_{\text{prior}}^2(n)$ est une mesure de l’impact du prior initial, obtenue en comparant les distributions obtenues après n itérations de l’unfolding en partant de deux priors différents – voir (5.17) ;
- $\chi_{\text{cov}}^2(n)$ est une généralisation de $\chi_{\text{biais}}^2(n)$ qui utilise une matrice de covariance (statistique et/ou systématique) pour tenir compte des migrations d’un bin vers un autre – voir (5.32) ;
- $\chi_{\text{model}}^2(n)$ est une généralisation de $\chi_{\text{prior}}^2(n)$ qui mesure l’impact du choix d’un modèle (matrice de réponse et prior) sur la convergence de l’unfolding en comparant la distribution obtenue après n itérations d’un unfolding construit à partir de NEUT avec celle obtenue après n itérations d’un unfolding construit à partir de GENIE – voir (5.52) ;
- $\chi_{\text{data}}^2(n)$ est une mesure de la différence entre la distribution $\{s_t^n\}$ après n itérations et la distribution limite $\{s_t^\infty\}$, par rapport à l’erreur totale (statistique et systématique) – voir (5.47).

Le principe de l'unfolding

La méthode d'unfolding a initialement pour objectif de permettre la transition entre la distribution $\{s_r^{\text{CC1}\pi}\}$ des interactions CC1 π sélectionnées au Chapitre 4, classées en fonction de leur valeurs de $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$, et la distribution $\{s_t^{\text{CC1}\pi}\}$ des interactions CC1 π dans l'espace des variables réelles, classées en fonction de leurs valeurs de (θ_μ, p_μ) , dont nous extrayons la section efficace différentielle.

Pour chaque évènement nous pouvons identifier une *cause* (l'impulsion et l'angle réel du muon) caractérisée par un bin réel C_t , qui va induire dans nos détecteurs un *effet* (la longueur en équivalent fer et l'angle reconstruit), caractérisé par un bin reconstruit E_r . En observant l'effet, nous voulons déduire la cause : pour cela nous cherchons à évaluer la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(C_t|E_r)$ qui forme la *matrice d'unfolding* (U_{tr}). En appliquant la formule de Bayes nous avons

$$U_{tr} = \mathbb{P}(C_t|E_r) = \frac{\mathbb{P}(E_r|C_t) \mathbb{P}(C_t)}{\mathbb{P}(E_r)} = \frac{\mathbb{P}(E_r|C_t) \mathbb{P}(C_t)}{\sum_t \mathbb{P}(E_r|C_t) \mathbb{P}(C_t)}. \quad (5.11)$$

La matrice d'unfolding (U_{tr}) est ainsi construite à partir de deux quantités :

1. la probabilité $\mathbb{P}(E_r|C_t)$ qui forme la *matrice de réponse* du détecteur (L_{rt}) : sachant une cause C_t (l'impulsion et l'angle réel du muon), quel effet E_r (la longueur en équivalent fer et l'angle reconstruit) pouvons-nous attendre pour cet évènement et avec quelle probabilité ? Cette matrice de réponse, indépendante des modèles d'interactions, encode la propagation des particules dans le détecteur ;
2. la probabilité $\mathbb{P}(C_t)$, appelée *prior*, exprime notre connaissance *a priori* de la distribution des causes. Ce n'est qu'une supposition qui pourra s'avérer plus ou moins exacte² ; nous verrons plus loin comment une méthode itérative permet de réduire l'impact du choix de ce prior sur le résultat final.

Comme nous allons le montrer, la matrice de réponse du détecteurs L occupe un rôle central dans le comportement de l'unfolding. C'est pour cette raison que nous construisons un unfolding pour les données du WaterModule et un autre pour les données du Proton Module.

La distribution des évènements $\{s_t^{\text{CC1}\pi}\}$ dans l'espace des phases réel se déduit ensuite de la relation $\mathbb{P}(C_t) = \sum_r \mathbb{P}(C_t|E_r) \mathbb{P}(E_r)$ selon

$$\forall t, s_t^{\text{CC1}\pi} = \sum_r U_{tr} s_r^{\text{CC1}\pi}. \quad (5.12)$$

Cette distribution ainsi obtenue est appelée *posterior* puisqu'elle exprime notre connaissance *a posteriori* de la distribution des causes (l'impulsion et l'angle réel du muon), une fois pris en compte l'information fournie par la matrice de réponse du détecteur. Notons bien que cette méthode statistique ne donne pas, évènement par évènement, la correspondance $(\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}}) \mapsto (\theta_\mu, p_\mu)$; elle ne traite que le nombre d'évènements dans chaque bin :

$$\{s_r^{\text{CC1}\pi}\}_{r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}} \mapsto \{s_t^{\text{CC1}\pi}\}_{t \in \mathcal{B}}. \quad (5.13)$$

La question qui se pose naturellement maintenant est la suivante : la distribution $\{s_t\}$ obtenue par l'application de cette méthode d'unfolding correspond-elle à la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$? Si nous avons choisi le bon prior³ pour inverser les probabilités conditionnelles, alors la réponse est oui ; dans le cas contraire, la distribution $\{s_t\}$ que nous avons déduite de (5.11-5.12) sera biaisée par le choix de ce prior. C'est pour cela que nous utilisons une méthode itérative.

Unfolding itératif

Reprenons le cas précédent où le prior ne correspond pas à la vraie distribution. Dans ce cas, la distribution $\{s_t\}$ (posterior) obtenue par l'application de l'unfolding (5.12) est une combinaison de la distribution reconstruite $\{s_r\}$ et du prior que nous notons ici $\mathbb{P}^0(C_t)$. Bien que toujours différent de la vraie distribution, le posterior reflète déjà dans une certaine mesure la distribution réelle des évènements CC1 π puisqu'il est construit à partir de la distribution $\{s_r\}$ des données sélectionnées. Il forme donc une distribution d'évènements que l'on pourrait qualifier de *moins inexacte* ou *moins biaisée* que le prior initial utilisé pour construire la matrice d'unfolding. L'idée est alors de l'utiliser comme nouveau prior

2. Bien entendu, si $\mathbb{P}(C_t)$ était parfaitement connu, nous n'aurions plus besoin de faire de mesure ! Nous connaîtrions déjà la distribution des évènements par rapport aux variables cinématiques réelles.

3. C'est-à-dire le prior construit à partir de la vraie distribution : $\forall t \mathbb{P}(C_t) = \bar{s}_t / \sum_{t'} \bar{s}_{t'}$.

et d'appliquer l'unfolding à nouveau.

Ceci nous permet de définir une méthode itérative, illustrée par la Figure 5.6, de la façon suivante (n désigne le nombre d'itérations) :

1. construire la matrice d'unfolding U_{tr}^n à partir de la matrice de réponse et d'un prior $\mathbb{P}^n(C_t)$ selon (5.11) ;
2. appliquer l'unfolding sur la distribution reconstruite $\{s_r\}$ des données pour obtenir le posterior

$$s_t^{n+1} = \sum_r U_{tr}^n s_r ; \quad (5.14)$$

3. normaliser le posterior pour obtenir un nouveau prior $\mathbb{P}^{n+1}(C_t) = s_t^{n+1} / \sum_t s_t^{n+1}$;
4. reprendre au point 1. jusqu'à atteindre un nombre d'itérations satisfaisant (le moyen de choisir le nombre d'itérations sera présenté dans la Section 5.4).

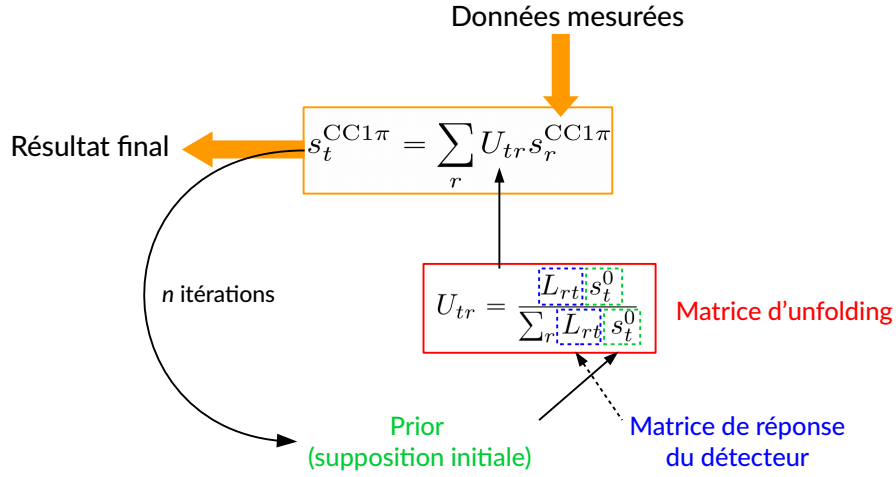


FIGURE 5.6 – Illustration de l'algorithme de l'unfolding itératif décrit dans [88].

Par ce processus, nous construisons une suite de distributions $\{s_t^n\}$ dont la limite est notée $\{s_t^\infty\}$: c'est le point de convergence de l'algorithme. Ce point de convergence correspond-il à la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$? Nous proposons deux réponses à cette question, l'une graphique et l'autre plus formelle.

Preuve graphique Pour tester les performances de l'algorithme d'unfolding, nous avons utilisé des jeux de pseudo-données (FD, *fake data* en anglais) : ce sont des distributions d'événements $\{s_r\}$ produits par simulation pour lesquelles nous connaissons donc la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$, au contraire des données collectées par les détecteurs cibles. Ces pseudo-données sont définies dans la Section 5.4.2.

La Figure 5.7 étudie la convergence de l'unfolding à l'aide de l'un de ces jeux de pseudo-données. Pour mesurer la convergence, nous définissons

$$\forall n > 0, \quad \chi_{\text{biais}}^2(n) = \sum_{t \in \mathcal{B}} \left(\frac{s_t^n - \bar{s}_t}{\sqrt{\bar{s}_t}} \right)^2 \quad (5.15)$$

qui évalue le biais résiduel après n itérations. Nous voyons sur cette figure que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \chi_{\text{biais}}^2(n) = 0 \quad (5.16)$$

c'est-à-dire que la convergence de l'unfolding itératif est parfaite : $\{s_t^\infty\} = \{\bar{s}_t\}$. La décroissance monotone de $\chi_{\text{biais}}^2(n)$ confirme également ce que nous avons dit plus haut : pour chaque itération, le posterior forme une distribution moins biaisée que le prior (construit à partir du posterior de l'itération précédente).

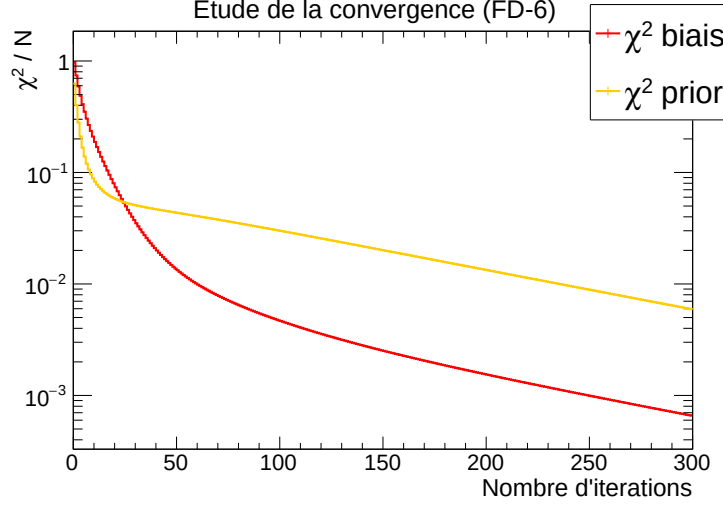


FIGURE 5.7 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir d’un jeu de pseudo-données (FD-6) : χ^2_{biais}/N et χ^2_{prior}/N sont représentés en fonction du nombre d’itérations n ; N désigne le nombre de bins réels t .

Pour étudier l’impact du prior choisi initialement nous avons également comparé les distributions obtenues en utilisant deux priors différents : le prior prédit par notre simulation NEUT et celui prédit par une autre simulation (GENIE [89]). Nous définissons ainsi

$$\forall n > 0, \chi^2_{\text{prior}}(n) = \sum_{t \in \mathcal{B}} \frac{\left(s_t^{N,n} - s_t^{G,n}\right)^2}{\sqrt{s_t^{N,n} s_t^{G,n}}} \quad (5.17)$$

où $s_t^{N,n}$ et $s_t^{G,n}$ sont les distributions obtenues après n itérations de l’unfolding, avec comme prior respectivement la simulation NEUT et la simulation GENIE. Nous voyons que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \chi^2_{\text{prior}}(n) = 0 \quad (5.18)$$

ce qui nous indique que le point de convergence ne dépend pas du choix du prior. La décroissance monotone de $\chi^2_{\text{prior}}(n)$ nous assure également que plus le nombre d’itérations est élevé, plus l’impact du prior se réduit.

Preuve formelle La deuxième réponse est plus formelle et repose sur la description mathématique de l’unfolding proposée par M. KUUSELA [90,91]. Cette description statistique va bien au-delà du cadre de cette thèse, aussi ne ferons nous qu’évoquer l’argument utilisé.

Par définition, la matrice de réponse du détecteur $L_{rt} = \mathbb{P}(E_r|C_t)$ permet d’obtenir la distribution des évènements par rapport aux variables reconstruites $\{s_r\}$ en fonction de la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$

$$\forall r, s_r = \sum_t L_{rt} \bar{s}_t. \quad (5.19)$$

Toutes les méthodes d’unfolding en général cherchent à retrouver la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$ à partir des observations $\{s_r\}$, c’est-à-dire résoudre l’équation (5.19) d’inconnue $\{\bar{s}_t\}$.

Si l’on suppose que L est une matrice carrée inversible telle que $\forall t, \sum_r (L^{-1})_{tr} s_r \geq 0$, alors nous pouvons obtenir directement [91]

$$\forall t, \bar{s}_t = \sum_r (L^{-1})_{tr} s_r. \quad (5.20)$$

Ces conditions sont rarement remplies, et ce n’est pas le cas en particulier pour notre analyse. Bien souvent, il n’existe pas d’expression analytique directe pour $\{\bar{s}_t\}$. Cependant, M. KUUSELA montre dans ses travaux que la distribution limite de l’algorithme d’unfolding $\{s_t^\infty\}$ fournit la solution au problème

pour toute matrice L (voir [90], Section 4.1⁴) :

$$\forall t, s_t^\infty \equiv \lim_{n \rightarrow +\infty} s_t^n = \bar{s}_t \quad (5.21)$$

ce que l'on peut traduire, au moins dans certains cas, comme

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U^n = L^{-1}. \quad (5.22)$$

Résumons ce que nous avons conclu dans cette section. Nous avons construit la matrice d'unfolding à partir d'un prior et de la matrice de réponse du détecteur cible

$$U_{tr} = \frac{L_{rt} s_t^0}{\sum_t L_{rt} s_t^0}. \quad (5.23)$$

Nous pouvons expliciter maintenant un peu plus leur rôle :

1. la matrice de réponse L détermine à elle seule le point de convergence de l'unfolding itératif, *i.e.* la distribution limite $\{s_t^\infty\}$, selon⁵ (5.22) ;
2. le prior n'est autre que la condition initiale $\{s_t^0\}$ de l'algorithme. Le choix du prior détermine la vitesse de convergence : plus le prior est différent de $\{\bar{s}_t\}$, plus il faudra d'itérations pour converger. Dans notre analyse, nous allons choisir la prédiction de notre simulation NEUT comme prior.

Action générale de l'unfolding itératif sur des données

Nous avons jusqu'à présent traité d'un cas idéal où la matrice de réponse L à l'origine de la distribution reconstruite $\{s_r\}$ était parfaitement connue et reproduite par notre simulation. De manière générale, le problème de l'unfolding se pose de la manière suivante (voir Figure 5.8) :

1. Nous observons les données $\{s_r^d\}$ produites à partir d'une vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$ inconnue par une matrice de réponse L_d

$$\forall r, s_r^d = \sum_t (L_d)_{rt} \bar{s}_t. \quad (5.24)$$

2. Nous appliquons plusieurs itérations de l'algorithme d'unfolding, en construisant à chaque itération la matrice d'unfolding à partir de la matrice de réponse L_{MC} donnée par notre simulation

$$U_{tr}^n = \frac{(L_{MC})_{rt} s_t^n}{\sum_t (L_{MC})_{rt} s_t^n}. \quad (5.25)$$

Nous pouvons identifier ainsi $\lim_{n \rightarrow +\infty} U^n = L_{MC}^{-1}$.

Ainsi, la distribution limite $\{s_t^\infty\}$ peut être obtenue comme

$$\begin{aligned} \forall t, s_t^\infty &\equiv \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_r U_{tr}^n s_r^d = \sum_r (L_{MC}^{-1})_{tr} s_r^d = \sum_{r,t'} (L_{MC}^{-1})_{tr} (L_d)_{rt'} \bar{s}_{t'} \\ &= \sum_{t'} (L_{MC}^{-1} \cdot L_d)_{tt'} \bar{s}_{t'} \end{aligned} \quad (5.26)$$

c'est-à-dire

$$\forall t, s_t^\infty = \bar{s}_t \iff L_d = L_{MC}. \quad (5.27)$$

4. La méthode de *maximum likelihood estimation* (MLE) permet d'obtenir la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$. Comme il n'existe généralement pas d'expression analytique pour la vraie distribution, un algorithme itératif d'*expectation-maximization* (EM) est utilisé. La distribution limite de l'algorithme EM correspond à la vraie distribution. Comme cet algorithme se trouve être rigoureusement équivalent à l'unfolding itératif de D'AGOSTINI, cela nous permet de conclure.

5. Cette égalité n'est rigoureusement valable que sous certaines conditions sur L . Cependant, la preuve graphique effectuée avec les conditions de notre analyse nous a montré que le choix du prior n'avait aucun impact sur le point de convergence. Ce dernier est donc uniquement déterminé par la matrice de réponse. Lorsque nous utiliserons (5.22) dans un cas général, il faudra comprendre

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U^n$ ne dépend que de L .

Néanmoins, nous utiliserons l'expression simple (5.22) qui permet d'être plus explicite sur certains concepts.

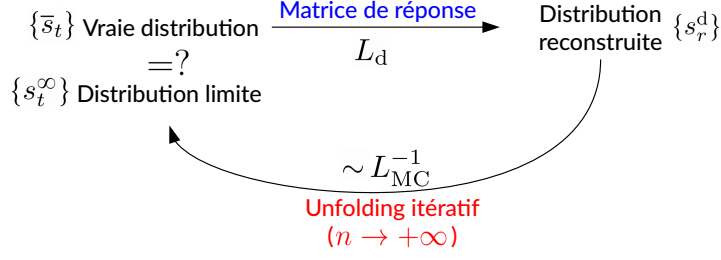


FIGURE 5.8 – Action générale de l’unfolding sur des données : nous cherchons à savoir si $\{\bar{s}_t\} = \{s_t^\infty\}$. La vraie matrice de réponse L_d peut ne pas correspondre à celle obtenue par la simulation L_{MC} .

Dans le cas où les deux matrices de réponses L_d et L_{MC} , l’une produisant les vraies données et l’autre obtenue par la simulation, sont différentes, l’unfolding ne permet plus de retrouver la vraie distribution.

Pouvons-nous dire que $L_d = L_{MC}$? Bien entendu, notre simulation a pour objectif de reproduire le plus fidèlement le comportement réel des détecteurs. De plus, la matrice de réponse L_{rt} encode simplement la façon dont les particules se propagent dans le détecteur (transitions $(\theta_\mu, p_\mu) \mapsto (\theta_\mu^{\text{rec}}, d_\mu^{\text{rec}})$), elle ne dépend donc pas (ou très peu) des modèles d’interactions qui définissent la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$. La principale cause de différence entre L_d et L_{MC} vient des fluctuations statistiques. Une fluctuation statistique modifie la distribution reconstruite de la manière suivante :

$$\forall r, s_r \rightarrow s'_r = s_r + \delta s_r. \quad (5.28)$$

La physique sous-jacente, caractérisée par la vraie distribution $\{\bar{s}_t\}$, reste cependant la même. Ainsi la matrice de réponse $L_{rt} = \mathbb{P}(E_r|C_t)$ se trouve être également modifiée $L_{rt} \rightarrow L'_{rt}$.

Considérons donc le cas où $L_d \neq L_{MC}$. L’algorithme d’unfolding (construit à partir L_{MC}) considère par construction que sa matrice de réponse L_{MC} est correcte. Pour avoir une convergence parfaite, il faudrait l’appliquer sur la distribution nominale $s_r = \sum_t (L_{MC})_{rt} \bar{s}_t$. Lorsque nous observons la distribution des données $\{s_r^d\}$

$$\forall r, s_r^d = \sum_t (L_d)_{rt} \bar{s}_t \quad (5.29)$$

l’algorithme cherche en fait à résoudre

$$\forall r, s_r^d = \sum_t (L_{MC})_{rt} \bar{s}_t^d. \quad (5.30)$$

Toute différence avec la distribution nominale est traitée comme si elle provenait d’un vraie distribution différente $\{\bar{s}_t^d\}$. L’algorithme traite une fluctuation statistique comme si elle était une trace d’un modèle physique nouveau ! Ainsi, l’algorithme converge vers cette nouvelle distribution $\{\bar{s}_t^d\}$:

$$\forall t, s_t^\infty \equiv \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_r U_{tr}^n s_r^d = \bar{s}_t^d \neq \bar{s}_t. \quad (5.31)$$

La Figure 5.9 montre l’effet de cette fluctuation statistique sur la convergence de l’unfolding à partir d’un jeu de pseudo-données. La différence entre $\{\bar{s}_t^d\}$ et $\{\bar{s}_t\}$ se manifeste comme la migration d’évènements d’un bin vers un autre. Pour cette raison, pour étudier la convergence de l’unfolding, nous utilisons

$$\forall n > 0, \chi_{\text{cov}}^2(n) = \sum_{t, t' \in \mathcal{B}} (s_t^n - \bar{s}_t) (\text{Cov}(n)^{-1})_{tt'} (s_{t'}^n - \bar{s}_{t'}) \quad (5.32)$$

qui fait intervenir la matrice de covariance statistique $\text{Cov}(n)$. Cette matrice décrit le comportement moyen des fluctuations statistiques après n itérations de l’algorithme, et encode les migrations d’un bin vers un autre.

Sur cet exemple, nous voyons que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \chi_{\text{cov}}^2(n) = \ell > 0 \quad (5.33)$$

ce qui signifie que la convergence n’est pas parfaite : $s_t^\infty \neq \bar{s}_t$. C’est le comportement prévu par (5.31). Nous voyons également, comme sur la Figure 5.7, que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \chi_{\text{prior}}^2(n) = 0. \quad (5.34)$$

Cela confirme que le choix du prior n'a pas d'impact sur le point de convergence final, cela dépend uniquement de la matrice de réponse L_{MC} .

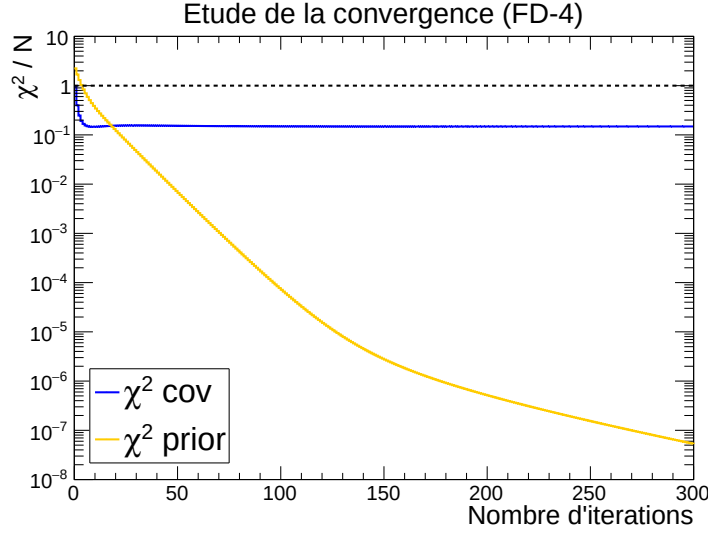


FIGURE 5.9 – Etude de la convergence de l'algorithme à partir d'un jeu de pseudo-données représentant une fluctuation statistique (FD-4) : χ^2_{cov}/N et χ^2_{prior}/N sont représentés en fonction du nombre d'itérations n ; N désigne le nombre de bins réels t .

La Figure 5.10 montre un exemple de l'évolution de l'incertitude statistique en fonction du nombre d'itérations. Nous voyons que la propagation des fluctuations statistiques dans l'unfolding itératif résulte en une augmentation de l'incertitude statistique. Cette erreur est en fait artificiellement augmentée par le fonctionnement de l'unfolding qui, par construction, considère chaque fluctuation statistique $\{s_r^d\}$ comme la trace d'un modèle physique nouveau $\{\bar{s}_t^d\}$. Les fluctuations sont indépendantes d'un bin r à un autre ; ainsi, nous pourrions trouver tantôt un excès d'événements, tantôt un déficit, sans aucune corrélation d'un bin à un autre. Le modèle physique qui pourrait être responsable de telles variations ne respecterait pas les propriétés de continuité ou de régularité usuelles. C'est pourquoi nous nous attendons à ce que le résultat $\{\bar{s}_t^d\}$ soit très éloigné de la vraie distribution correcte $\{s_t\}$ et qu'ainsi l'erreur statistique, une fois la convergence atteinte, soit plus importante qu'au départ.

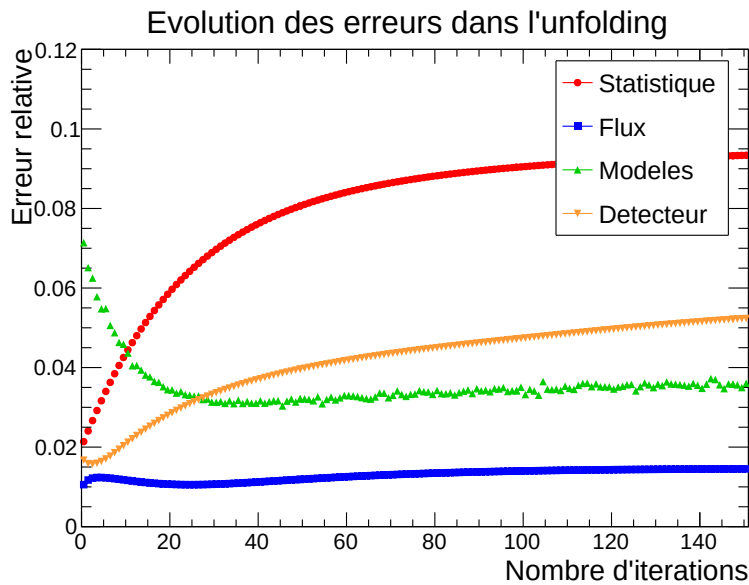


FIGURE 5.10 – Exemple d'évolution des erreurs statistiques et systématiques (flux de neutrinos, modèles d'interaction et réponse du détecteur) sur le nombre total d'événements dans l'espace des phases réduit, en fonction du nombre d'itérations.

Ouvrons brièvement ici une parenthèse à propos des incertitudes systématiques présentées également sur la Figure 5.10. Ces incertitudes mesurent l'impact d'un changement de la matrice de réponse L_{MC} et du prior $\{s_t^0\}$ sur la convergence de l'unfolding itératif; plus l'erreur est importante, plus la convergence est modifiée. La détermination de ces erreurs est détaillée au Chapitre 6; mentionnons simplement ici que d'une part, l'incertitude sur la réponse du détecteur modifie principalement la matrice de réponse L_{MC} et que d'autre part, l'incertitude sur les modèles d'interaction modifie principalement le prior $\{s_t^0\}$. La Figure 5.10 illustre que :

- la dépendance au modèle initialement choisi (prior) diminue rapidement avec le nombre d'itérations (l'erreur résiduelle provient des petites modifications sur L_{MC});
- lorsque la matrice de réponse L_{MC} (ou L_d dans le cas des fluctuations statistiques) est modifiée, la convergence de l'algorithme est profondément altérée (rappelons la relation (5.27) qui établit que la convergence est parfaite si et seulement si $L_d = L_{MC}$).

En résumé, nous avons montré que les fluctuations statistiques qui sont naturellement présentes dans la distribution d'évènements $\{s_r^d\}$ que nous observons rendent impossible une convergence parfaite de l'unfolding itératif. De plus, la propagation de ces fluctuations statistiques dans l'unfolding entraîne une augmentation artificielle de l'incertitude statistique. Nous devons ainsi choisir, pour présenter notre résultat, entre

1. une convergence qui ne soit pas biaisée par le choix du prior, mais davantage sensible aux fluctuations statistiques ($n \gg 1$);
2. une convergence partielle, qui garde en mémoire le choix du prior, mais qui souffre moins des fluctuations statistiques (quelques itérations seulement).

Le critère de convergence établi dans la Section 5.4 va nous permettre de choisir le nombre d'itérations de telle sorte à assurer une convergence suffisante tout en contrôlant l'impact des fluctuations statistiques.

Avantages et inconvénients de la méthode

Pour conclure cette présentation de l'unfolding itératif tel que décrit par D'AGOSTINI [88], mentionnons les avantages et les inconvénients de cette méthode.

Avantages L'avantage majeur de cet unfolding est de fournir une distribution $\{s_t^{CC1\pi}\}$ en fonction des variables cinématiques réelles *observables* (θ_μ, p_μ) qui soit indépendante de tout modèle d'interaction. Cela est d'autant plus vrai que le nombre d'itérations est important (ce qui réduit l'impact du choix du prior). Ainsi, un résultat indépendant de tout modèle pourra être utilisé plus durablement; même si les modèles actuels s'avéraient un jour caducs, notre résultat serait toujours exploitable. En effet :

- il n'existe pas de modèle théorique exact, en particulier quant aux effets nucléaires (voir Section 1.4). Pour cette raison nous voulons éviter, par exemple, de produire un résultat en fonction de l'énergie du neutrino E_ν dont la distribution, déduite de celle de (θ_μ, p_μ) , dépendrait du modèle utilisé pour cela;
- nous pourrions imaginer effectuer un ajustement entre les paramètres libres des interactions résonantes (M_A^{RES} par exemple) et notre résultat. Une fois encore, cet ajustement n'aurait de sens que dans le cadre du formalisme des facteurs de forme de GRACZYK et SOBCZYK (1.258). Si cette description devait être abandonnée, notre résultat perdrait de sa portée.

Inconvénients A ce stade, nous pouvons relever cependant deux inconvénients principaux.

1. L'un des points faibles de l'unfolding est l'obtention de la distribution des évènements $\{s_r^{CC1\pi}\}$ en fonction des variables cinématiques reconstruites. Dans l'échantillon enrichi se trouvent également des bruits de fond dont il nous faut tenir compte. Dans la formulation originale [88], la prédiction du bruit de fond par la simulation B_r^{MC} est simplement soustraite au nombre total d'évènements N_r^{data} obtenu en analysant les données selon

$$s_r^{CC1\pi} = N_r^{data} - B_r^{MC}. \quad (5.35)$$

Cette méthode revient à faire complètement confiance à la simulation en ce qui concerne les bruits de fonds. Cela ne nous satisfait pas, pour deux raisons :

- d'une part, la pureté de notre échantillon n'est pas parfaite (environ 50%) ce qui signifie que toute erreur de modélisation des bruits de fond aura un fort impact sur la distribution $\{s_r^{\text{CC}1\pi}\}$. Cette méthode produit donc de larges erreurs systématiques ;
- d'autre part, nous avons vu au Chapitre 4 que l'accord entre données et simulation n'était pas parfait, en particulier pour les événements à deux traces dans le Proton Module. Il ne paraît donc pas raisonnable d'utiliser la prédiction de la simulation pour le bruit de fond et c'est d'ailleurs précisément pour cette raison que nous avons construit des échantillons de contrôle à partir des données.

Nous détaillerons dans la Section 5.3.2 comment modifier la formulation (5.12) pour utiliser ces échantillons de contrôle.

2. Une autre difficulté vient de la nécessité de choisir un nombre d'itérations n pour stopper l'unfolding itératif, sous peine d'être très sensible aux fluctuations statistiques. Il faut cependant choisir n avec précautions pour ne pas introduire de biais supplémentaire. C'est ce que nous tâcherons de faire dans la Section 5.4.

5.3.2 Formulation alternative et échantillons de contrôle

La formulation de D'AGOSTINI permet de relier les distributions reconstruites et réelles du signal seulement (événements $\text{CC}1\pi$) :

$$\{s_r^{\text{CC}1\pi}\}_{r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}} \mapsto \{s_t^{\text{CC}1\pi}\}_{t \in \mathcal{B}}. \quad (5.36)$$

Nous allons ici construire une matrice d'unfolding qui nous permettent de relier, d'une part l'échantillon sélectionné $\text{CC}1\pi$ et les échantillons de contrôle $\text{CC}0\pi$ et Divers CC , et d'autre part la distribution réelle des événements de ces trois canaux, comme illustré sur la Figure 5.11 :

$$\{N_r^{\text{CC}1\pi}, N_r^{\text{CC}0\pi}, N_r^{\text{Div.CC}}\}_{r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}} \mapsto \{s_t^{\text{CC}1\pi}, s_t^{\text{CC}0\pi}, s_t^{\text{Div.CC}}\}_{t \in \mathcal{B}}. \quad (5.37)$$

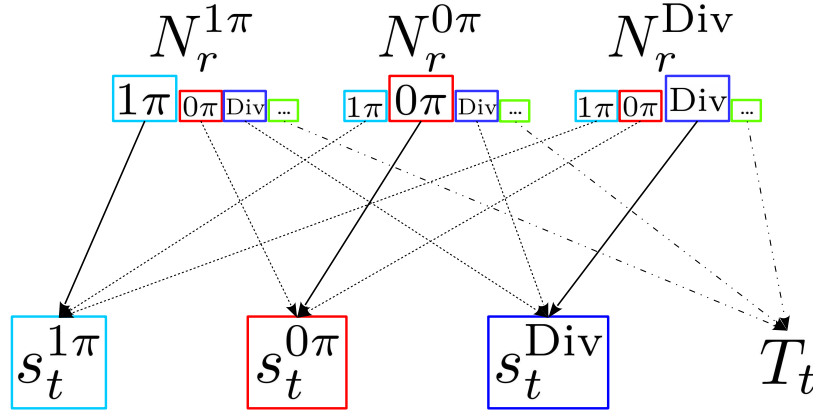


FIGURE 5.11 – Unfolding simultané de l'échantillon principal et des échantillons de contrôle. La catégorie T (*trash*) regroupe toutes les autres interactions (NC, Wall, INGRID, $\nu_\mu + \nu_e$) présentes en petit nombre dans les échantillons sélectionnés.

Tous les échantillons sont traités en même temps par l'unfolding, c'est pourquoi nous parlons d'unfolding simultané de l'échantillon principal et des échantillons de contrôle, ou simplement *unfolding simultané* (*simultaneous unfolding* en anglais). Pour tenir compte de tous ces échantillons, nous devons redéfinir les objets nécessaires à la construction de la matrice d'unfolding. Dans une notation matricielle par blocs, nous pouvons définir

$$(\mathbf{N}_r) = \begin{pmatrix} N_r^{1\pi} \\ N_r^{0\pi} \\ N_r^{\text{Div}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad (\mathbf{s}_t) = \begin{pmatrix} s_t^{1\pi} \\ s_t^{0\pi} \\ s_t^{\text{Div}} \\ T_t \end{pmatrix}. \quad (5.38)$$

La catégorie T (*trash*) regroupe toutes les autres interactions présentes dans les échantillons sélectionnés (NC, Wall, INGRID, $\nu_\mu + \nu_e$). Les distributions $\{N_r^{1\pi}\}$, $\{N_r^{0\pi}\}$ et $\{N_r^{\text{Div}}\}$ sont chacune définies à partir du même binning $\mathcal{B}^{\text{rec}}$ donc la dimension du vecteur $(\mathbf{N}_r)$ est $3 \times |\mathcal{B}^{\text{rec}}|$.

Le choix du binning dans l'espace des phases réel permet d'adapter le niveau d'information que nous utilisons :

- pour les interactions CC0 π : dans notre modèle, la distribution $\{s_t^{0\pi}\}$ en fonction de (θ_μ, p_μ) peut varier en fonction de M_A^{QE} , par exemple. Grâce à notre échantillon de contrôle nous voulons être sensibles aux éventuelles différences entre données et simulation dans chaque région de l'espace des phases réel. Pour cette raison, nous utilisons plusieurs bins pour les décrire la distribution $\{s_t^{0\pi}\}$ (pour des raisons pratiques⁶ nous avons choisi le même binning $\mathcal{B}$ que pour $\{s_t^{1\pi}\}$, mais rien n'impose cela) ;
- pour les interactions Divers CC : un contrôle du nombre total de ces interactions fourni déjà une information précieuse ; nous avons ainsi utilisé un unique bin regroupant toutes les interactions $\{s_t^{\text{Div}}\}$;
- enfin, l'ajout de la catégorie T permet simplement de conserver le même nombre d'évènements $\sum_r \mathbf{N}_r = \sum_t \mathbf{s}_t$. Elle contient tous les autres bruits de fond pour lesquels aucun échantillon de contrôle n'a été construit. Il n'est pas utile de subdiviser cette catégorie en plusieurs bins.

Avec le choix de binning ci-dessus, le vecteur $(\mathbf{s}_t)$ est de dimension $2 \times |\mathcal{B}| + 2$.

La matrice de réponse généralisée $\mathbf{L}$ du détecteur encode désormais toutes les transitions possibles entre l'espace des variables cinématiques réelles et l'espace des variables cinématiques reconstruites, pour tous les types d'interactions. Comme précédemment, nous pouvons définir $\mathbf{L}$ selon

$$\mathbf{L} \equiv \mathbb{P}(E_r | C_t) = \begin{pmatrix} \mathbb{P}(N_r^{1\pi} | s_t^{1\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{1\pi} | s_t^{0\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{1\pi} | s_t^{\text{Div}}) & \mathbb{P}(N_r^{1\pi} | T_t) \\ \mathbb{P}(N_r^{0\pi} | s_t^{1\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{0\pi} | s_t^{0\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{0\pi} | s_t^{\text{Div}}) & \mathbb{P}(N_r^{0\pi} | T_t) \\ \mathbb{P}(N_r^{\text{Div}} | s_t^{1\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{\text{Div}} | s_t^{0\pi}) & \mathbb{P}(N_r^{\text{Div}} | s_t^{\text{Div}}) & \mathbb{P}(N_r^{\text{Div}} | T_t) \end{pmatrix}. \quad (5.39)$$

Nous construisons ensuite le prior, condition initiale de l'unfolding itératif, à partir de la distribution d'évènements $\{s_t^0\}$ que nous donne notre simulation NEUT : $\forall t, \mathbb{P}^0(C_t) = \mathbf{s}_t^0 / \sum_{t'} \mathbf{s}_{t'}^0$.

Une fois que nous avons la matrice de réponse généralisée et le prior, nous pouvons construire la matrice d'unfolding $\mathbf{U}$ et mettre en place l'unfolding itératif de la même manière qu'avec le formalisme de D'AGOSTINI : la distribution $\mathbf{s}_t$ est obtenue selon $\mathbf{s}_t = \mathbf{U} \cdot \mathbf{N}_r$.

Que se passe-t-il si l'on observe une différence entre données et simulation dans les échantillons de contrôle $\mathbf{N}_r$, par exemple pour les interactions CC0 π ? L'application d'une itération de l'unfolding va transmettre cette information à la distribution $\mathbf{s}_t$; à l'itération suivante, ce posterior sera utilisé comme un nouveau prior, plus exact, qui va permettre d'obtenir une meilleure matrice d'unfolding $\mathbf{U}^{n+1}$. Et ainsi de suite !

Nous avons ainsi formulé une nouvelle description de l'unfolding qui nous permet d'utiliser simultanément tous nos échantillons sélectionnés. Notons que l'unfolding nous donne maintenant accès non seulement à la distribution des évènements CC1 π $\{s_t^{1\pi}\}$, mais également aux distributions $\{s_t^{0\pi}\}$ et $\{s_t^{\text{Div}}\}$. Nous pourrions donc obtenir la section efficace des interactions CC0 π en même temps que celle des interactions CC1 π ! Cependant, certaines parties de l'analyse ont été optimisées pour l'extraction de la section efficace des interactions CC1 π : c'est le cas, par exemple, de la variable d'identification des

6. Nous avons détaillé dans la Section 5.2 plusieurs critères pour le choix du binning $\mathcal{B}$ pour les évènements CC1 π ; parmi ceux-ci, les trois premiers (résolution du détecteur, évènements *through-going* et statistique) sont également valables pour les évènements CC0 π . Choisir le même binning $\mathcal{B}$ nous assure que ces critères sont satisfaits.

traces (PID, voir Section 4.1). Une étude plus approfondie des évènements CC0 π [92] peut permettre d'améliorer la sélection du Chapitre 4 pour cette catégorie d'interactions et d'obtenir une meilleure mesure de leur section efficace que celle que nous pourrions obtenir ici.

5.4 Critère de convergence de l'unfolding itératif

5.4.1 Principe

Nous allons maintenant proposer un moyen de choisir le nombre d'itérations nécessaire à la bonne convergence de l'algorithme. En observant, dans les données, une distribution reconstruite $\{N_r^d\}$ des évènements dans les échantillons sélectionnés CC1 π , CC0 π et Divers CC, nous voulons retrouver la vraie distribution d'évènements CC1 π $\{\bar{s}_t^d\}$ sous-jacente. Rappelons que nous voulons restreindre au maximum le nombre d'itérations pour limiter la sensibilité du résultat aux fluctuations statistiques et ne pas augmenter l'incertitude statistique associée.

La matrice d'unfolding U est construite à partir de la matrice de réponse fournie par la simulation L_{MC} , qui détermine le point de convergence de l'algorithme

$$\forall t, s_t^\infty = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_r U_{tr}^n N_r^d \sim \sum_r (L_{MC}^{-1})_{tr} N_r^d. \quad (5.40)$$

Comme nous l'avons vu, la convergence sera parfaite si et seulement si la matrice de réponse L_{MC} correspond à la matrice de réponse L_d qui a produit les données (Figure 5.8 et équations (5.26-5.27)).

Comment choisir le nombre minimal d'itérations pour être sûrs que la convergence soit suffisamment bonne? Sachant que le résultat final sera accompagné d'incertitudes statistiques et systématiques, il importe de s'assurer que la distribution $\{s_t^n\}$ que l'on utilisera pour le calcul de la section efficace soit assez proche de la vraie distribution $\{\bar{s}_t^d\}$ par rapport aux barres d'erreurs.

Biais maximal autorisé

Nous pouvons utiliser comme estimateur de convergence χ_{cov}^2 défini en (5.32) par

$$\chi_{cov}^2(n) = \sum_{t,t' \in \mathcal{B}} (s_t^n - \bar{s}_t^d) (\mathbb{Cov}(n)^{-1})_{tt'} (s_{t'}^n - \bar{s}_{t'}^d) \quad (5.41)$$

avec $\mathbb{Cov}(n)$ la matrice de covariance totale⁷ obtenue après n itérations (nous référons au Chapitre 6 pour le traitement des incertitudes). La quantité χ_{cov}^2 compare le *biais résiduel* $\Delta s_t^n \equiv s_t^n - \bar{s}_t^d$ à l'*erreur totale* $\sigma_t^{\text{tot}} \equiv \sqrt{\mathbb{Cov}_{tt}}$, en tenant compte des corrélations entre les bins. Plus χ_{cov}^2 est faible, plus la convergence est bonne en comparaison des erreurs. Nous allons considérer la convergence satisfaisante lorsque

$$\frac{1}{N} \chi_{cov}^2(n) < \varepsilon^2 \quad (5.42)$$

avec une valeur de ε à déterminer et $N = 12$ le nombre de bins dans l'espace des phases réduit (voir Section 5.2). ε s'interprète comme le *biais maximal autorisé*; nous voulons idéalement choisir une valeur telle que $\varepsilon \ll 1$. Si l'on s'intéresse pour davantage de lisibilité au cas où il n'y a qu'un seul bin, la condition (5.42) devient

$$\chi_{cov}^2(n) = \left(\frac{\Delta s^n}{\sigma^{\text{tot}}} \right)^2 < \varepsilon^2 \iff \Delta s^n < \varepsilon \cdot \sigma^{\text{tot}}. \quad (5.43)$$

Quel est l'impact de ce biais de convergence sur notre résultat? La quantité $\varepsilon \cdot \sigma^{\text{tot}}$ représente l'erreur supplémentaire maximale qu'il conviendrait d'ajouter du fait de la convergence tronquée de l'algorithme, que l'on peut appeler *erreur de troncature*. Quelle que soit la valeur du biais maximal autorisé ε , l'erreur totale se trouve être modifiée de la manière suivante :

$$(\sigma^{\text{tot}})^2 \longrightarrow (\sigma^{\text{tot}})^2 + (\varepsilon \cdot \sigma^{\text{tot}})^2 = (\sigma^{\text{tot}})^2 (1 + \varepsilon^2) \quad (5.44)$$

7. D'une part, les erreurs systématiques décrivent l'incertitude que nous avons sur notre simulation (flux de neutrinos, modèles d'interactions, réponse du détecteur), c'est-à-dire notre incertitude sur L_{MC} . D'autre part, à cause des fluctuations statistiques plusieurs distributions $\{N_r^d\}$ différentes pourraient être observées à partir du même modèle physique $\{\bar{s}_t^d\}$, c'est à dire plusieurs matrices L_d . Ainsi, les incertitudes statistiques et systématiques permettent ensemble de couvrir les différences entre L_{MC} et L_d .

c'est-à-dire

$$\sigma^{\text{tot}} \longrightarrow \sigma^{\text{tot}} \sqrt{1 + \varepsilon^2}. \quad (5.45)$$

Dans le cas où $\varepsilon \ll 1$, l'erreur de troncature est négligeable et n'influe pas sur l'erreur totale. Cependant, il n'est pas raisonnable d'attendre une convergence trop précise : nous avons vu que généralement la distribution limite $\{s_t^\infty\}$ ne correspondait pas à la vraie distribution $\{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$, à cause notamment des fluctuations statistiques (voir la discussion à propos de l'exemple de la Figure 5.9). Ainsi, si nous choisissons une valeur de ε trop petite, la condition de convergence (5.42) ne sera jamais vérifiée.

Nous avons choisi la valeur de ε de telle sorte que l'erreur totale (5.45) soit au plus augmentée de 10%, c'est-à-dire $\sqrt{1 + \varepsilon^2} = 1.1$. Le critère de convergence devient donc

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{cov}}^2(n) < 0.2. \quad (5.46)$$

Mesure de convergence pour les données

Malheureusement, nous ne pouvons pas appliquer le critère de convergence (5.46) sur les données puisque nous ne connaissons pas la vraie distribution $\{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ qui nous permet de construire χ_{cov}^2 . En fait, il s'agit précisément de la distribution que nous cherchons à mesurer !

La seule quantité à laquelle nous avons accès à partir des données est la distribution limite $\{s_t^\infty\}$. Si cette distribution est telle que $\{s_t^\infty\} \simeq \{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ alors nous pouvons utiliser $\{s_t^\infty\}$ en lieu et place de $\{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ pour estimer la convergence sur les données. Nous définissons ainsi un nouvel estimateur de convergence

$$\forall n > 0, \quad \chi_{\text{data}}^2(n) = \sum_{t, t' \in \mathcal{B}} (s_t^n - s_t^\infty) (\mathbb{Cov}(n)^{-1})_{tt'} (s_{t'}^n - s_{t'}^\infty) \quad (5.47)$$

construit uniquement à partir des données. Comment relier le critère de convergence que nous avons établi à ce nouvel estimateur ? Nous allons montrer, à partir de plusieurs jeux de pseudo-données, que l'on peut choisir η tel que

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{data}}^2(n) < \eta^2 \implies \frac{1}{N} \chi_{\text{cov}}^2(n) < 0.2. \quad (5.48)$$

Le nombre d'itérations nécessaire à une bonne convergence pourra ainsi être obtenu à partir de l'évolution de χ_{data}^2 uniquement.

5.4.2 Vérification avec des pseudo-données

Nous appelons *pseudo-données* (FD, *fake data* en anglais) une distribution d'événements $\{N_r\}$ produite par notre simulation dont nous connaissons la vraie distribution $\{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ correspondante. Grâce à l'utilisation de jeux de pseudo-données, nous pouvons tester notre méthode en comparant notre résultat à la vraie distribution ; nous pourrions ensuite l'appliquer aux données réelles de nos détecteurs dont la vraie distribution est inconnue.

Nous allons utiliser plusieurs jeux de pseudo-données pour vérifier deux points cruciaux de l'élaboration de notre critère de convergence :

1. nous avons fait l'hypothèse que $\{s_t^\infty\} \simeq \{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ pour justifier la construction de χ_{data}^2 ;
2. nous devons trouver la valeur de η permettant de satisfaire à la relation (5.48).

La Table 5.1 détaille les jeux de pseudo-données utilisés pour cette étude. Ils ont pour objectif de reproduire divers comportements possibles que l'on pourrait rencontrer dans les données : modification du signal, du bruit de fond, du signal et du bruit de fond, fluctuation statistique etc.

Les jeux FD-1 à 3 ont été obtenus en modifiant les paramètres décrivant les sections efficaces dans notre simulation NEUT. Le jeu de pseudo-données FD-6 a été obtenu en modifiant la vraie distribution $\forall t, \bar{s}_t^{\text{d}} = \bar{s}_t^{\text{MC}} \times w_t$ avec w_t tiré aléatoirement selon une distribution gaussienne $\mathcal{N}(1, 0.25)$. Par cette construction, nous avons $L_{\text{d}} = L_{\text{MC}}$: la convergence sera ainsi parfaite pour ce jeu de pseudo-données, comme nous l'avons vu sur la Figure 5.7. Rappelons que ce comportement idéal n'est pas représentatif des données réelles ; nous n'utiliserons donc pas ces pseudo-données pour nos vérifications à venir.

N°	Description
FD-1	Interactions CC Cohérentes $+3\sigma$: modification du signal
FD-2	$M_A^{\text{QE}} + 1\sigma$: modification du bruit de fond
FD-3	$M_A^{\text{RES}} + 2\sigma$: modification du signal et du bruit de fond
FD-4	Fluctuation statistique de notre simulation
FD-5	Simulation GENIE
FD-6	Modification aléatoire de la vraie distribution (tirage gaussien $\mathcal{N}(1, 0.25)$)

TABLE 5.1 – Définition des jeux de pseudo-données.

Utilisation de $\{s_t^\infty\}$

Pour vérifier que $\{s_t^\infty\} \simeq \{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$ nous étudions χ_{cov}^2 : en effet,

$$\forall t, s_t^\infty \simeq \bar{s}_t^{\text{d}} \iff \lim_{n \rightarrow +\infty} \chi_{\text{cov}}^2(n) = \ell \ll 1. \quad (5.49)$$

Puisque notre mesure de convergence χ_{data}^2 est construite à partir de $\{s_t^\infty\}$, nous voulons vérifier de plus que la distribution limite est une quantité fiable, peu dépendante des modèles d'interaction. Pour cela, nous construisons également un unfolding à partir de la simulation GENIE, plus précisément à partir de la matrice de réponse et du prior donné par GENIE. Nous vérifions ainsi sur les jeux de pseudo-données que :

- l'unfolding construit à partir de NEUT permet bien de converger proche de la vraie distribution $\{s_t^{\text{N},\infty}\} \simeq \{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$, c'est-à-dire

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{cov,N}}^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{t,t'} \left(s_t^{\text{N},n} - \bar{s}_t^{\text{d}} \right) (\mathbb{Cov}(n)^{-1})_{tt'} \left(s_{t'}^{\text{N},n} - \bar{s}_{t'}^{\text{d}} \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell_1 \ll 1 \quad (5.50)$$

avec $s_t^{\text{N},n}$ la distribution obtenue après n itérations ;

- l'unfolding construit à partir de GENIE permet bien de converger proche de la vraie distribution $\{s_t^{\text{G},\infty}\} \simeq \{\bar{s}_t^{\text{d}}\}$, c'est-à-dire

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{cov,G}}^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{t,t'} \left(s_t^{\text{G},n} - \bar{s}_t^{\text{d}} \right) (\mathbb{Cov}(n)^{-1})_{tt'} \left(s_{t'}^{\text{G},n} - \bar{s}_{t'}^{\text{d}} \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell_2 \ll 1 \quad (5.51)$$

avec $s_t^{\text{G},n}$ la distribution obtenue après n itérations ;

- les deux distributions limites sont proches $\{s_t^{\text{N},\infty}\} \simeq \{s_t^{\text{G},\infty}\}$: nous définissons pour cela

$$\forall n > 0, \chi_{\text{model}}^2(n) = \sum_{t,t'} \left(s_t^{\text{N},n} - s_t^{\text{G},n} \right) (\mathbb{Cov}(n)^{-1})_{tt'} \left(s_{t'}^{\text{N},n} - s_{t'}^{\text{G},n} \right) \quad (5.52)$$

et nous voulons que

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{model}}^2(n) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell_3 \ll 1. \quad (5.53)$$

Dans les expressions des mesures de convergence ci-dessus, la somme sur t, t' parcourt les 12 bins de l'espace des phases réduit pour les variables cinématiques réelles, puisque ce sont les bins à partir desquels nous allons extraire les sections efficaces différentielles des interactions CC1 π . De même, nous avons $N = 12$.

Les Figures 5.12 à 5.16 montrent l'évolution de $\chi_{\text{cov,N}}^2$, $\chi_{\text{cov,G}}^2$ et χ_{model}^2 en fonction du nombre d'itérations pour les jeux de pseudo-données FD-1 à FD-5 pour le WaterModule. L'unfolding construit pour le Proton Module se comporte exactement de la même manière ; par souci de concision nous n'avons pas illustré l'évolution des mesures de convergence de ce second unfolding.

Nous pouvons observer que les trois conditions (5.50, 5.51, 5.53) sont satisfaites. La distribution limite $\{s_t^\infty\}$ est ainsi peu dépendante du modèle d'interaction choisi et peut être utilisé de manière fiable dans la construction de χ_{data}^2 .

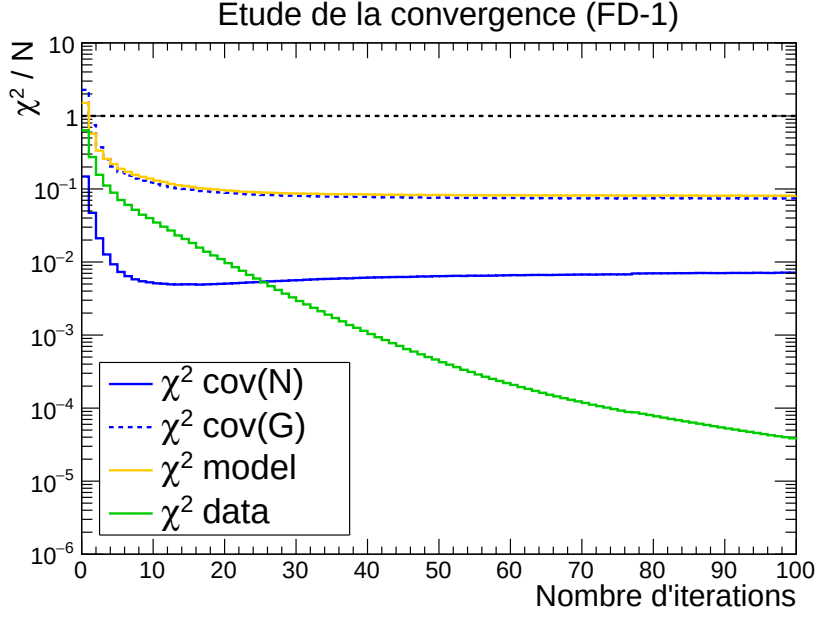


FIGURE 5.12 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir du jeu de pseudo-données FD-1.

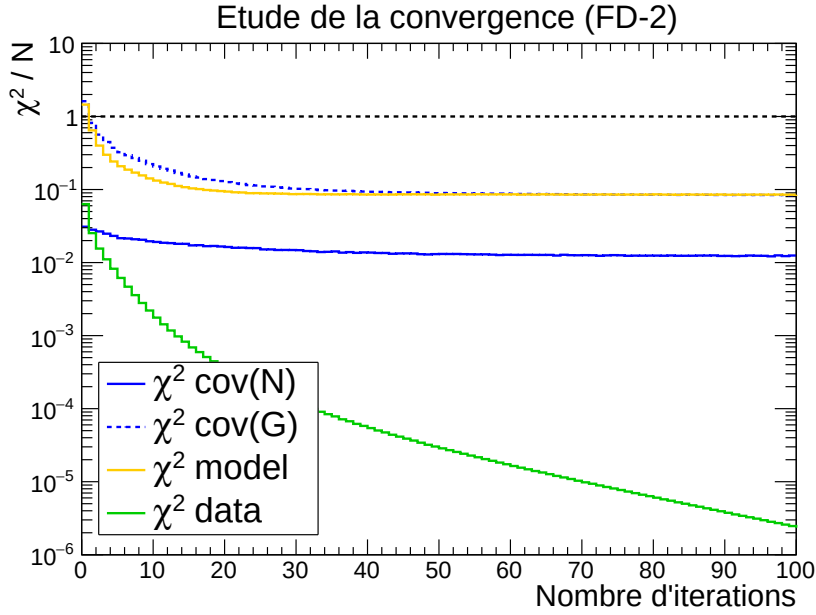


FIGURE 5.13 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir du jeu de pseudo-données FD-2.

Critère de convergence sur χ_{data}^2

Il nous reste maintenant à trouver une valeur de η telle que la convergence de χ_{data}^2 nous assure de la convergence de χ_{cov}^2 :

$$\frac{1}{N}\chi_{\text{data}}^2(n) < \eta^2 \implies \frac{1}{N}\chi_{\text{cov}}^2(n) < 0.2. \quad (5.54)$$

La Table 5.2 nous donne la valeur de $\chi_{\text{data}}^2(\bar{n})/N$ pour la première itération $\bar{n}$ telle que la convergence soit satisfaisante : $\chi_{\text{cov}}^2(\bar{n})/N < 0.2$. Le second jeu de pseudo-données (FD-2) correspond à une modification du bruit de fond uniquement ($M_A^{\text{QE}} + 1\sigma$). Ainsi, dans la région qui nous intéresse (interactions $\text{CC}1\pi$) le prior $\{s_t^0\}$ est quasiment identique à la vraie distribution $\{\bar{s}_t^d\}$; même sans itérations de l’algorithme, la mesure de la convergence donne un très bon résultat $\chi_{\text{cov}}^2(1)/N \simeq 0.03$. Ce jeu de pseudo-données ne permet pas de tester véritablement notre critère donc nous nous concentrerons sur les quatre autres.

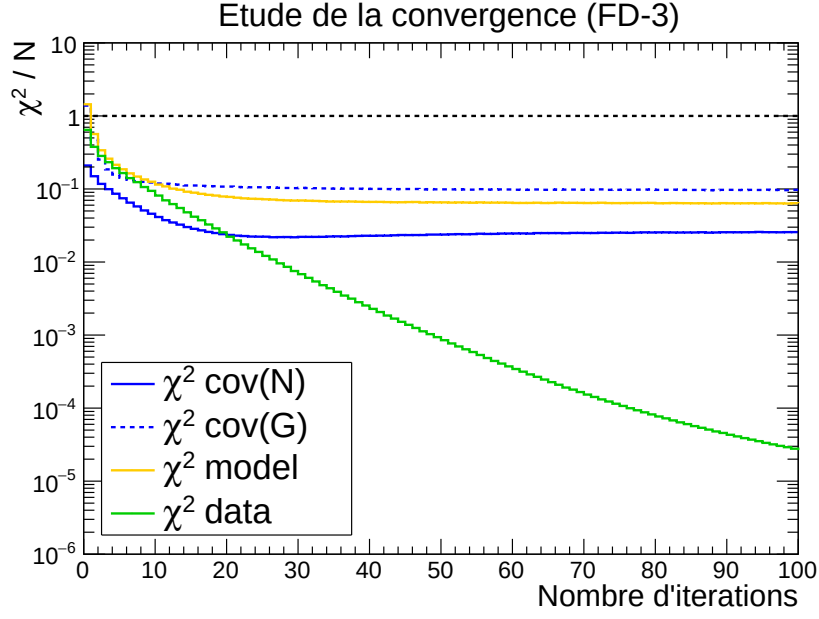


FIGURE 5.14 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir du jeu de pseudo-données FD-3.

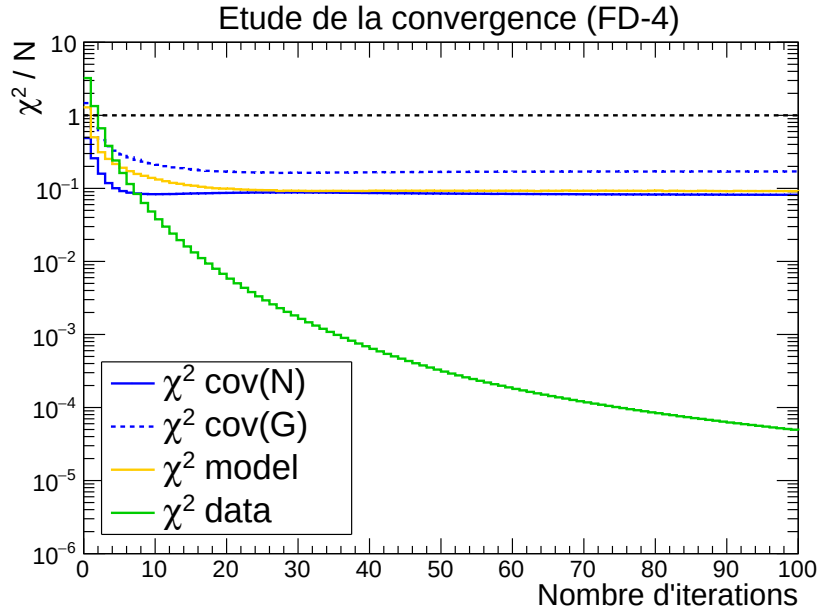


FIGURE 5.15 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir du jeu de pseudo-données FD-4.

N°	$\chi^2_{\text{data}}(\bar{n})/N$	$\bar{n}$	$\chi^2_{\text{cov}}(n_S)/N$	n_S
FD-1	0.63	1	0.02	3
FD-2	0.06	1	0.03	1
FD-3	0.38	2	0.10	4
FD-4	0.65	3	0.10	5
FD-5	0.27	6	0.17	7

TABLE 5.2 – Convergence pour les jeux de pseudo-données du WaterModule. $\bar{n}$ est la première itération telle que $\chi^2_{\text{cov}}(\bar{n})/N < 0.2$ et n_S est la première itération telle que $\chi^2_{\text{data}}(n_S)/N < 0.25$.

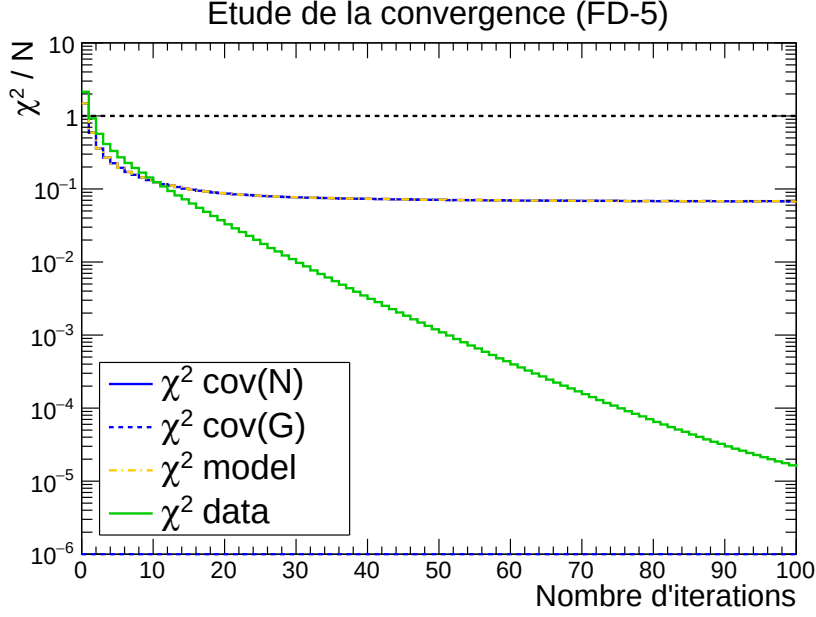


FIGURE 5.16 – Etude de la convergence de l’algorithme à partir du jeu de pseudo-données FD-5.

Nous pouvons voir sur la Table 5.2 que si nous prenons $\eta^2 = 0.25$ la condition (5.54) est vérifiée. Nous choisissons donc de stopper l’unfolding itératif pour la première itération n_S telle que

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{data}}^2(n_S) < 0.25. \quad (5.55)$$

Les valeurs de n_S pour chaque jeu de pseudo-données sont données dans la Table 5.2 : elles s’étendent de 1 à 7 itérations. Nous voyons ici tout l’intérêt de ce critère dicté par les données : le nombre d’itérations n_S dépend vraiment du jeu de données considéré ! Plus l’écart entre le prior et la vraie distribution est important, plus le nombre d’itérations nécessaire pour converger sera grand.

5.4.3 Application sur les données

Nous allons maintenant chercher à appliquer le critère de convergence

$$\frac{1}{N} \chi_{\text{data}}^2(n_S) < 0.25 \quad (5.56)$$

sur les données sélectionnées à partir du WaterModule et du Proton Module. En comparant les résultats obtenus sur les jeux de pseudo-données, nous nous attendons à atteindre la convergence en une dizaine d’itérations maximum. Cependant, nous obtenons $n_S = 50$ pour le Proton Module et $n_S = 26$ pour le WaterModule. D’où cela peut-il provenir ? Nous avons identifié deux raisons.

1. Tout d’abord, la distribution des données $\{N_r\}$ dans l’échantillon CC1 π et dans les échantillons de contrôle est assez différente de celle obtenue par la simulation (voir Figures 4.16-4.19 et Annexe C.4), en ce qui concerne le nombre total d’événements et leur répartition (excès d’événements *through-going* et déficit d’événements *stopping*). En particulier, cette différence est plus grande que celles qui ont pu être testées avec les pseudo-données. Nous pouvons quantifier cela en regardant la valeur de χ_{data}^2 après une seule application de l’unfolding : pour les pseudo-données, nous obtenons des valeurs de $\chi_{\text{data}}^2(1)/N \leq 5$ alors que pour les données, nous avons $\chi_{\text{data}}^2(1)/N \simeq 30$ pour le WaterModule et $\chi_{\text{data}}^2(1)/N \simeq 58$ pour le Proton Module.

La vraie distribution $\{\bar{s}_t^d\}$ que nous voulons retrouver est donc très éloignée de notre prior initial $\{s_t^0\}$ donnée par la simulation NEUT : le nombre d’itérations nécessaire pour converger est donc nécessairement plus important.

2. De plus, comme nous l’avons indiqué dans la Section 5.3.2, nous avons choisi le même binning pour les interactions CC0 π que pour les interactions CC1 π c’est-à-dire un total de 42 bins. Cette augmentation du nombre de bins entraîne naturellement davantage de corrélations et de migrations possibles d’un bin vers un autre, ce qui augmente le temps de convergence.

Ce grand nombre d'itérations est dommageable à la précision du résultat. La Figure 5.17 reproduit la Figure 5.10 présentée dans la Section 5.3.1 qui illustre l'évolution des incertitudes statistiques et systématiques pour les données du Proton Module. Pour $n_S = 50$, nous voyons notamment que l'erreur statistique sur le nombre total d'événements dans l'espace des phase réduit atteint près de 8 % alors que la valeur initiale est proche de 2 %. Cette augmentation de l'erreur statistique affecte d'autant plus le nombre d'événements dans chaque bin qui mène à la mesure différentielle de la section efficace. Nous allons voir comment nous pouvons essayer de réduire ce nombre d'itérations.

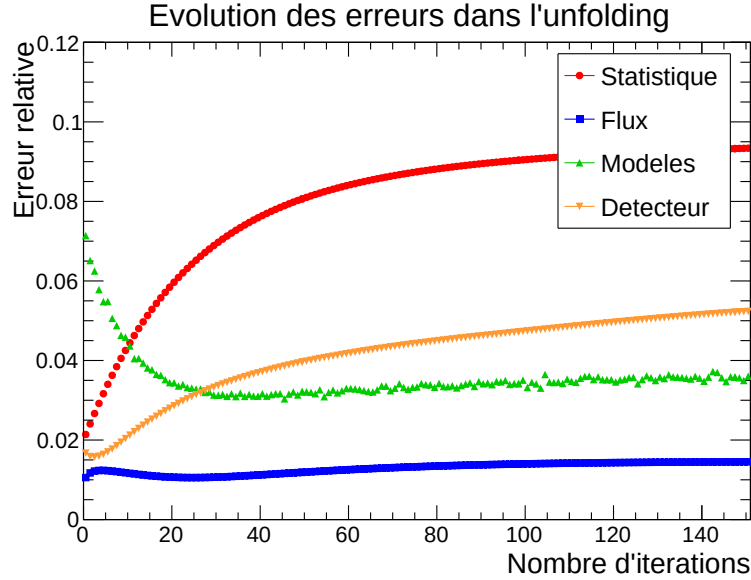


FIGURE 5.17 – Exemple d'évolution des erreurs statistiques et systématiques (flux de neutrinos, modèles d'interaction et réponse du détecteur) sur le nombre total d'événements dans l'espace des phase réduit en fonction du nombre d'itérations. Données du Proton Module.

Pour essayer de remédier au second point mentionné ci-dessus, nous avons choisi de réduire le binning des interactions $CC0\pi$ (comme nous l'avons précisé dans la Section 5.3.2, rien n'impose que ce soit le même binning que pour les interactions $CC1\pi$). Nous avons décidé de conserver uniquement deux bin en impulsion : $p_\mu < 1$ GeV et $p_\mu > 1$ GeV, tous angles confondus, ce qui permet de conserver de manière indépendante l'information du nombre d'événements *stopping* et *through-going*. Cette distinction est utile puisque nous avons observé une tendance générale, dans les données, vers un léger excès d'événements *through-going* et un déficit d'événements *stopping* par rapport à la simulation.

Nous avons également cherché à réduire le nombre de bins des interactions $CC1\pi$: en effet, bien que l'espace des phases réduit utilisé pour la mesure différentielle ne concerne que les 12 bins tels que $p_\mu > 400$ MeV et $\theta_\mu < 50^\circ$ (voir Section 5.2), la convergence de l'unfolding s'effectue sur l'ensemble des 20 bins de l'espace des phases complet, et ce afin de permettre les migrations vers ou en dehors de l'espace des phases réduit. Sachant que les 8 bins hors de cet espace des phases réduit ne sont pas utilisés dans la suite pour obtenir la section efficace d'interaction $CC1\pi$, nous les avons également regroupés en un seul. Nous réduisons ainsi le nombre total de bins de 42 à 17.

Un dernier point attire notre attention ici. L'échantillon de contrôle Divers CC que nous avons construit au Chapitre 4 regroupe, comme son nom l'indique, toutes les interactions qui ne sont ni classifiées comme $CC1\pi^\pm$ ni comme $CC0\pi$, restreintes de plus aux événements avec au moins trois traces. En réalité, près de la moitié de l'échantillon contient des événements avec quatre traces ou plus, très majoritairement issus d'interactions profondément inélastiques, qui sont mal connues. De plus, les performances de l'algorithme de reconstruction sont réduites à partir de quatre traces, d'une part à cause de la faible granularité du détecteur qui ne permet plus de distinguer clairement chaque trace, et d'autre part en raison de la difficulté accrue de trouver la bonne association entre les traces dans la vue de côté et dans la vue de dessus. Pour ces raisons, il ne nous semble pas raisonnable d'utiliser l'information de l'échantillon de contrôle que nous avons construit pour contrôler le bruit de fond Divers CC dans l'échantillon $CC1\pi$.

Résumons notre discussion jusqu'à présent. Afin d'accélérer la convergence de l'unfolding sur les données, nous avons modifié légèrement notre définition de l'unfolding : nous n'utilisons plus que deux bins pour décrire les interactions $CC0\pi$, nous avons regroupés tous les bins hors de l'espace des phases réduit pour les interactions $CC1\pi$ en un seul, et nous renonçons à utiliser l'échantillon de contrôle Divers CC. Nous obtenons alors, en appliquant le critère de convergence (5.56), $n_S = 10$ pour le Proton Module et $n_S = 16$ pour le WaterModule. La différence entre ces deux nombres d'itérations s'explique une nouvelle fois en regardant la valeur de χ_{data}^2 après une seule application de l'unfolding : nous avons $\chi_{\text{data}}^2(1)/N \simeq 20$ pour le WaterModule et $\chi_{\text{data}}^2(1)/N \simeq 11$ pour le Proton Module.

5.5 Sections efficaces des interactions sur eau et sur plastique

5.5.1 Sections efficaces observées

Rappelons l'expression de la section efficace (5.6)

$$\frac{d^2\sigma_t^{\text{CC}1\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \equiv \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t(N_r)}{e_t \times \Phi \times T}. \quad (5.57)$$

Nous avons obtenu dans la Section 5.2 la définition du binning (qui nous donne $\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu$) et les valeurs de l'efficacité e_t dans chacun des bins de l'espace des phases réel. La méthode d'unfolding de la Section 5.3 nous a permis d'explicitier la fonction d'unfolding $\mathbb{U}_t$. Les valeurs du flux de neutrinos incidents Φ et du nombre de nucléons dans le volume fiduciel T , calculées en Annexe D, sont données dans la Table 5.3.

Détecteur cible	WM	PM
Flux incident Φ (ν_μ/cm^2)	3.715×10^{13}	2.986×10^{13}
Nombre de nucléons T	1.110×10^{29}	1.756×10^{29}

TABLE 5.3 – Flux de neutrinos incidents Φ et nombre de nucléons T dans le volume fiduciel (VF) des modules cibles.

Nous pouvons ainsi calculer les sections efficaces dans le WaterModule et le Proton Module, que nous appelons sections efficaces *observées* :

$$\sigma_{\text{WM}} \equiv \left. \frac{d^2\sigma_t^{\text{CC}1\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \right|_{\text{WM}} = \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t^{\text{WM}}(N_r^{\text{WM}})}{e_t^{\text{WM}} \times \Phi^{\text{WM}} \times T^{\text{WM}}} \quad (5.58)$$

$$\sigma_{\text{PM}} \equiv \left. \frac{d^2\sigma_t^{\text{CC}1\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \right|_{\text{PM}} = \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t^{\text{PM}}(N_r^{\text{PM}})}{e_t^{\text{PM}} \times \Phi^{\text{PM}} \times T^{\text{PM}}} \quad (5.59)$$

où nous avons explicité les termes qui dépendent du module cible considéré. Nous allons voir maintenant comment en extraire les sections efficaces *physiques* sur l'eau $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et sur le plastique des scintillateurs σ_{CH} .

5.5.2 Des sections efficaces observées aux sections efficaces physiques

Décomposition en éléments chimiques

Les sections efficaces observées σ_{WM} et σ_{PM} sont moyennées sur tous les éléments des détecteurs cibles. Au-delà de l'eau et du plastique (plus exactement du polystyrène C_8H_8 que l'on abrège en CH), éléments pour lesquels nous voulons obtenir les sections efficaces physiques $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} , nous avons d'autres composants dans nos détecteurs.

Ces *éléments secondaires* sont présents dans la couche de réflecteur sur les scintillateurs (TiO_2 et $\text{C}_2\text{HN}_2\text{O}_3$) et dans les molécules scintillantes PPO ($\text{C}_{15}\text{H}_{11}\text{NO}$) et POPOP ($\text{C}_{24}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}_2$). Nous avons également recouvert d'une peinture noire au silicium ($\text{SiO}_2\text{C}_5\text{O}_2\text{H}_8$) les scintillateurs du WaterModule pour réduire la transmission optique entre eux (voir Chapitre 3). La composition des scintillateurs de chaque module est détaillée dans la Table 5.4.

Le nombre total d'événements $S_{t,\text{dét}}^{\text{CC}1\pi}$ dans l'ensemble d'un détecteur cible ($\text{dét} \in \{\text{WM}, \text{PM}\}$) peut se décomposer selon les éléments cibles selon

$$S_{t,\text{dét}}^{\text{CC}1\pi} = \sum_{\text{élément X}} S_{t,\text{X}}^{\text{CC}1\pi} \quad (5.60)$$

Elément	PM	WM (plans)	WM (grilles)
^{12}C	91.0 %	88.3 %	88.0 %
^1H	7.6 %	7.4 %	7.4 %
^{14}N	0.1 %	0.3 %	0.4 %
^{16}O	0.6 %	2.7 %	2.9 %
^{48}Ti	0.7 %	1.2 %	1.1 %
^{28}Si	-	0.2 %	0.2 %

TABLE 5.4 – Fraction massique des divers éléments chimiques dans les scintillateurs du WM et du PM. La différence entre les scintillateurs pour les plans et les grilles du WaterModule vient du réflecteur peint à la main ($\text{C}_2\text{HN}_2\text{O}_3$) dans les fentes des scintillateurs pour les grilles. Tiré de [86] et [93].

c'est-à-dire

$$\Phi_{\text{dét}} T_{\text{dét}} \sigma_{\text{dét}}^{\text{CC1}\pi} = \sum_{\text{element } X} \Phi_X^{\text{dét}} T_X^{\text{dét}} \sigma_X^{\text{CC1}\pi} \quad (5.61)$$

où $\Phi_{\text{dét}}$ et $T_{\text{dét}}$ sont le flux et le nombre de nucléons pour l'ensemble du détecteur, et $\Phi_X^{\text{dét}}$ et $T_X^{\text{dét}}$ sont le flux et nombre de nucléons pour l'élément X dans ce détecteur. Bien sûr, si l'on considère que les éléments sont uniformément répartis dans le détecteur, ils sont tous soumis au même flux de neutrinos

$$\forall X, \Phi_X^{\text{dét}} = \Phi_{\text{dét}}. \quad (5.62)$$

Nous pouvons donc écrire, pour le WaterModule et le Proton Module, les sections efficaces observées comme

$$T_{\text{PM}} \sigma_{\text{PM}} = T_{\text{CH}}^{\text{PM}} \sigma_{\text{CH}} + \sum_{X \in \{\text{N}, \text{O}, \text{Ti}\}} T_X^{\text{PM}} \sigma_X \quad (5.63)$$

et

$$T_{\text{WM}} \sigma_{\text{WM}} = T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}} \sigma_{\text{H}_2\text{O}} + T_{\text{CH}}^{\text{WM}} \sigma_{\text{CH}} + \sum_{X \in \{\text{N}, \text{O}, \text{Ti}, \text{Si}\}} T_X^{\text{WM}} \sigma_X \quad (5.64)$$

d'où l'on extrait les sections efficaces physiques

$$\sigma_{\text{CH}} = \alpha_{\text{PM}} \sigma_{\text{PM}} - \sum_{X \in \{\text{N}, \text{O}, \text{Ti}\}} \alpha_X \sigma_X \quad (5.65)$$

et

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{H}_2\text{O}} &= \beta_{\text{WM}} \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{CH}} - \sum_{X \in \{\text{N}, \text{O}, \text{Ti}, \text{Si}\}} \beta_X \sigma_X \\ &= \beta_{\text{WM}} \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \alpha_{\text{PM}} \sigma_{\text{PM}} - \sum_{X \in \{\text{N}, \text{O}, \text{Ti}, \text{Si}\}} (\beta_X - \beta_{\text{CH}} \alpha_X) \sigma_X \end{aligned} \quad (5.66)$$

avec $\alpha_{\text{PM}} = T_{\text{PM}}/T_{\text{CH}}^{\text{PM}}$, $\alpha_X = T_X^{\text{PM}}/T_{\text{CH}}^{\text{PM}}$, $\beta_{\text{WM}} = T_{\text{WM}}/T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ et $\beta_X = T_X^{\text{WM}}/T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$. Par définition, ces coefficients de pondération sont tels que

$$\begin{cases} \alpha_{\text{PM}} - \sum_X \alpha_X = 1 \\ \beta_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} - \sum_X \beta_X = 1. \end{cases} \quad (5.67)$$

Pour les éléments secondaires ces coefficients de pondération sont très faibles (voir Table 5.5). Au contraire, les coefficients correspondant aux éléments principaux (H_2O et CH) valent

$$\alpha_{\text{PM}} = \frac{T_{\text{PM}}}{T_{\text{CH}}^{\text{PM}}} \simeq 1.015, \quad \beta_{\text{WM}} = \frac{T_{\text{WM}}}{T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}} \simeq 1.245, \quad \beta_{\text{CH}} = \frac{T_{\text{CH}}^{\text{WM}}}{T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}} \simeq 0.234 \quad (5.68)$$

avec les valeurs de T_{PM} , $T_{\text{CH}}^{\text{PM}}$, T_{WM} , $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ et $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ calculées dans l'Annexe D.2 (il y a environ 80% d'eau dans le WaterModule). Nous allons voir que nous pouvons négliger la contribution de ces éléments secondaires.

Elément	α_X	β_X
N	0.001	0.001
O	0.006	0.007
Ti	0.008	0.003
Si	-	0.001

TABLE 5.5 – Coefficients de pondération pour les deux détecteurs cibles.

Sections efficaces des éléments secondaires

Pour obtenir $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} selon les relations (5.65-5.66), nous utilisons nos mesures de σ_{WM} et σ_{PM} mais il nous faut également la valeur de σ_X pour les autres éléments. Quelle valeur prendre ?

Nous nous attendons à ce que la section efficace ne soit pas parfaitement linéaire avec le nombre de nucléons A du noyau. Cependant, aucun des éléments secondaires n'est un élément réellement lourd : nous avons $^{14}_7\text{N}$, $^{16}_8\text{O}$, $^{28}_{14}\text{Si}$ et $^{48}_{22}\text{Ti}$. Tous sont plus légers que le fer $^{56}_{26}\text{Fe}$ dont la section efficace des interactions par courant chargé a été mesurée à partir des modules d'INGRID dans [86] ; cette étude nous indique que les rapports de sections efficaces par nucléon

$$\frac{\sigma_{\text{Fe}}^{\text{CC}}}{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{CC}}} = 1.023^{+0.059}_{-0.058} \quad \text{et} \quad \frac{\sigma_{\text{Fe}}^{\text{CC}}}{\sigma_{\text{CH}}^{\text{CC}}} = 1.049^{+0.044}_{-0.044} \quad (5.69)$$

sont très peu différents de 1. Nous pouvons nous attendre, au premier ordre, à un comportement similaire pour le canal d'interaction $\text{CC}1\pi$.

Si la section efficace sur le fer est compatible (ou presque) avec celles sur H_2O et CH (c'est-à-dire sur C et O), nous pouvons, par interpolation, supposer que celles sur tous les noyaux de taille intermédiaire le sont également. Un choix naturel est donc de prendre pour σ_X la valeur moyenne sur le détecteur σ_{WM} ou σ_{PM} , ce qui donne

$$\sigma_{\text{CH}} = \left(\alpha_{\text{PM}} - \sum_X \alpha_X \right) \sigma_{\text{PM}} = \sigma_{\text{PM}} \quad (5.70)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{H}_2\text{O}} &= \left(\beta_{\text{WM}} - \sum_X \beta_X \right) \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{CH}} \\ &= (1 + \beta_{\text{CH}}) \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{PM}} \end{aligned} \quad (5.71)$$

en utilisant la relation (5.67).

Même si la valeur véritable des rapports de sections efficaces prenait, pour chaque élément secondaire, une valeur à $+1\sigma$ (c'est-à-dire un excès de 10% par rapport aux sections efficaces moyennes), l'erreur qui en résulterait serait très faible. En effet, si nous utilisons la relation (5.65), l'erreur serait de l'ordre de $10\% \times \sum_X \alpha_X \simeq 0.15\%$ pour le Proton Module et $10\% \times \sum_X \beta_X \simeq 0.12\%$ pour le WaterModule, que nous devons comparer à une erreur systématique totale d'environ 12% (voir Chapitre 6).

Nous pouvons ainsi utiliser les relations simplifiées (5.70-5.71) pour obtenir les sections efficaces sur H_2O et CH , et donc négliger les éléments secondaires.

Estimation des incertitudes systématiques

Si nous avons négligé les éléments secondaires pour obtenir la formule des sections efficaces, il n'est pas clair pour autant que nous puissions utiliser les formules simplifiées (5.70-5.71) pour étudier les incertitudes systématiques. Pouvons-nous extraire les erreurs systématiques sur $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} directement à partir de σ_{WM} et σ_{PM} ou devons ajouter une contribution liée aux éléments secondaires ?

Un certain nombre d'erreurs sont complètement corrélées entre tous les éléments d'un même détecteur. Par exemple, l'incertitude sur la normalisation du flux de neutrinos incidents Φ affecte de la même manière tous les éléments d'un détecteur, puisqu'ils reçoivent tous le même flux. Prenons l'exemple du Proton Module : notons Φ le flux nominal et $\overline{\sigma_X} \equiv N_X/(\Phi \cdot T_X)$ les sections efficaces nominales. Pour un flux différent Φ' nous aurions

$$\sigma'_X \equiv \frac{N_X}{\Phi' \cdot T_X} = \overline{\sigma_X} \frac{\Phi}{\Phi'}$$

et

$$\Delta\sigma_X \equiv \sigma'_X - \overline{\sigma_X} = \overline{\sigma_X} \left(\frac{\Phi}{\Phi'} - 1 \right).$$

Ainsi, l'erreur relative $\Delta\sigma_X/\overline{\sigma_X}$ est la même pour tous les éléments, et vaut

$$\forall X, \frac{\Delta\sigma_X}{\overline{\sigma_X}} = \frac{\Delta\sigma_{PM}}{\overline{\sigma_{PM}}}$$

en utilisant (5.65). Nous pouvons ici directement extraire l'erreur sur σ_{CH} à partir de l'erreur sur σ_{PM} . Il en va de même pour le WaterModule et pour toutes les autres source d'erreurs corrélées entre les éléments d'un même détecteur.

Parcourons rapidement les sources d'erreurs systématiques qui sont étudiées en détail dans le Chapitre 6. Les erreurs liées à la réponse du détecteur ou au flux de neutrinos incidents sont complètement corrélées entre les éléments d'un même détecteur. En ce qui concerne les erreurs liées à la modélisation des interactions neutrinos-noyau, qu'en est-il ? Seuls les paramètres décrivant les effets nucléaires⁸ auront un impact *a priori* différent pour chaque noyau, tandis que les interactions neutrino-nucléon ne dépendent pas de la nature du noyau cible.

Pour chaque élément X, nous pouvons nous attendre à ce que l'incertitude associée aux paramètres nucléaires soit du même ordre que celle obtenue dans la Section 6.2.2 pour H₂O et CH, c'est-à-dire de l'ordre de 5%. Etant donnée la valeur des coefficients de pondération de la Table 5.5, tous inférieurs à 1%, nous obtenons une erreur systématique additionnelle de 0.05% par élément. La somme quadratique de ces erreurs avec l'incertitude systématique totale sur les modèles d'interactions ($\sim 7\%$) rend leur contribution complètement négligeable.

Conclusion

Nous avons vu que nous pouvons négliger la contribution des éléments secondaires pour l'obtention de la valeur de la section efficace d'interaction CC1 π ainsi que pour l'étude des incertitudes systématiques. Les sections efficaces *physiques* sont donc obtenues à partir des sections efficaces *observées* selon

$$\sigma_{CH} = \sigma_{PM} \quad (5.72)$$

et

$$\sigma_{H_2O} = (1 + \beta_{CH}) \sigma_{WM} - \beta_{CH} \sigma_{PM} \quad (5.73)$$

avec $\beta_{CH} = T_{CH}^{WM}/T_{H_2O}^{WM} \simeq 0.234$.

8. Voir Section 1.4.3 et Table 1.11. Nous avons : l'énergie de liaison E_b et l'impulsion de Fermi p_F décrivant le mouvement interne des nucléons, la normalisation des effets de couplages inter-nucléons (MEC) et les interactions cohérentes.

Chapitre 6

Incertitudes statistiques et systématiques

If you thought that science was certain – well, that is just an error on your part.

Richard P. Feynman

Nous allons nous intéresser dans ce chapitre aux incertitudes statistiques et systématiques qui accompagnent les mesures de la section efficace CC1 π des neutrinos sur eau et plastique (CH). Rappelons que $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} sont obtenues selon

$$\begin{cases} \sigma_{\text{CH}} = \sigma_{\text{PM}} \\ \sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (1 + \beta_{\text{CH}}) \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{PM}} \end{cases} \quad (6.1)$$

avec, pour $\text{dét} \in \{\text{PM}, \text{WM}\}$,

$$\frac{d^2\sigma_{\text{dét}}}{d\theta_\mu dp_\mu} = \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t^{\text{dét}}(N_r^{\text{dét}})}{e_t^{\text{dét}} \times \Phi^{\text{dét}} \times T^{\text{dét}}} \quad (6.2)$$

et

$$\beta_{\text{CH}} = T_{\text{CH}}^{\text{WM}} / T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}} = 0.234.$$

Dans ces expressions, le nombre d'événements N_r est obtenu à partir des données et est sujet à des incertitudes statistiques, que l'on étudiera dans la Section 6.1. Les efficacités e_t , le flux de neutrino Φ , le nombre de nucléons T , la fonction d'unfolding $\mathbb{U}$ et le coefficient de pondération β_{CH} sont obtenus à partir de notre simulation et sont ainsi sujets à des erreurs systématiques qui sont liées aux imperfections de notre simulation : nous les étudierons dans la Section 6.2.

Avant de nous lancer dans notre étude une remarque préliminaire s'impose. Puisque nous utilisons la mesure du ProtonModule pour contraindre les interactions ayant eu lieu sur les scintillateurs du WaterModule, la relation (6.1) introduit des corrélations entre les sections efficaces $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} . Pour cette raison, nous présenterons les corrélations entre l'ensemble des 24 bins utilisés pour l'analyse (12 bins pour $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et 12 bins pour σ_{CH}).

6.1 Incertitudes statistiques $\Delta\sigma^{\text{stat}}$

La distribution $\{N_r^{\text{d}}\}$ décrit le nombre d'événements sélectionnés dans chaque bin $r \in \mathcal{B}^{\text{rec}}$ pour l'échantillon CC1 π et l'échantillon de contrôle CC0 π . L'erreur statistique sur notre résultat s'évalue en étudiant les fluctuations statistiques sur cette distribution.

A proprement parler, N_r^{d} est elle-même une fluctuation statistique autour d'une distribution centrale inconnue $\bar{N}_r$ qui correspond à la vraie distribution $\bar{s}_t$ que l'on cherche à retrouver, qui décrit les processus physiques sous-jacents. Il y a alors deux manières de déterminer l'erreur statistique, conceptuellement différentes. La première consiste à considérer des fluctuations statistiques autour de la prédiction de notre simulation N_r^{MC} , en faisant l'hypothèse que celle-ci est proche de la valeur centrale $\bar{N}_r$: cela revient à considérer que l'incertitude statistique est plus importante que la différence entre les processus physiques de la simulation et de la réalité $|N_r^{\text{d}} - \bar{N}_r| > |N_r^{\text{MC}} - \bar{N}_r|$. La seconde consiste à considérer des fluctuations autour de nos données N_r^{d} , c'est-à-dire considérer les fluctuations statistiques plus faibles

que la différence des modèles physiques $|N_r^d - \overline{N}_r| < |N_r^{\text{MC}} - \overline{N}_r|$. Comme l'écart entre nos données et la prédiction de notre simulation est bien souvent plus important que les incertitudes statistiques (voir Figures 4.16-4.19), nous avons choisi ici la deuxième méthode.

Nous allons donc construire des jeux de données alternatifs $\{N_r\}^{(i)}$ de la manière suivante : nous considérons chaque nombre d'événements N_r comme une variable aléatoire suivant une loi de Poisson de valeur centrale N_r^d

$$N_r \sim \mathcal{P}(N_r^d) \iff \forall n \in \mathbb{N}, \mathbb{P}[N_r = n] = e^{-N_r^d} \frac{(N_r^d)^n}{n!}. \quad (6.3)$$

Toutes les variables aléatoires N_r sont indépendantes. Nous effectuons $N_T = 1000$ tirages de ces variables aléatoires, chacun d'entre eux fournissant un jeu de données alternatif $\{N_r\}^{(i)}$ que nous utilisons pour obtenir une valeur modifiée de la section efficace différentielle $\sigma_t^{(i)}$. A partir de la distribution de ces N_T sections efficaces différentielles modifiées nous pouvons définir une estimation de la matrice de covariance

$$\forall t, t', (\text{Cov})_{tt'} \equiv \mathbb{E} \left[\Delta\sigma_t^{(i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(i)} \right] \simeq \frac{1}{N_T - 1} \sum_{\text{tirage } i} \Delta\sigma_t^{(i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(i)} \quad (6.4)$$

avec, pour tout bin t dans l'espace des phases réduit, $\Delta\sigma_t^{(i)} \equiv \sigma_t^{(i)} - \sigma_t^d$ et σ_t^d la section efficace obtenue à partir du jeu de données initial $\{N_r^d\}$.

L'erreur statistique $\Delta\sigma_t^{\text{stat}}$ dans le bin t s'obtient ensuite comme le terme diagonal de la matrice de covariance

$$\Delta\sigma_t^{\text{stat}} \equiv \sqrt{(\text{Cov})_{tt}}. \quad (6.5)$$

Nous pouvons également définir d'autres matrices :

1. la matrice de covariance relative cov définie selon

$$(\text{cov})_{tt'} = \frac{(\text{Cov})_{tt'}}{\sigma_t^d \sigma_{t'}^d} \quad (6.6)$$

de laquelle on peut obtenir l'erreur statistique relative $\Delta\sigma_t^{\text{stat}}/\sigma_t^d = \sqrt{(\text{cov})_{tt}}$.

2. la matrice de corrélation Cor définie selon

$$(\text{Cor})_{tt'} = \frac{(\text{Cov})_{tt'}}{\sqrt{(\text{Cov})_{tt}(\text{Cov})_{t't'}}} \quad (6.7)$$

permet de lire les corrélations entre les bins. Ses coefficients vérifient $\forall t, t', |(\text{Cor})_{tt'}| \leq 1$ et $\forall t, (\text{Cor})_{tt} = 1$.

La Figure 6.1 montre l'erreur statistique relative pour chacun des bins et la matrice de corrélation. Cette matrice est une matrice carrée de taille 24×24 , 12 bins correspondant à l'espace des phases réduit pour la mesure de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et 12 bins également pour la mesure de σ_{CH} . Pour la présentation graphique de l'erreur relative et de la matrice de corrélation, nous avons classé les bins comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{H}_2\text{O}} & \begin{cases} p_\mu \in [0.4, 0.7] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \\ p_\mu \in [0.7, 1] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \\ p_\mu \in [1, 30] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \end{cases} \\ \sigma_{\text{CH}} & \begin{cases} p_\mu \in [0.4, 0.7] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \\ p_\mu \in [0.7, 1] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \\ p_\mu \in [1, 30] \text{ GeV} & : 4 \text{ bins en } \theta_\mu \end{cases} \end{aligned} \quad (6.8)$$

où les 4 bins angulaires sont respectivement $[0^\circ, 10^\circ]$, $[10^\circ, 20^\circ]$, $[20^\circ, 30^\circ]$ et $[30^\circ, 50^\circ]$.

Comme nous l'avons expliqué en préambule, nous observons une petite anti-corrélation entre les bins décrivant $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et ceux décrivant σ_{CH} puisque les données du Proton Module sont utilisées pour soustraire la contribution des scintillateurs du WaterModule. Ainsi, dans un bin t , plus la valeur de $\sigma_{\text{CH},t}$ est grande plus la valeur de $\sigma_{\text{H}_2\text{O},t}$ sera faible. De manière plus quantitative, nous pouvons obtenir une estimation de la corrélation $(\text{Cor})_{t,t+12}$ entre $\sigma_{\text{CH},t}$ et $\sigma_{\text{H}_2\text{O},t}$ à partir de (6.1) :

$$\forall t \in [1, \dots, 12] \quad (\text{Cor})_{t,t+12} \simeq \frac{-\beta}{\sqrt{(1+\beta)^2 + \beta^2}} \simeq -0.15, \quad (6.9)$$

comme nous pouvons le voir sur la diagonale qui relie les bins de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} dans la matrice de corrélation de la Figure 6.1 (b).

L'incertitude statistique sur les sections efficaces totales est de 4.8 % sur $\sigma_{\text{PM}} = \sigma_{\text{CH}}$ et 7.0 % sur σ_{WM} . Cette incertitude est plus élevée pour le WaterModule pour deux raisons : d'une part, le nombre total d'événements $\text{CC}1\pi$ sélectionnés est plus faible que pour le Proton Module (1915 contre 2344, voir Section 4.3.2) et d'autre part, le nombre d'itérations nécessaire à la convergence de l'unfolding est plus important (16 contre 10), ce qui a pour effet d'augmenter l'incertitude statistique (voir Section 5.4.3). L'incertitude statistique sur $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ (8.5 %) et sur le rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$ (10.6 %) est construite à partir des fluctuations statistiques sur les jeux de données des deux détecteurs cibles et est donc naturellement plus importante.

Ces effets combinés (faible nombre d'événements, nombre d'itérations important et combinaison des deux détecteurs) expliquent également que l'incertitude dans chaque bin de l'espace des phases réduit (Figure 6.1 (a)) est parfois très importante pour $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$. Rappelons toutefois que ces incertitudes seules ne contiennent pas toute l'information puisqu'elles sont artificiellement augmentées à cause des migrations d'un bin vers un autre qui sont la conséquence des multiples applications de l'unfolding. La matrice de covariance (ou de corrélation) qui conserve une trace des ces migrations est une donnée complémentaire essentielle pour la lecture correcte du résultats et des incertitudes.

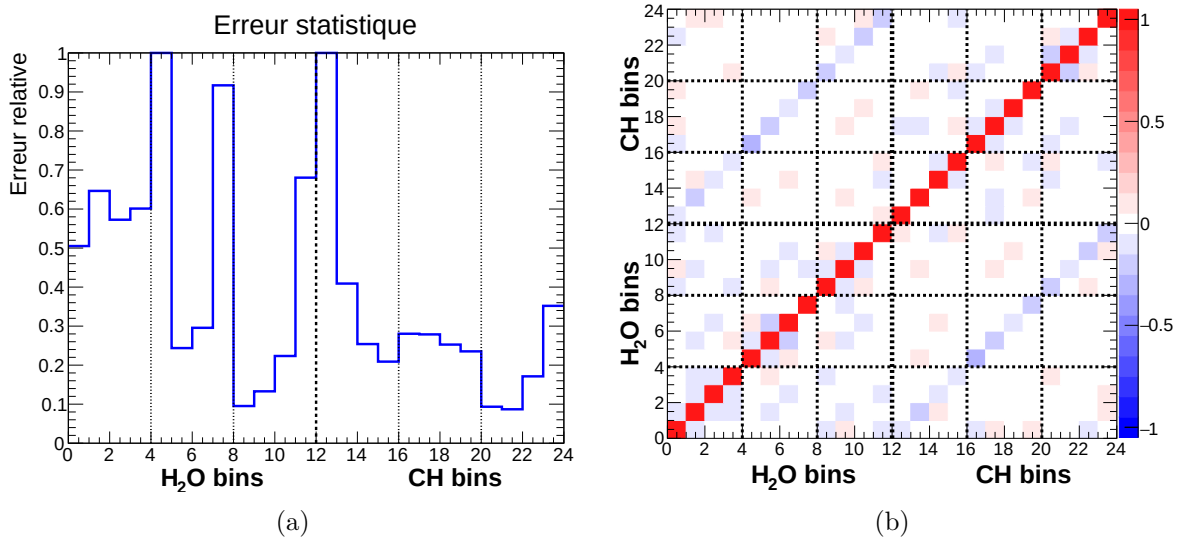


FIGURE 6.1 – (a) Erreur statistique relative et (b) matrice de corrélation provenant des incertitudes statistiques. L'ordre des bins est donné par (6.8) : chaque bloc de 4 bins correspond à une impulsion p_μ donnée.

Dans la suite de ce chapitre, pour représenter graphiquement chaque incertitude systématique, nous utiliserons de la même manière l'erreur statistique relative dans chacun des bins et la matrice de corrélation (6.7), avec les bins ordonnés selon (6.8).

6.2 Incertitudes systématiques $\Delta\sigma^{\text{syst}}$

Les incertitudes systématiques ont pour but de couvrir les imperfections de notre simulation. Cela peut arriver à chacune des trois étapes principales de celle-ci :

1. une incertitude sur la modélisation du flux de neutrinos incidents (Section 6.2.1) ;
2. une incertitude sur les interactions des neutrinos dans les détecteurs cibles (Section 6.2.2) ;
3. une incertitude sur la réponse du détecteur au passage des particules produites (Section 6.2.3).

Pour évaluer l'erreur systématique associée à notre résultat, nous modifierons notre simulation pour chaque source d'erreur. Nous obtiendrons ainsi une valeur modifiée des efficacités ϵ'_t , du flux Φ' , du nombre de nucléons T' , de la matrice d'unfolding $\mathcal{U}'$ et du coefficient de pondération β' avec lesquels

nous pourrions extraire une valeur modifiée des sections efficaces $\sigma'_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ'_{CH} . Les erreurs seront alors calculées selon

$$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{syst}} = |\sigma'_{\text{H}_2\text{O}} - \sigma_{\text{H}_2\text{O}}|, \quad \Delta\sigma_{\text{CH}}^{\text{syst}} = |\sigma'_{\text{CH}} - \sigma_{\text{CH}}|, \quad \Delta \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}}{\sigma_{\text{CH}}} = \left| \frac{\sigma'_{\text{H}_2\text{O}}}{\sigma'_{\text{CH}}} - \frac{\sigma_{\text{H}_2\text{O}}}{\sigma_{\text{CH}}} \right|. \quad (6.10)$$

Pour tenir compte des corrélations entre les bins nous donnerons également l'expression de la matrice de corrélation définie à partir de la matrice de covariance $(\text{Cov})_{tt'} \equiv \Delta\sigma_t \cdot \Delta\sigma_{t'}$ selon (6.7). Les erreurs provenant de sources d'incertitudes indépendantes ne seront pas corrélées et donc simplement additionnées en quadrature.

Notons enfin que la fonction d'unfolding est définie par l'application de n_S itérations de l'algorithme d'unfolding itératif

$$\mathbb{U}_t(N_r) = \left[\sum_r U_{tr}^n N_r \right]_{n=0 \rightarrow n_S} \quad (6.11)$$

avec $n_S = 16$ pour le WaterModule et $n_S = 10$ pour le Proton Module. Le nombre d'itérations n_S , dicté par les données, ne sera pas modifié dans cette étude; nous modifierons seulement le prior et la matrice de réponse qui permettent de construire la première application de la matrice d'unfolding.

6.2.1 Incertitudes sur le flux de neutrinos incidents

Les neutrinos ν_μ du flux sur axe de l'expérience T2K ont une énergie comprise entre 0 et 30 GeV, avec un flux maximum entre 1 et 3 GeV. Pour étudier les incertitudes de ce flux, nous utilisons la matrice de covariance fournie par la collaboration T2K. Pour cela, un binning sur l'intervalle $[0 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}]$ est défini de la manière suivante [42] :

$$E_\nu \in \begin{cases} [0 \text{ GeV}, 3 \text{ GeV}] & : 15 \text{ bins de largeur } 200 \text{ MeV} \\ [3 \text{ GeV}, 4 \text{ GeV}] & : 1 \text{ bin de largeur } 1 \text{ GeV} \\ [4 \text{ GeV}, 10 \text{ GeV}] & : 3 \text{ bins de largeur } 2 \text{ GeV} \\ [10 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}] & : 1 \text{ bin de largeur } 20 \text{ GeV} \end{cases} \quad (6.12)$$

Notons Φ_k la valeur du flux de neutrinos dans un bin k donné. Pour décrire les variations du flux nous considérons les Φ_k comme des variables aléatoires corrélées dont la matrice de corrélation est représentée sur la Figure 6.2. Comme pour l'étude de l'erreur statistique nous effectuons 1000 tirages aléatoires de ces variables Φ_k ; à partir de chacun de ces tirages nous pouvons obtenir une nouvelle valeur de l'efficacité e'_t , de la fonction d'unfolding $\mathbb{U}'$ et du flux total $\Phi' \equiv \sum_k \Phi_k$, conduisant à une nouvelle valeur de la section efficace $\sigma_t^{(i)}$ pour chaque tirage i .

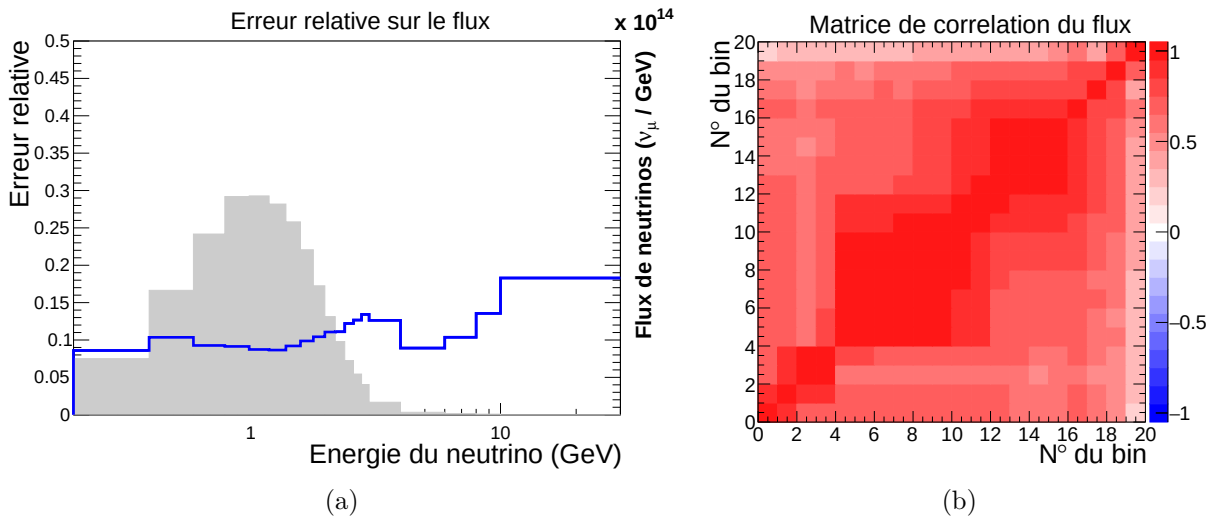


FIGURE 6.2 – (a) Erreur relative et flux nominal, (b) matrice de corrélation des incertitudes sur le flux de ν_μ sur l'axe du faisceau de T2K. Le binning est défini par (6.12).

Comme on peut le voir sur la Figure 6.2 (b), les Φ_k sont très fortement et positivement corrélés, c'est-à-dire $\forall k, k', (\text{Cor})_{kk'} \simeq 1$. Cela signifie que l'incertitude sur le flux est principalement un effet de normalisation

$$\forall k, \Phi_k \sim \alpha \cdot \Phi_k^0 \quad (6.13)$$

en notant Φ_k^0 le flux nominal dans le bin k .

La matrice de covariance entre les 24 bins utilisés pour l'analyse de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} s'écrit comme dans la Section 6.1 comme

$$\forall t, t', (\text{Cov})_{tt'} \equiv \mathbb{E} \left[\Delta\sigma_t^{(i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(i)} \right] \simeq \frac{1}{N_T - 1} \sum_{\text{tirage } i} \Delta\sigma_t^{(i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(i)} \quad (6.14)$$

avec, pour tout bin t dans l'espace des phases réduit, $\Delta\sigma_t^{(i)} \equiv \sigma_t'^{(i)} - \sigma_t^0$ et σ_t^0 la section efficace obtenue à partir du flux nominal. L'erreur systématique $\Delta\sigma_t^{\text{flux}}$ provenant de l'incertitude sur le flux de ν_μ s'obtient donc dans le bin t selon $\Delta\sigma_t^{\text{flux}} \equiv \sqrt{(\text{Cov})_{tt}}$.

En ce qui concerne les interactions des $\bar{\nu}_\mu$ et des ν_e dans les détecteurs cibles, nous devons étudier les variations du flux de $\bar{\nu}_\mu$ et de ν_e . Nous pourrions construire également une matrice de corrélation similaire à celle de la Figure 6.2. Cependant, sachant que

- l'effet dominant de ces incertitudes est un effet de normalisation similaire à celui des ν_μ (6.13) ;
- la contribution du bruit de fond $\bar{\nu}_\mu + \nu_e$ aux échantillons sélectionnés est faible ($\simeq 3\%$, voir Chapitre 4) ;

nous choisissons de couvrir simplement l'incertitude sur les flux des autres neutrinos par une incertitude sur leur normalisation de 10%, ce qui est l'ordre de grandeur de l'incertitude sur le flux de ν_μ .

Lorsque nous calculons la section efficace, une variation du flux peut affecter le résultat de deux manières. D'une part, nous pouvons obtenir une distribution en énergie des neutrinos différente, ce qui va induire une modification du poids relatif des différents types d'interactions : par exemple, si l'énergie moyenne diminue, la proportion des interactions quasi-élastiques va augmenter. D'autre part, le flux total permet de normaliser la section efficace (facteur $1/\Phi$ dans l'expression (6.2)). Les variations du flux correspondant principalement à un effet de normalisation, leur effet sur la section efficace est similaire : c'est ce que montre la matrice de corrélation présente sur la Figure 6.3.

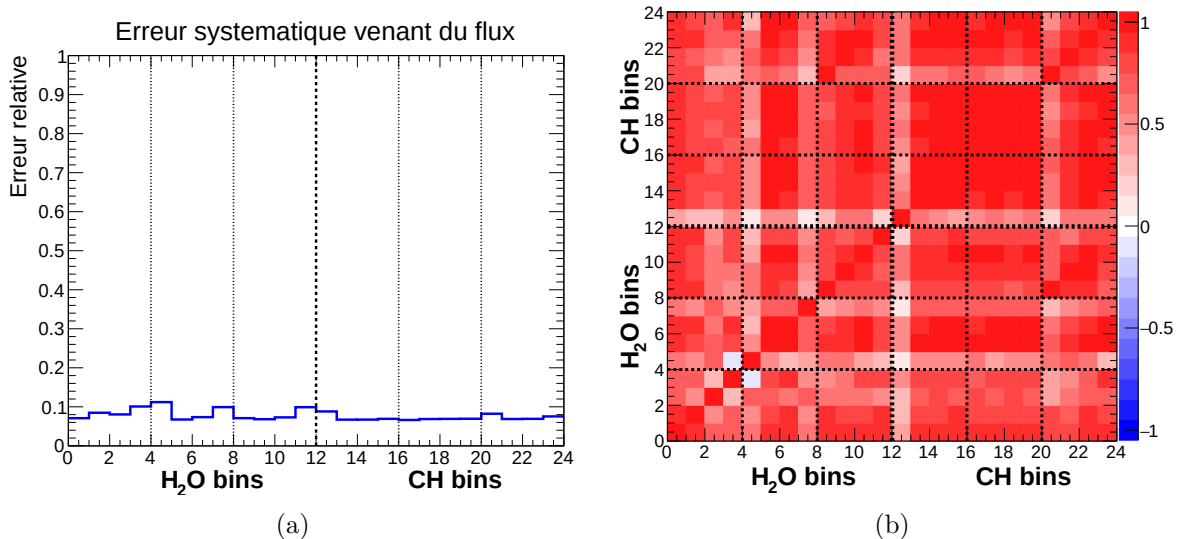


FIGURE 6.3 – (a) Erreur systématique relative et (b) matrice de corrélation provenant des incertitudes sur le flux. L'ordre des bins est donné par (6.8) : chaque bloc de 4 bins correspond à une impulsion p_μ donnée.

La Table 6.1 résume les contributions de chaque saveur de neutrino à ces erreurs. Les variations du flux opèrent de manière simultanées sur le Proton Module et le WaterModule ; pour cette raison l'erreur sur le rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$ provenant des incertitudes sur le flux est extrêmement réduite.

Source d'incertitude	$\Delta\sigma_{\text{PM}} = \Delta\sigma_{\text{CH}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{WM}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}(\%)$
Flux de ν_μ	6.6	6.8	6.8	1.1
Flux de $\bar{\nu}_\mu, \nu_e$	0.3	0.3	0.3	0.1
Total	6.6	6.8	6.8	1.1

TABLE 6.1 – Erreurs systématiques liées aux incertitudes sur le flux de neutrinos.

6.2.2 Incertitudes sur les modèles d'interactions

Les modèles d'interactions des neutrinos forment la seconde source importante d'incertitude. Comme nous l'avons montré dans le Chapitre 1, les interactions neutrinos-noyaux ne peuvent pas être décrites analytiquement ; les modèles utilisés dans notre simulation NEUT suivent une approche phénoménologique qui introduit des paramètres libres lorsque la description théorique devient impossible. Cependant, l'ajustement de ces paramètres libres aux données existantes n'est pas parfait et la valeur de chaque paramètre est donc naturellement accompagnée d'une erreur. Nous référons à la Table 1.11 qui regroupe les paramètres libres de notre simulation, leur valeur après ajustement et l'incertitude associée.

Pour chaque paramètre X_p notons $\bar{X}_p$ la valeur permettant le meilleur ajustement et σ_p l'incertitude associée. Nous effectuons $N_T = 5000$ tirages aléatoires¹ de la valeur du paramètre selon une distribution gaussienne

$$X_p \sim \mathcal{N}(\bar{X}_p, \sigma_p) \quad (6.15)$$

et nous pouvons obtenir, pour chaque tirage i du paramètre X_p , une valeur modifiée de l'efficacité e'_t et de la fonction d'unfolding $\mathbb{U}$ conduisant à une nouvelle valeur de la section efficace $\sigma_t^{(p,i)}$. L'exposant (p,i) désigne le i -ème tirage du paramètre p .

Comme précédemment, la matrice de covariance ($\mathbb{Cov}_p$) provenant de l'incertitude sur le paramètre X_p est définie comme

$$\forall t, t', (\mathbb{Cov}_p)_{tt'} \equiv \mathbb{E} \left[\Delta\sigma_t^{(p,i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(p,i)} \right] \simeq \frac{1}{N_T - 1} \sum_{\text{tirage } i} \Delta\sigma_t^{(p,i)} \cdot \Delta\sigma_{t'}^{(p,i)} \quad (6.16)$$

avec, pour tout bin t dans l'espace des phases réduit, $\Delta\sigma_t^{(p,i)} \equiv \sigma_t^{(p,i)} - \sigma_t^0$ et σ_t^0 la section efficace obtenue à partir de la valeur centrale du paramètre $\bar{X}_p$. L'erreur systématique $\Delta\sigma_t^{\text{par},p}$ provenant de l'incertitude sur le paramètre X_p s'obtient donc dans le bin t selon $\Delta\sigma_t^{\text{par},p} \equiv \sqrt{(\mathbb{Cov}_p)_{tt}}$.

Les tirages sont effectués de manière indépendante pour chaque paramètre. Nous obtenons ainsi la matrice de covariance totale provenant des incertitudes sur tous les modèles d'interactions comme

$$\mathbb{Cov}_{\text{inter}} = \sum_p \mathbb{Cov}_p \quad (6.17)$$

et l'erreur systématique totale s'exprime selon

$$\Delta\sigma_t^{\text{inter}} = \sqrt{\sum_p (\Delta\sigma_t^{\text{par},p})^2}. \quad (6.18)$$

La Table 6.2 détaille les contributions de chaque paramètre à l'erreur systématique totale et la Figure 6.4 montre l'erreur systématique relative ainsi que la matrice de corrélation entre les 24 bins de l'analyse sous l'effet des variations des paramètres des modèles d'interactions. Les principales contributions à l'erreur systématique totale proviennent des paramètres décrivant :

- les interactions $\text{CC}1\pi$ (C_A^5 , M_A^{RES} et $N\pi$ non-résonant) ;
- les interactions de l'état final (FSI) qui sont responsables par exemple de l'absorption de pions produits dans le noyau (ce sont ces interactions qui nous ont conduit à définir et utiliser la catégorie $\text{CC}1\pi$ plutôt que les interactions résonantes à proprement parler) ;
- les bruits de fond principaux $\text{CC}0\pi$ (M_A^{QE} , 2p-2h) et Divers CC (paramètre "Autres CC").

1. Pour des raisons pratique (faible temps de calcul) nous avons pu prendre un nombre de tirage plus important que pour l'étude des incertitudes statistiques et liées au flux. L'estimateur de la covariance (6.16) se trouve être ainsi légèrement plus précis.

Paramètre	$\Delta\sigma_{\text{CH}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}(\%)$
M_A^{QE}	2.4	5.3	3.2
C_A^5	3.6	2.7	0.8
M_A^{RES}	3.3	1.1	1.9
$N\pi$ non-résonant	0.3	1.4	0.8
Autres CC	3.1	1.4	1.7
Autres NC	0.1	0.3	0.3
CC Cohérentes ^{12}C	0.4	0.2	0.2
CC Cohérentes ^{16}O	-	0.7	0.7
NC Cohérentes ^{12}C	< 0.1	< 0.1	< 0.1
NC Cohérentes ^{16}O	-	< 0.1	< 0.1
p_F ^{12}C	0.1	< 0.1	0.1
p_F ^{16}O	-	0.2	0.2
E_b ^{12}C	< 0.1	< 0.1	< 0.1
E_b ^{16}O	-	< 0.1	< 0.1
2p-2h ^{12}C	1.5	0.9	1.8
2p-2h ^{16}O	-	3.8	3.8
FSI - absorption du π	0.9	1.6	2.3
FSI - échange de charge (BE)	0.8	0.2	1.0
FSI - échange de charge (HE)	0.2	1.0	0.7
FSI - diffusion élastique (BE)	2.5	0.5	2.5
FSI - diffusion élastique (HE)	0.8	1.0	0.2
FSI - production du π	0.5	0.8	0.2
Erreur totale	7.0	7.9	7.0

TABLE 6.2 – Erreur systématique relative sur les sections efficaces totales provenant de l’incertitude sur chaque paramètre.

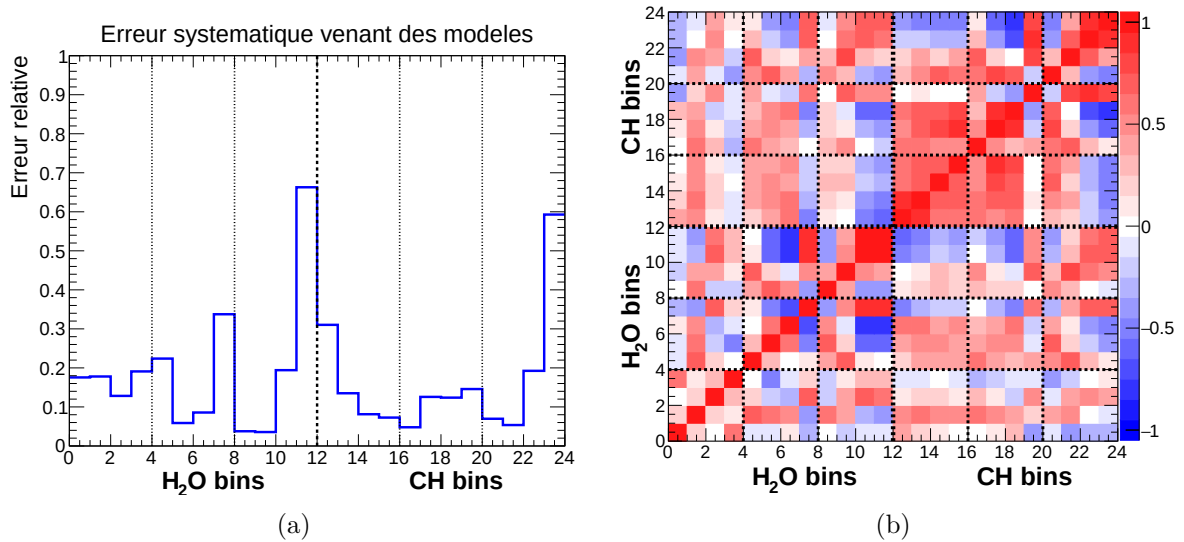


FIGURE 6.4 – (a) Erreur systématique relative et (b) matrice de corrélation provenant des incertitudes sur les paramètres des modèles d’interaction. L’ordre des bins est donné par (6.8) : chaque bloc de 4 bins correspond à une impulsion p_μ donnée.

Nous obtenons une erreur systématique relative d’environ 7 % sur les sections efficaces totales σ_{CH} , $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et sur le rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$. L’erreur sur le rapport n’est ni plus importante (comme c’est le

cas pour l'incertitude statistique) ni plus faible (comme pour l'erreur provenant des variations du flux) puisqu'ici nous avons un comportement mixte :

- certains paramètres agissent de manière corrélées sur les deux types de noyaux (C et O) et leur contribution se compense donc pour le rapport des sections efficaces : ce sont les paramètres décrivant les interactions sur un nucléon (M_A^{QE} , M_A^{RES} , "Autres CC" etc) ;
- certains paramètres sont indépendants pour les deux éléments et leurs erreurs s'ajoutent en quadrature (2p-2h, interactions cohérentes etc).

En ce qui concerne l'erreur dans chaque bin, nous observons pour certains bins une erreur une nouvelle fois très importante; il faut relier cela aux nombreuses corrélations que l'on peut observer (Figure 6.4 (b)).

6.2.3 Incertitudes sur la réponse des détecteurs

Le dernier groupe d'erreurs systématiques provient des incertitudes sur la réponse du détecteur. Notre sélection repose en particulier sur l'identification des traces avec la variable μ, π -likelihood qui est construite à partir du dépôt d'énergie des particules dans le détecteur (voir Section 4.1, équations (4.3-4.4)). Bien entendu, nous avons appliqué sur les données nos études d'étalonnage de la réponse énergétique : pour le WaterModule, il s'agit de ce que nous avons présenté au Chapitre 3; pour le Proton Module, les mêmes études ont été effectuées dans [84]. Cependant, nous observons une petite différence résiduelle entre les données et la simulation : c'est ce que nous allons étudier ici.

Les sources d'incertitudes sont ainsi les suivantes :

1. l'inefficacité de détection des scintillateurs ;
2. la réponse en énergie des scintillateurs en fonction de l'angle de la particule incidente ;
3. la saturation des molécules scintillantes dans les scintillateurs ;
4. la transmission optique entre scintillateurs voisins (pour les grilles du WaterModule).

Ces effets affectent le nombre de hits de chaque trace (1. et 4.) et/ou l'intensité de chaque dépôt d'énergie (2. à 4.).

Il existe également d'autres sources d'incertitudes qui n'affectent pas directement l'identification des traces, telles que l'incertitude sur la normalisation des bruits de fond externes ou sur le nombre de nucléons T dans le volume fiduciel des détecteurs cibles. Nous verrons quel est leur effet avant de conclure. Nous renvoyons le lecteur curieux à la note technique couvrant cette analyse [94] et aux références qui y figurent pour l'ensemble des détails se rapportant aux incertitudes sur la réponse du détecteur.

Toutes ces incertitudes sont complètement indépendantes entre les deux détecteurs, à l'exception notable de la saturation des molécules scintillantes dans les scintillateurs puisque tous les scintillateurs (WaterModule, Proton Module, modules d'INGRID) ont la même composition chimique.

1. Inefficacité de détection des scintillateurs

Lorsqu'une particule traverse un scintillateur, il peut arriver qu'elle effectue une partie de son trajet dans la couche de réflecteur. L'énergie déposée ne sera donc pas récupérée ni par les molécules scintillantes disséminées dans le polystyrène, ni par la fibre : la particule ne sera pas vue par ce scintillateur. Lors de la construction du WaterModule, nous nous sommes également aperçu que les scintillateurs pour les plans étaient moins larges que prévu (en moyenne, 23.6 mm au lieu de 25 mm) ; nous avons donc dû laisser par endroit un espace de l'ordre de 1 mm entre les scintillateurs. Si une particule vient à passer par cet espace entre les scintillateurs, elle ne sera pas vue non plus !

Nous avons tâché de reproduire dans notre simulation la géométrie précise de la couche de réflecteur ainsi que la taille et la position précise des scintillateurs obtenues avec nos mesures (voir Figure 3.5). Pour quantifier toute différence résiduelle, nous définissons l'*efficacité* ε d'un plan de scintillateurs selon

$$\varepsilon = \frac{N(\text{hits})}{N(\text{traversés})} \quad (6.19)$$

où $N(\text{hits})$ est le nombre de hits observés et $N(\text{traversés})$ est le nombre de scintillateurs traversés. D'un point de vue pratique, nous procédons comme suit : en parcourant la trace du premier au dernier hit, nous vérifions si chaque scintillateur sur le trajet de la particule présente bien un hit. L'*inefficacité* des scintillateurs correspond simplement à $1 - \varepsilon$.

La probabilité qu'une particule traverse uniquement le réflecteur ou passe par un espacement entre deux scintillateurs dépend principalement de l'angle d'incidence α de cette particule ; ainsi, les Figures 6.5 et 6.6 montrent la comparaison de l'efficacité $\varepsilon(\alpha)$ obtenue à partir des données et de la simulation, pour le WaterModule et le Proton Module respectivement, en fonction de cet angle d'incidence α . Nous utilisons un échantillon de sand muons (produits dans le mur du puits) pour cette comparaison.

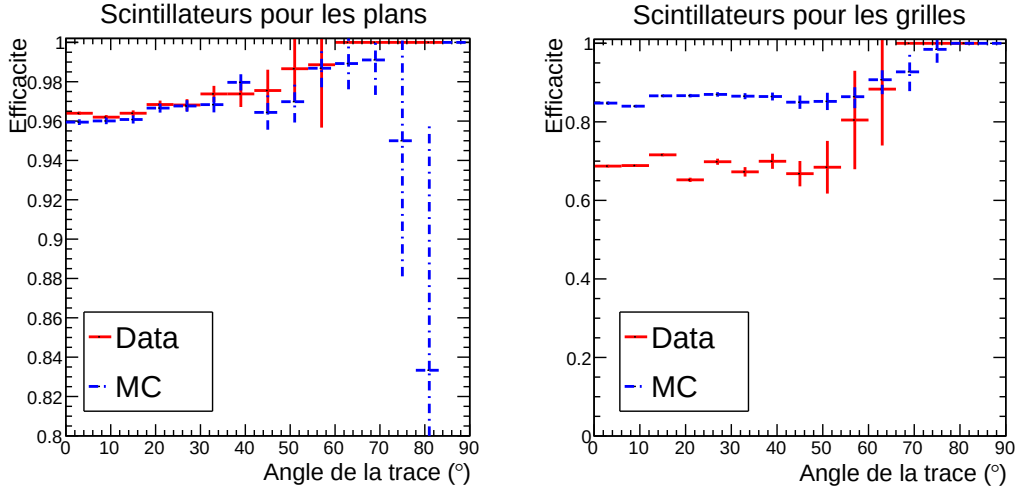


FIGURE 6.5 – Efficacité des scintillateurs du WaterModule en fonction de l'angle de la trace. Comparaison données/simulation sur un échantillon de sand muons.

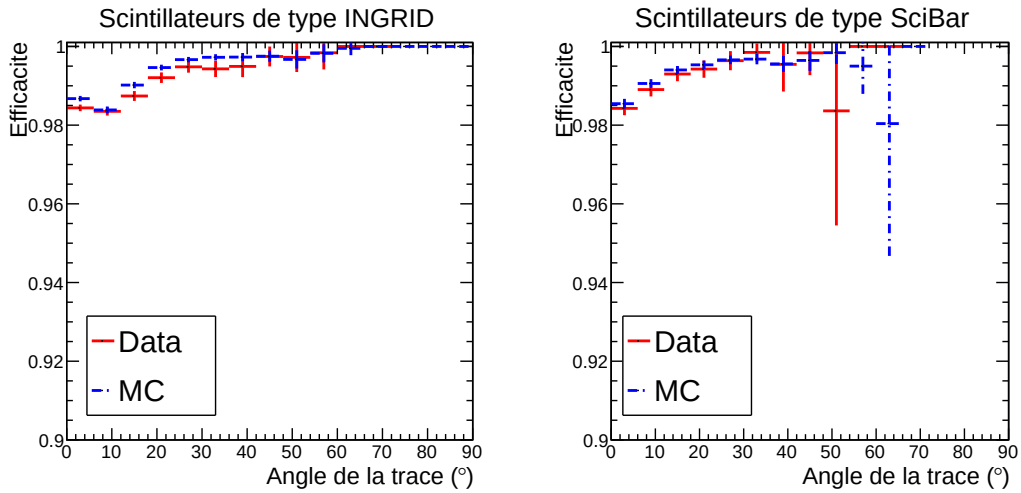


FIGURE 6.6 – Efficacité des scintillateurs du Proton Module en fonction de l'angle de la trace. Comparaison données/simulation sur un échantillon de sand muons.

Nous observons un bon accord entre données et simulation pour le Proton Module et les plans du WaterModule. L'efficacité est très élevée ($\varepsilon \gtrsim 0.98$ pour le Proton Module, $\varepsilon \gtrsim 0.96$ dans les plans du WaterModule) et augmente avec l'angle de la trace : en effet, plus l'angle est important, plus la probabilité de passer dans l'espace entre les scintillateurs ou dans la couche de réflecteur sans toucher le matériau scintillant (c'est-à-dire l'inefficacité) est faible.

En ce qui concerne les grilles du WaterModule, l'efficacité mesurée à partir de la simulation est bien supérieure (+15% environ) à l'efficacité calculée à partir des données. Etant donné le très bon accord qui a été observé pour les autres configurations, il est peu probable qu'une telle différence puisse réellement venir des propriétés des scintillateurs.

Une explication peut venir d'un biais dans le calcul de $N(\text{traversés})$ pour les données. Prenons le cas d'une trace avec un petit angle : la plupart du temps, en passant au niveau de la grille, la particule va traverser la cellule d'eau et non les scintillateurs. Seulement 12 % de la section transverse du détecteur correspond aux scintillateurs. Pour savoir si un scintillateur est sur le trajet de la particule, il faut connaître très précisément la position de tout le réseau. Cependant :

- nos mesures de la position des scintillateurs ont révélé que les scintillateurs des grilles sont courbés et que les grilles ne sont donc pas orthogonales ;
- notre simulation nous permet uniquement des scintillateurs rectilignes et donc des grilles orthogonales, et nous n'avons donc pas pu enregistrer la position exacte du réseau.

Pour évaluer si un scintillateur est sur le trajet d'une particule, nous utilisons la géométrie simplifiée de notre simulation. Lorsque nous analysons les données il nous semble parfois observer un scintillateur traversé sans dépôt d'énergie. Nous interprétons cela à tort comme un signe de l'inefficacité des scintillateurs, alors qu'en réalité le scintillateur ne se trouvait pas sur le trajet de la particule (à cause par exemple de sa courbure). Ceci peut expliquer l'efficacité plus faible pour les données.

Afin d'évaluer l'impact de la faible différence entre données et simulation observée sur les Figures 6.5 et 6.6, nous modifions notre simulation. Lorsque $\varepsilon_{MC} > \varepsilon_d$ nous masquons certains hits des traces pour rééquilibrer les valeurs de l'efficacité des données ε_d et de la simulation ε_{MC} . La reconstruction et l'identification des particules de l'évènement peuvent s'en trouver modifiées. A partir de cette nouvelle simulation, nous pouvons extraire une section efficace modifiée σ'_t . La matrice de covariance est obtenue comme

$$\forall t, t', (\mathbb{Cov})_{tt'} = \Delta\sigma_t \cdot \Delta\sigma_{t'} \quad (6.20)$$

avec $\Delta\sigma_t = \sigma'_t - \sigma_t^0$ et σ_t^0 la section efficace nominale ; nous en extrayons l'erreur systématique dans chaque bin t comme

$$\Delta\sigma_t^{\text{syst}} = \sqrt{(\mathbb{Cov})_{tt}}. \quad (6.21)$$

Nous obtenons une erreur de 0.1 % sur la section efficace totale σ_{PM} et de 1.1 % sur la section efficace totale σ_{WM} (voir le récapitulatif sur la Table 6.3 et la Figure 6.9).

2. Réponse en énergie en fonction de l'angle

Comme nous l'avons mentionné précédemment, l'énergie déposée dans la couche de réflecteur ne peut pas être collectée par la fibre optique. La forme moyenne de cette couche de réflecteur (voir schémas de coupe des scintillateurs sur la Figure 2.10 et 4.3 (b)) a été reproduite le plus fidèlement possible, mais non parfaitement. La différence entre réalité et simulation peut faire qu'une particule ne soit pas vue dans un scintillateur, c'est ce que nous venons de voir, mais également que le dépôt d'énergie soit différent : c'est ce que nous allons étudier maintenant.

Nous utilisons un échantillon de sand muons pour comparer les données et notre simulation. Les Figures 6.7 et 6.8 montrent la distribution du dépôt d'énergie moyen dans les scintillateurs du Water-Module, du Proton Module et des modules d'INGRID, en fonction de l'angle d'incidence des muons sur chaque scintillateur. Nous ne nous intéressons pas aux grands angles puisque la faible statistique ne permet pas une comparaison fiable.

Afin d'évaluer l'impact de l'imperfection de notre simulation, nous modifions chaque dépôt d'énergie pe dans cette dernière selon

$$pe \rightarrow pe' = pe \times \frac{\langle dE/dz \rangle_{\text{data}}}{\langle dE/dz \rangle_{MC}} \quad (6.22)$$

ce qui a pour conséquence de modifier la valeur de notre variable μ, π -likelihood pour chaque trace. Nous obtenons ainsi une nouvelle valeur de l'efficacité ϵ'_t et de la fonction d'unfolding $\mathbb{U}'$, dont nous extrayons une section efficace modifiée σ'_t . La matrice de covariance et l'erreur systématique sont obtenues comme précédemment selon (6.20-6.21).

Pour finir, notons que l'incertitude sur le nombre de photo-électrons pe provenant de l'erreur de mesure sur la longueur d'atténuation de la fibre optique ($L_{\text{att}} = 497 \pm 10$ cm, voir Section 3.3.3) est incluse dans la correction (6.22). Il n'est donc pas nécessaire d'en tenir compte séparément.

Nous obtenons une erreur de 7.1 % sur la section efficace totale σ_{PM} et de 2.1 % sur la section efficace totale σ_{WM} (voir le récapitulatif sur la Table 6.3 et la Figure 6.9). Il convient de discuter ici de la valeur prise par l'erreur sur σ_{PM} , qui est très importante. Parmi ces 7.1 %, une partie est due à la

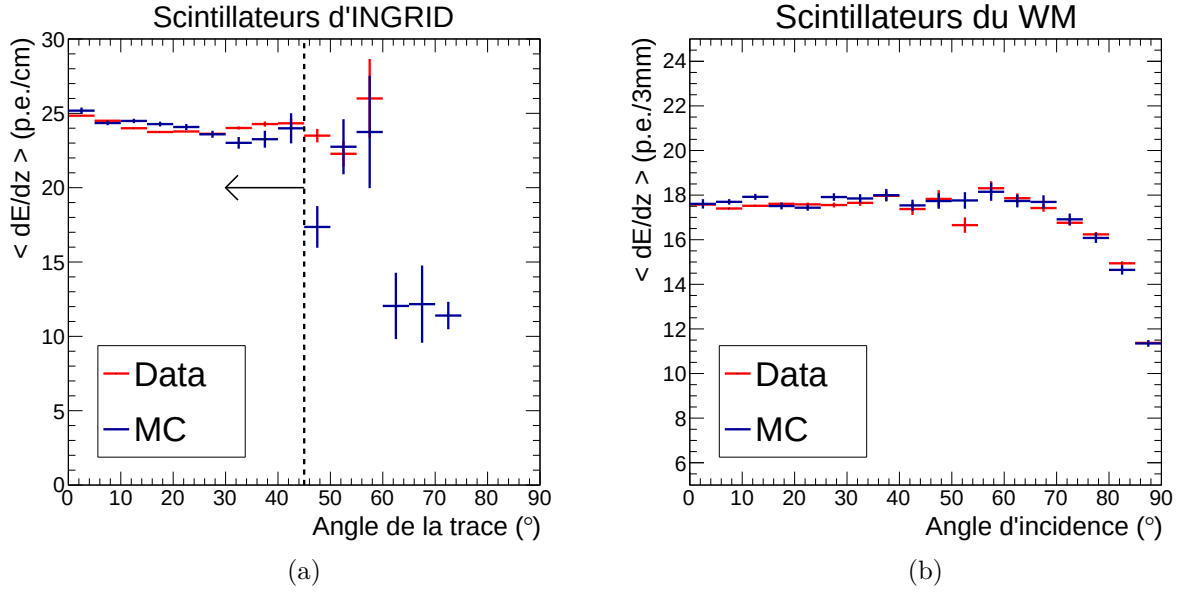


FIGURE 6.7 – Dépôt d'énergie moyen pour les scintillateurs (a) des modules d'INGRID (b) du Water-Module. Comparaison données/simulation sur un échantillon de sand muons.

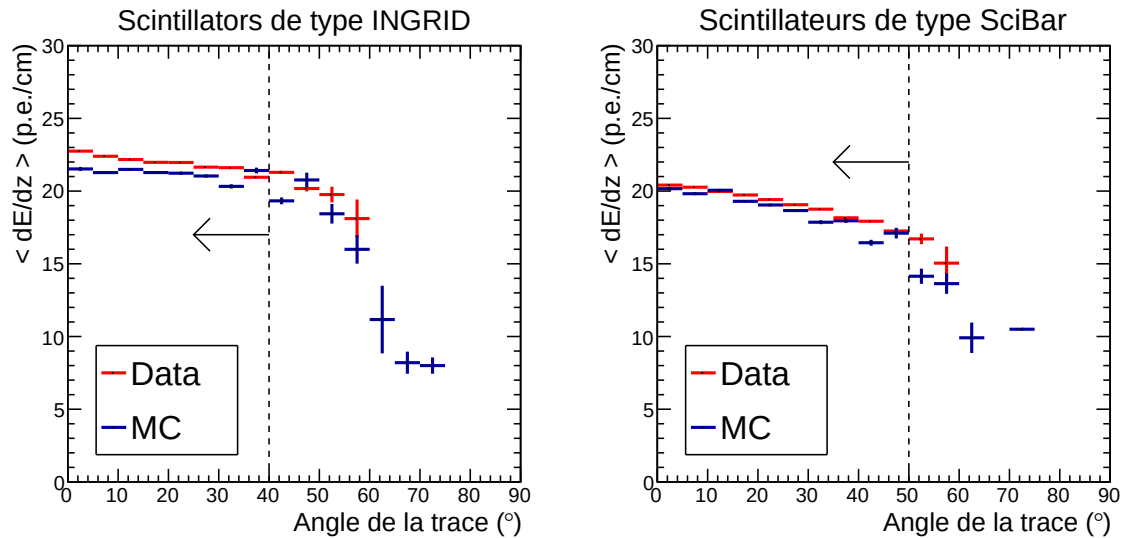


FIGURE 6.8 – Dépôt d'énergie moyen pour les scintillateurs du Proton Module. Comparaison données/simulation sur un échantillon de sand muons.

modification de la matrice de réponse utilisée dans l'unfolding (2 %) et une autre à la correction par l'efficacité (5 %). Par comparaison, la quasi-intégralité de l'erreur sur σ_{WM} (2 %) est due à la matrice de réponse. L'efficacité de la sélection est donc profondément modifiée par la correction (6.22) pour le Proton Module uniquement.

Bien que la Figure 6.8 montre une différence importante entre la réponse en énergie du Proton Module et la simulation, en particulier quant aux scintillateurs de type INGRID, nous restons sceptiques à la lecture de la valeur de cette incertitude. En effet, la distribution de la variable μ, π -likelihood présentée sur la Figure 4.6 montre un bon accord entre données et simulation, accord sensiblement de la même qualité que pour le WaterModule.

3. Saturation des molécules scintillantes

Comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre 3, les molécules scintillantes PPO et POPOP permettent de transformer l'énergie de désexcitation des molécules de polystyrène en lumière visible qui pourra être collectée et acheminée par la fibre optique. Cependant, si la particule dépose trop d'énergie

sur une courte distance (c'est-à-dire dE/dz élevé), il n'y aura pas assez de molécules scintillantes pour transformer toute l'énergie. Nous observons alors un effet de saturation qui peut être modélisé par la loi de BIRKS [95]

$$\text{pe} \rightarrow \frac{\text{pe}}{1 + c_B \cdot dE/dz} \quad (6.23)$$

avec c_B la constante de Birks qui caractérise notre matériau (polystyrène dopé avec 1% de PPO et 0.03% de POPOP). Cette constante a été mesurée avec les scintillateurs du Proton Module [96] :

$$c_B = 0.0208 \pm 0.0023 \text{ cm/MeV}. \quad (6.24)$$

Les relations (6.23-6.24) demeurent valides pour le WaterModule puisque les scintillateurs de tous les détecteurs ont exactement la même composition moléculaire. Cet effet de saturation est implémenté dans notre simulation en utilisant la valeur centrale $c_B = 0.0208 \text{ cm/MeV}$.

L'incertitude sur la valeur de la constante de Birks affecte néanmoins l'intensité des dépôts d'énergie, et ce de manière différente pour les protons, les muons et les pions. Comme nous l'avons montré lors de la construction de la variable μ, π -likelihood, nous avons

$$\begin{cases} \langle dE/dz \rangle_{\mu, \pi} \simeq 2 \text{ MeV/cm} \\ \langle dE/dz \rangle_p \simeq 3 - 5 \text{ MeV/cm}. \end{cases} \quad (6.25)$$

Ainsi, l'incertitude que nous avons sur le nombre de photo-électrons s'évalue selon

$$\frac{\delta(\text{pe})}{\text{pe}} = -\delta c_B \cdot \frac{dE}{dz} \quad (6.26)$$

c'est-à-dire environ 1% sur les hits de protons et 0.5% pour les hits de muons ou de pions. Cet effet non négligeable va modifier la valeur que prendra notre variable d'identification des particules pour chaque trace. Précisons que l'effet de saturation permet une correction complémentaire de celle étudiée au point 2. Nous avons corrigé le nombre de photo-électrons pe en fonction de l'angle de chaque trace, de la même manière pour toutes les particules ; ici, notre correction sur pe est fonction la densité du dépôt d'énergie et agit ainsi différemment pour chaque type de particule.

Afin d'évaluer l'erreur systématique associée nous modifions notre simulation d'une part avec la valeur $c_B^+ = 0.0208 + 0.023 \text{ cm/MeV}$ et d'autre part avec $c_B^- = 0.0208 - 0.023 \text{ cm/MeV}$. Nous obtenons ainsi, dans chaque cas, des efficacités $\epsilon_t^\pm$ et une matrice d'unfolding $\mathbb{U}^\pm$ différentes qui nous permettent d'extraire une valeur différente de la section efficace $\sigma_t^\pm$. L'erreur systématique est obtenue dans chaque bin comme

$$\Delta\sigma_t^{\text{syst}} \equiv \max (|\sigma_t^+ - \sigma_t^0| ; |\sigma_t^- - \sigma_t^0|) \quad (6.27)$$

avec σ_t^0 la section efficace obtenue avec la valeur centrale de la constante de Birks. Nous obtenons une erreur de 2.2 % sur la section efficace totale σ_{PM} et de 2.9 % sur la section efficace totale σ_{WM} (voir le récapitulatif sur la Table 6.3 et la Figure 6.9).

4. Transmission optique entre scintillateurs (*cross-talk*)

Lorsque la lumière émise dans un scintillateur arrive à franchir la couche de réflecteur pour entrer dans un scintillateur voisin et déclencher un hit supplémentaire, nous parlons de *cross-talk* (transmission optique croisée). L'effet a été mis en évidence pour les scintillateurs de type SciBar dans le Proton Module dans [84] ; après correction, nous obtenons un bon accord entre données et simulation.

En ce qui concerne le WaterModule, nous observons également du *cross-talk* entre les scintillateurs des grilles [86]. La couche de réflecteur au niveau des fentes qui permettent l'entrecroisement des scintillateurs a été peinte manuellement (voir Figure 3.2) et il se peut qu'elle soit donc plus fine par endroits, favorisant l'apparition de ce *cross-talk*.

L'intensité de la transmission optique entre scintillateurs a été mesurée dans [86] : 1.5% de la lumière produite dans un scintillateur des 4 premières grilles est détectée dans un scintillateur voisin (0.7% de la lumière des scintillateurs des 12 autres grilles²). Ces valeurs ont été implémentées dans la simulation.

2. Voir Section 3.1.3. Lorsque nous avons découvert cet effet, après l'assemblage du premier sous-module, nous avons décidé de recouvrir de spray noir les scintillateurs restants. Pour cette raison la transmission optique est plus faible dans les trois sous-modules restants.

La différence résiduelle entre données et simulation peut être couverte par une variation de l'intensité de la transmission de $\pm 0.5\%$.

Pour évaluer l'erreur systématique associée, nous utilisons donc une simulation avec un taux de transmission modifié de $+0.5\%$ puis -0.5% qui nous permet d'obtenir des valeurs modifiées de l'efficacité $e_t^\pm$, de la fonction d'unfolding $U^\pm$ et donc des sections efficaces $\sigma_t^\pm$. L'erreur la plus grande, venant du taux $+0.5\%$, est utilisé comme erreur systématique en définissant comme précédemment

$$\Delta\sigma_t^{\text{syst}} = \sqrt{(\mathbb{Cov})_{tt'}} \quad \text{avec} \quad \forall t, t', (\mathbb{Cov})_{tt'} = \Delta\sigma_t \cdot \Delta\sigma_{t'} \quad (6.28)$$

où $\Delta\sigma_t \equiv \sigma_t^+ - \sigma_t^0$ et σ_t^0 la section efficace obtenue à partir de la transmission optique nominale. Cela correspond à une erreur de 0.6 % sur la section efficace totale σ_{WM} .

Autres sources d'incertitude

Au-delà des sources d'incertitudes principales agissant sur la variable d'identification des traces nous devons également tenir compte d'autres sources d'incertitudes. Tous les détails peuvent être consultés dans la note technique relative à cette thèse [94].

1. Le nombre de nucléons T dans le volume fiduciel : cette incertitude affecte la normalisation de la section efficace, c'est-à-dire qu'elle induit une variation complètement corrélée entre tous les bins t . Le calcul de cette incertitude est présenté en Annexe D.2.3 : nous obtenons une erreur de 0.4 % sur σ_{PM} et de 0.2 % sur σ_{WM} .
2. La superposition d'événements (*pile-up*) : si deux événements apparaissent en même temps dans le détecteur, il peut arriver que l'algorithme de reconstruction ne soit pas capable de les séparer (si ils sont observés dans la même partie du détecteur). Si par exemple l'on reconstruit simultanément dans le détecteur un événement sand muon touchant un plan veto et un événement neutrino dans le volume fiduciel, l'événement global sera considéré comme touchant le plan veto et donc rejeté au moment de construire l'échantillon fiduciel (voir Section 4.3.1). Cet effet induit une incertitude sur le nombre total d'événements sélectionnés, donc sur la normalisation des sections efficaces σ_{WM} et σ_{PM} , de 0.5 % [86].
3. Les interactions hadroniques dans le détecteur : les protons, neutrons et pions produits par les interactions des neutrinos se propagent ensuite dans le détecteur. Leurs interactions avec la matière (diffusion élastique, absorption et réémission par les noyaux) ne sont pas parfaitement reproduites dans notre simulation. Cela induit une incertitude de 0.9 % sur σ_{PM} et de 2.2 % sur σ_{WM} , que l'on obtient en changeant le modèle de propagation des hadrons dans la simulation.
4. La normalisation des bruits de fond externes : dans l'analyse présentée dans [86], le bruit de fond venant des interactions dans les modules d'INGRID représente 3.3% de l'échantillon fiduciel du WaterModule, alors que nous n'obtenons que 1.8% (voir discussion dans l'Annexe C.3). Nous pouvons donc considérer que nous avons une incertitude d'environ 80% sur le nombre d'événements INGRID. Pour le Proton Module, ces contributions sont respectivement de 4.3 % et 2.5% ce qui représente une incertitude d'environ 70%.

En ce qui concerne la normalisation des événements produits dans le mur du puits, nous considérons une incertitude de 50% de la même manière que [86].

Ces incertitudes sont dues à la difficulté de simuler correctement les interactions dans les modules d'INGRID et dans le mur du puits, étant donné la densité et le volume de matière sur laquelle les neutrinos peuvent interagir. Sachant qu'elles sont simulées de la même manière pour les deux détecteurs cibles, nous allons considérer que l'erreur associée est complètement corrélée entre le WaterModule et le Proton Module.

L'incertitude sur le nombre d'interaction dans le mur du puits ou les modules d'INGRID, obtenue en comparant notre simulation à [86], est propagée dans notre analyse. Nous obtenons, pour les événements dans le mur du puits (catégorie "Wall") des erreurs de 1.1 % sur σ_{PM} et de 1.3 % sur σ_{WM} . L'incertitude provenant des événements dans les modules d'INGRID est de l'ordre de 0.1 % pour les deux détecteurs. L'incertitude provenant des interactions dans le mur du puits est plus importante car cette catégorie d'interaction est présente de manière significative dans l'échantillon de contrôle $\text{CC}0\pi$ (voir Figures C.19 et C.21 en annexe).

Récapitulatif

La Table 6.3 récapitule les contributions des différentes sources d'incertitude à l'erreur systématique totale sur la réponse du détecteur. La contribution dominante provient de la réponse énergétique des scintillateurs du Proton Module en fonction de l'angle de la trace (7.1 % sur σ_{CH} , 9.1 % sur $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$), erreur dont nous avons discuté la valeur lors de l'étude détaillée de cette source d'incertitude (voir 2.). Nous continuerons à utiliser dans la suite la valeur élevée de cette erreur puisqu'elle n'augmente que de 2 % l'erreur totale obtenue en combinant toutes les sources d'incertitude.

Source d'incertitude	$\Delta\sigma_{\text{CH}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{WM}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}(\%)$
Inefficacité des scintillateurs	0.1	1.1	1.3	1.3
Réponse énergétique angulaire	7.1	2.1	4.4	9.1
Saturation de Birks*	2.2	2.9	3.2	1.7
Transmission optique	-	0.6	0.7	0.7
Nombre de nucléons	0.4	0.2	0.3	0.5
Pile-up	0.5	0.5	0.6	0.8
Interactions hadroniques	0.9	2.2	2.9	3.1
Bruits de fond externes* : – Wall	1.1	1.3	1.4	< 0.1
– Ingrid	< 0.1	0.1	0.1	0.1
Total	7.9	4.6	6.5	9.9

TABLE 6.3 – Récapitulatif des erreurs systématiques sur la réponse du détecteur. Par construction, $\Delta\sigma_{\text{PM}} = \Delta\sigma_{\text{CH}}$. Les erreurs avec une astérisque (*) agissent de manière corrélées entre les deux détecteurs cibles.

La Figure 6.9 montre l'erreur systématique relative et la matrice de corrélation entre les 24 bins de l'analyse sous l'effet des variations de la réponse du détecteur. Nous pouvons effectuer deux observations : premièrement, il n'y a que très peu de corrélations entre $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et σ_{CH} puisque les sources d'incertitudes sont très majoritairement indépendantes entre les deux détecteurs; deuxièmement, la valeur de l'erreur dans certains bins est une fois de plus très importante, ce qui est dû aux larges corrélations et anticorrélations qui sont illustrées sur la Figure 6.9 (b).

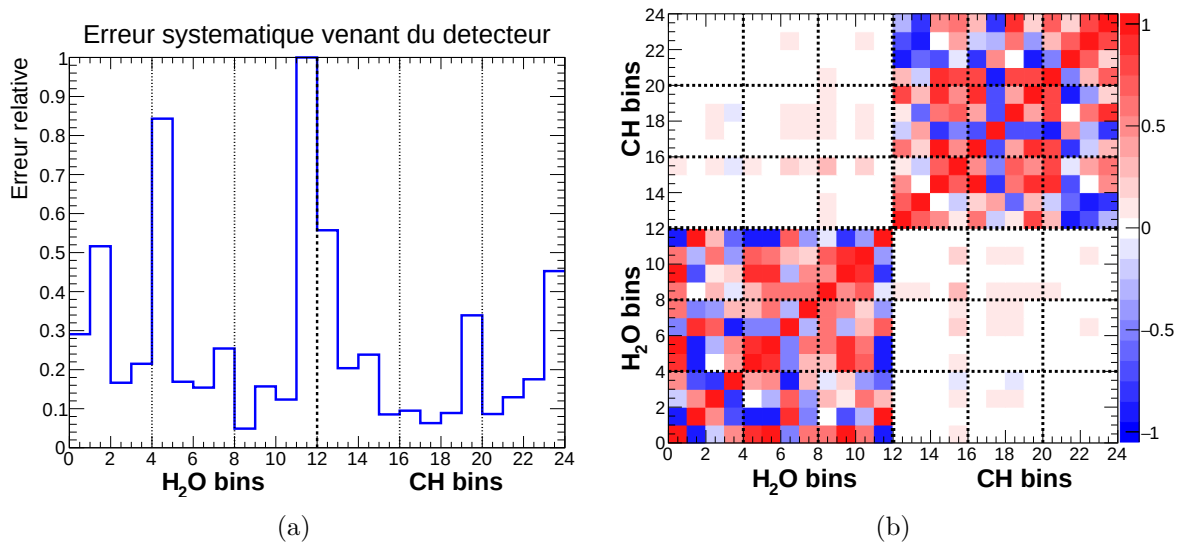


FIGURE 6.9 – (a) Erreur systématique relative et (b) matrice de corrélation provenant des incertitudes sur la réponse du détecteur. L'ordre des bins est donné par (6.8) : chaque bloc de 4 bins correspond à une impulsion p_μ donnée.

6.3 Conclusion

Pour conclure ce chapitre sur la détermination des erreurs statistiques et systématiques accompagnant notre mesure, nous récapitulons dans la Table 6.4 les différentes sources d'incertitude étudiées. Nous obtenons une incertitude totale de 13.3 % sur σ_{CH} , de 14.9 % sur $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ et de 16.1 % sur le rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$. Ces erreurs peuvent, à première vue, sembler très élevées mais sont au contraire plutôt faibles au regard d'autres résultats récents. Il est en effet difficile de mesurer les sections efficaces d'interaction des neutrinos sur les noyaux, d'une part en raison de la rareté des interactions des neutrinos et d'autre part à cause de la méconnaissance des processus physiques en jeu.

Source d'incertitude	$\Delta\sigma_{\text{CH}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}(\%)$	$\Delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}(\%)$
Statistique	4.6	8.5	10.6
Flux de neutrinos	6.6	6.8	1.1
Modèles d'interaction	7.0	7.9	7.0
Réponse du détecteur	7.9	6.5	9.9
Systématique totale	12.4	12.3	12.2
Incertitude totale	13.3	14.9	16.1

TABLE 6.4 – Récapitulatif de toutes les incertitudes associées à la mesure des sections efficaces $\text{CC}1\pi$.

La Figure 6.10 montre l'erreur systématique relative et la matrice de corrélation entre les 24 bins de l'analyse pour l'ensemble des incertitudes. Nous pouvons voir que l'erreur dans chacun des bins est parfois très importante, atteignant même 100 % ! Nous verrons dans le Chapitre 7 que lorsque nous en regroupons certains à l'aide de la matrice de covariance totale, l'erreur diminue fortement.

Nous pouvons également noter à partir de la Figure 6.10 (b) que les corrélations entre eau et plastique sont très réduites ; cette observation est cohérente puisque nous avons tiré la même conclusion pour les deux sources d'incertitudes dominantes (statistique et réponse du détecteur). Nos mesures de σ_{CH} et $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$, quasiment décorrélées, pourront ainsi être utilisées indépendamment l'une de l'autre par la communauté.

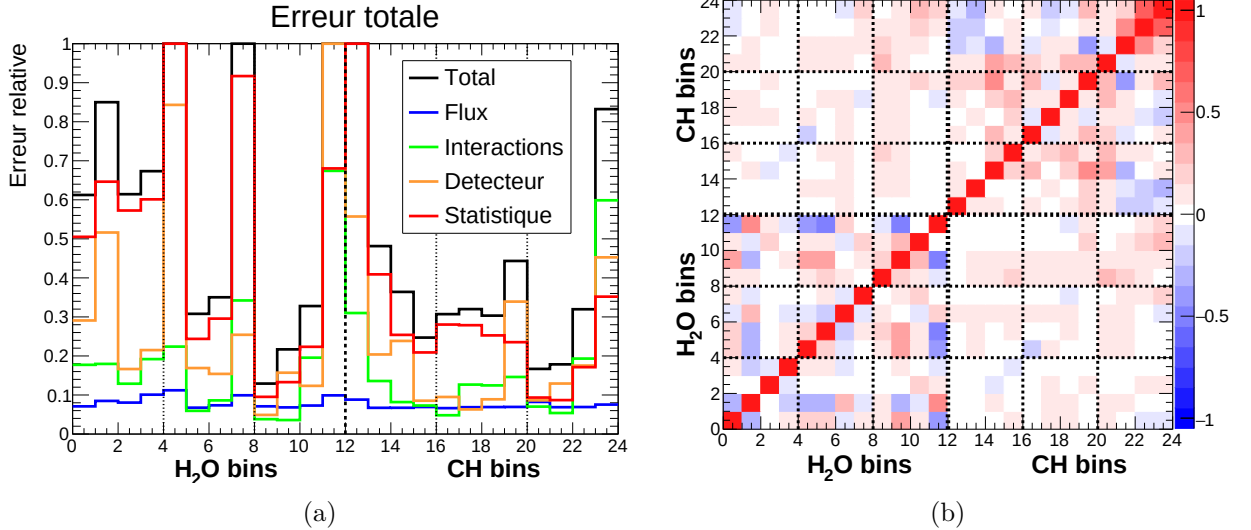


FIGURE 6.10 – (a) Erreur systématique relative et (b) matrice de corrélation provenant de l'ensemble des incertitudes. L'ordre des bins est donné par (6.8) : chaque bloc de 4 bins correspond à une impulsion p_μ donnée.

Chapitre 7

Résultats

Neutrino physics is largely an art of learning a great deal by observing nothing.
Haim Harari

Nous avons présenté dans le Chapitre 4 la construction d'un échantillon d'interactions $CC1\pi$. Au Chapitre 5, nous avons expliqué comment, à partir du nombre d'événements sélectionnés, nous pouvons obtenir les sections efficaces physiques σ_{CH} et σ_{H_2O} . Enfin, l'étude des incertitudes a été effectuée dans le Chapitre 6. Dans ce dernier chapitre, nous présentons les résultats de la mesure de la section efficace du canal d'interaction $CC1\pi$ sur l'eau et le polystyrène (CH), en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon, qui synthétisent notre travail. Nous verrons comment ces résultats s'accordent avec les prédictions des générateurs d'interactions NEUT [57] et GENIE [89] ainsi qu'avec les quelques autres mesures expérimentales disponibles.

7.1 Section efficace totale

Les sections efficaces totales s'obtiennent en additionnant la contribution de l'ensemble des bins décrivant l'espace réduit des variables cinématiques (θ_μ, p_μ) :

$$\theta_\mu < 50^\circ, \quad p_\mu > 400 \text{ MeV} \quad (7.1)$$

c'est-à-dire

$$\sigma = \sum_t \sigma_t \quad (7.2)$$

avec σ_t la section efficace dans le bin t .

Les sections efficaces observées sont

$$\begin{cases} \sigma_{WM} = 2.01 \times 10^{-39} \text{ cm}^2/\text{nuc} \pm 7.0\%(\text{stat.}) \pm 10.9\%(\text{syst.}) \\ \sigma_{PM} = 1.97 \times 10^{-39} \text{ cm}^2/\text{nuc} \pm 4.6\%(\text{stat.}) \pm 12.4\%(\text{syst.}) \end{cases} \quad (7.3)$$

desquelles nous extrayons les sections efficaces physiques

$$\begin{cases} \sigma_{H_2O} = 2.03 \times 10^{-39} \text{ cm}^2/\text{nuc} \pm 8.5\%(\text{stat.}) \pm 12.3\%(\text{syst.}) \\ \sigma_{CH} = 1.97 \times 10^{-39} \text{ cm}^2/\text{nuc} \pm 4.6\%(\text{stat.}) \pm 12.4\%(\text{syst.}) \end{cases} \quad (7.4)$$

ainsi que le rapport

$$\sigma_{H_2O}/\sigma_{CH} = 1.04 \pm 10.6\%(\text{stat.}) \pm 12.2\%(\text{syst.}). \quad (7.5)$$

La Table 7.1 compare ces résultats à la prédiction de la simulation NEUT (version 5.3.3) et de la simulation GENIE (version 12.2.4). Notre mesure montre que la section efficace des interactions $CC1\pi$ sur CH est inférieure de 1.8σ à la prédiction NEUT et de 2.3σ à la prédiction GENIE. En ce qui concerne la section efficace des interactions sur H_2O , nous la mesurons inférieure de 1.2σ à la prédiction NEUT et de 1.8σ à la prédiction GENIE. Nous tirons donc les deux conclusions suivantes :

1. notre mesure est systématiquement inférieure aux prédictions de NEUT et GENIE;
2. la prédiction de NEUT propose le meilleur accord avec les données.

	$\sigma_{\text{CH}} (\times 10^{-39} \text{cm}^2/\text{n.})$	$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} (\times 10^{-39} \text{cm}^2/\text{n.})$	$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$
Données	1.97 ± 0.26	2.03 ± 0.30	1.04 ± 0.17
NEUT	2.43	2.39	0.98
GENIE	2.57	2.57	1.00
Données/NEUT	-19% (-1.8 σ)	-15% (-1.2 σ)	+6% (+0.2 σ)
Données/GENIE	-23% (-2.3 σ)	-21% (-1.8 σ)	+4% (+0.4 σ)

TABLE 7.1 – Comparaison du résultat des données et de la prédiction des générateurs NEUT et GENIE.

7.2 Sections efficaces différentielles

Nous présentons ici le résultat de la mesure différentielle des sections efficaces du canal $\text{CC}1\pi$ sur une cible d'eau et de polystyrène. Nous commençons par les résultats en fonction d'une seule variable cinématique θ_μ ou p_μ (différentielle simple, Section 7.2.1) puis le résultat combiné, en fonction de θ_μ et p_μ (différentielle double, Section 7.2.2).

7.2.1 Sections efficaces différentielles simples

Les sections efficaces différentielles simples, en fonction de l'angle ou de l'impulsion du muon, s'expriment selon

$$\frac{d\sigma_t}{dX_\mu} \equiv \frac{1}{\Delta X_\mu} \sum_{t'} \sigma_{t'} \quad (7.6)$$

où X_μ correspond à l'une des deux variables (p_μ ou θ_μ) et ΔX_μ est la largeur du bin considéré. La somme $\sum_{t'}$ parcourt tout l'espace des phases réduit pour la seconde variable, c'est-à-dire que nous intégrons sur $p_\mu > 400 \text{ MeV}$ pour obtenir $d\sigma/d\theta_\mu$ et sur $\theta_\mu < 50^\circ$ pour obtenir $d\sigma/dp_\mu$.

Les Figures 7.1 et 7.2 représentent la mesure de la section efficace $\text{CC}1\pi$ sur une cible de polystyrène CH en fonction respectivement de l'impulsion et de l'angle du muon. La mesure de la section efficace sur une cible d'eau est présentée ensuite sur les Figures 7.3 et 7.4 en fonction des mêmes variables, puis enfin le rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$ sur les Figures 7.5 et 7.6.

Précisons deux points pour aider à la lecture de ces figures :

1. nous avons représenté les contributions des différentes sources d'incertitude à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux) ;
2. lorsque nous utilisons le bin de haute impulsion $p_\mu \in [1 \text{ GeV}, 30 \text{ GeV}]$, nous avons pris pour Δp_μ non pas la largeur du bin 29 GeV mais l'intervalle central contenant 68% des muons. Nous obtenons à partir de notre simulation :
 - l'impulsion médiane $\langle p_\mu \rangle = 1.55 \text{ GeV}$;
 - l'intervalle contenant 68% des muons : $p_\mu \in [1.1 \text{ GeV}, 2.6 \text{ GeV}]$.

Ainsi, $\Delta p_\mu = 1.5 \text{ GeV}$ s'interprète comme l'écart-type de la distribution en impulsion des muons tels que $p_\mu > 1 \text{ GeV}$ et $\theta_\mu < 50^\circ$.

Nous pouvons voir d'ores et déjà le poids croissant de l'incertitude statistique sur l'incertitude totale dans deux cas précis :

- dans les bins avec un petit nombre d'événements, c'est-à-dire les bins tels que $p_\mu < 1 \text{ GeV}$ (voir Figures 7.1, 7.3 et 7.5) ;
- pour la mesure du rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$ (et dans une moindre mesure pour la mesure de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$) puisque les fluctuations sur le nombre d'événements dans les échantillons des deux détecteurs sont prises en compte pour ces résultats.

Nous retrouvons la tendance générale que nous avons déduite de l'étude de la section efficace totale (Table 7.1) : la valeur de la section efficace que nous mesurons est systématiquement et significativement inférieure à celles des prédictions données par NEUT et GENIE.

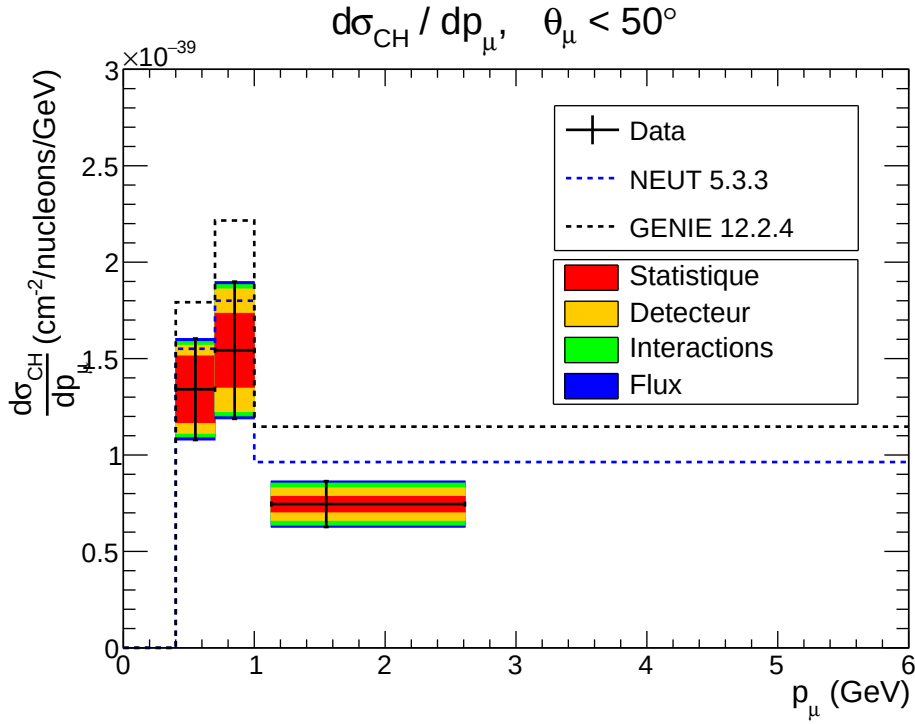


FIGURE 7.1 – Section efficace $CC1\pi$ sur une cible de polystyrène (CH) en fonction de l'impulsion du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

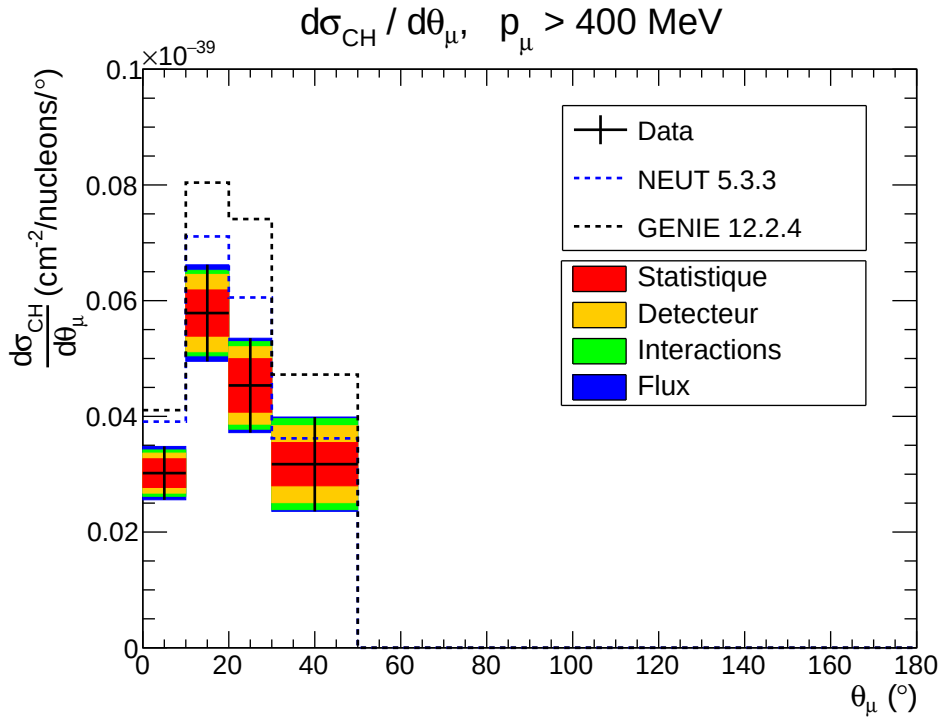


FIGURE 7.2 – Section efficace $CC1\pi$ sur une cible de polystyrène (CH) en fonction de l'angle du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

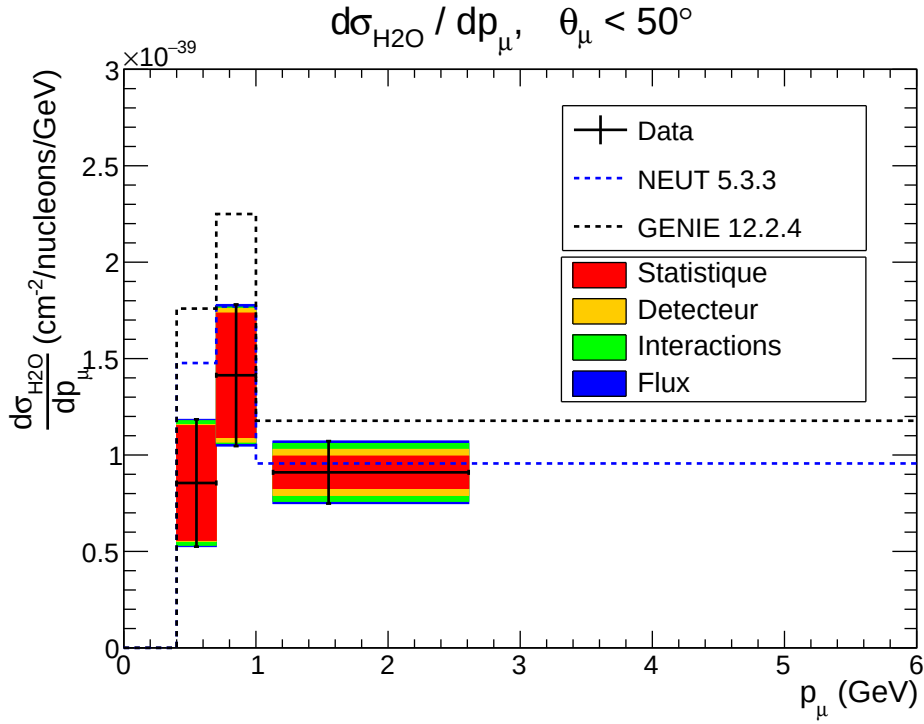


FIGURE 7.3 – Section efficace CC1 π sur une cible d'eau (H₂O) en fonction de l'angle du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

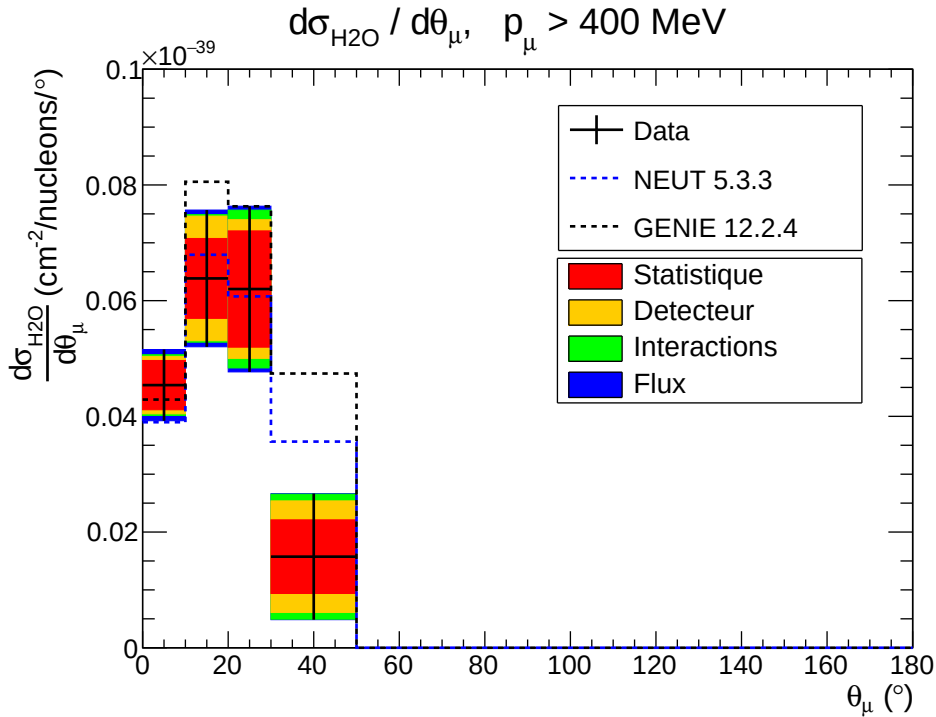


FIGURE 7.4 – Section efficace CC1 π sur une cible d'eau (H₂O) en fonction de l'angle du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

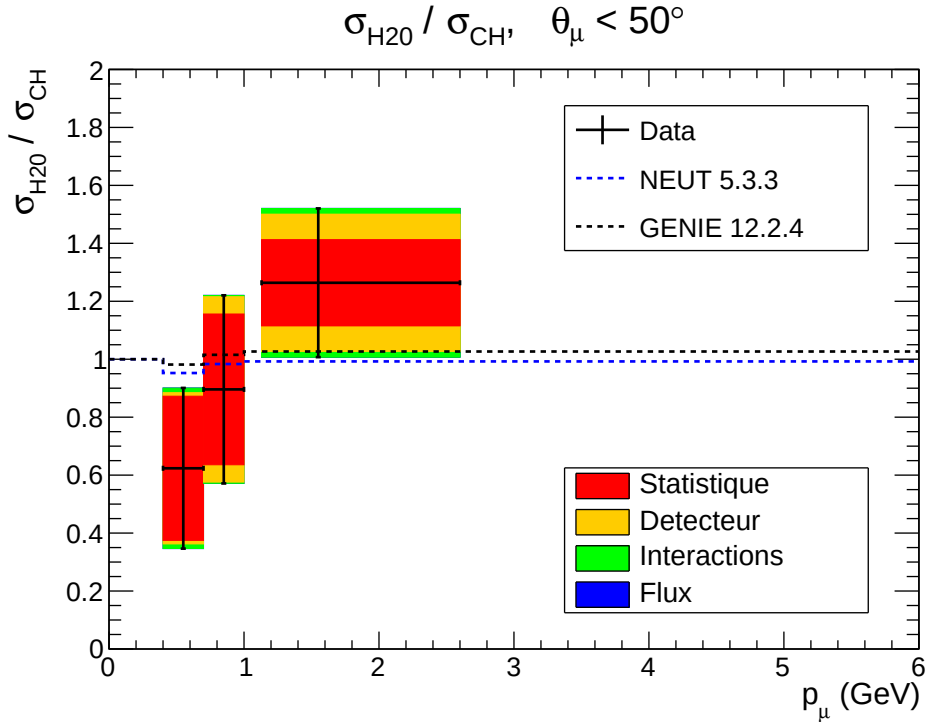


FIGURE 7.5 – Rapport des sections efficaces CC1 π sur des cibles de H₂O et de CH en fonction de l'angle du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

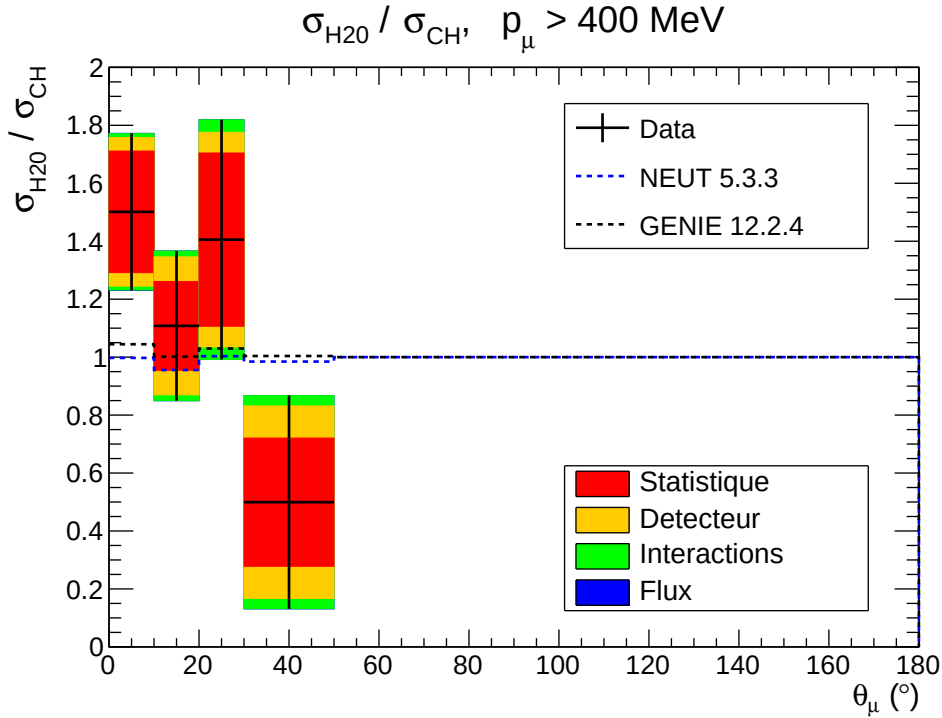


FIGURE 7.6 – Rapport des sections efficaces CC1 π sur des cibles de H₂O et de CH en fonction de l'angle du muon : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

7.2.2 Sections efficaces différentielles doubles

La section efficace différentielle double s'exprime directement selon

$$\frac{d^2\sigma_t}{dp_\mu d\theta_\mu} \equiv \frac{\sigma_t}{\Delta p_\mu \Delta \theta_\mu} \quad (7.7)$$

pour tout bin t de l'espace des phases réduit, avec $\Delta p_\mu \Delta \theta_\mu = |t|$ la largeur de ce bin. Les Figures 7.7 et 7.8 représentent la mesure de la section efficace différentielle double sur une cible respectivement de polystyrène et d'eau. Nous ne présentons pas ici la distribution différentielle double du rapport $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}/\sigma_{\text{CH}}$; en effet, l'incertitude statistique est déjà trop importante au niveau de la différentielle simple (voir Figures 7.5 et 7.6).

Pour chaque secteur angulaire, la section efficace dans le bin de haute impulsion $p_\mu > 1$ GeV a été normalisée en utilisant pour Δp_μ la largeur de l'intervalle central contenant 68 % des muons ; les valeurs correspondantes sont regroupées dans la Table 7.2.

Secteur angulaire	$\langle p_\mu \rangle$	Intervalle central à 68 %	Δp_μ
$[0^\circ, 10^\circ]$	2.3 GeV	[1.4 GeV, 5.2 GeV]	3.8 GeV
$[10^\circ, 20^\circ]$	1.6 GeV	[1.2 GeV, 2.4 GeV]	1.2 GeV
$[20^\circ, 30^\circ]$	1.3 GeV	[1.1 GeV, 1.9 GeV]	0.8 GeV
$[30^\circ, 50^\circ]$	1.2 GeV	[1.05 GeV, 1.5 GeV]	0.45 GeV

TABLE 7.2 – Impulsion moyenne et intervalle central à 68 % en fonction du secteur angulaire.

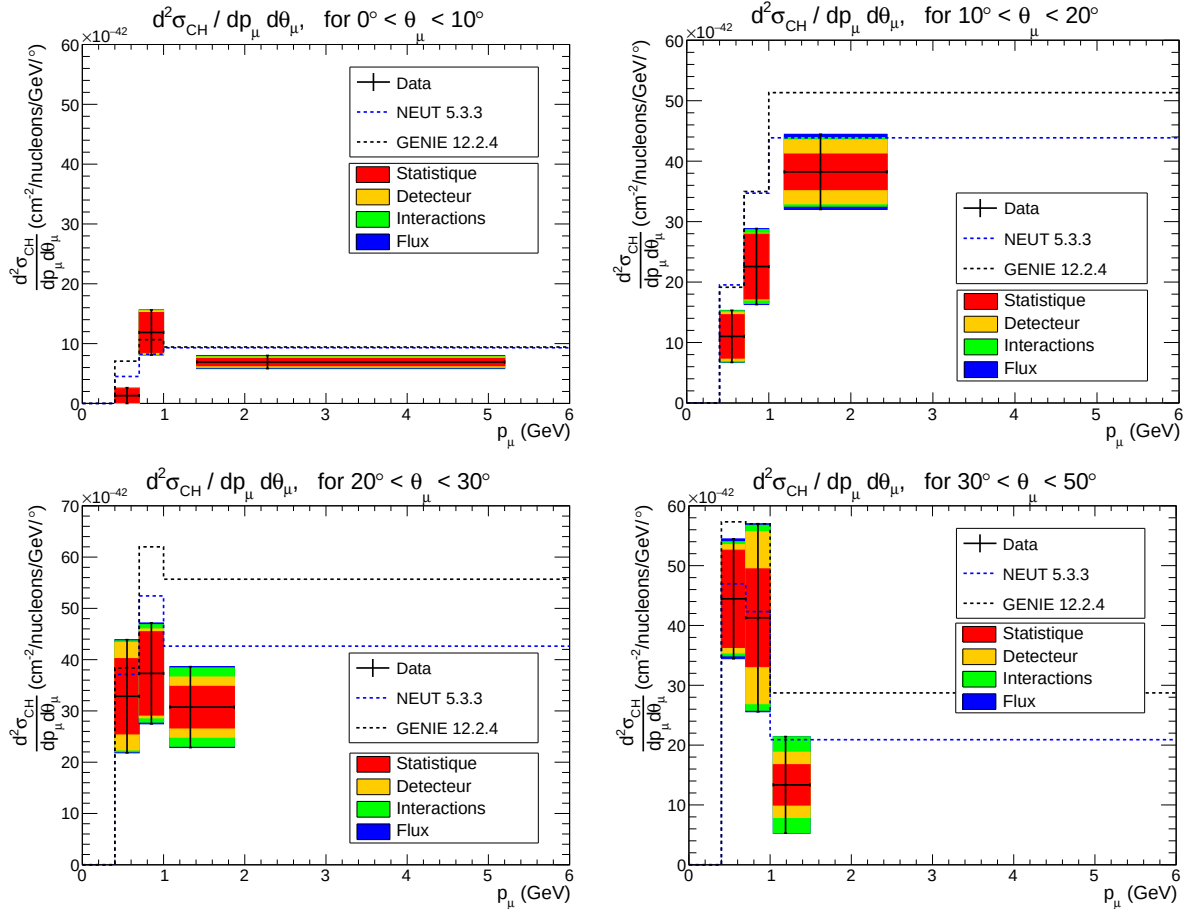


FIGURE 7.7 – Section efficace CC1 π en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon, sur une cible de polystyrène CH : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

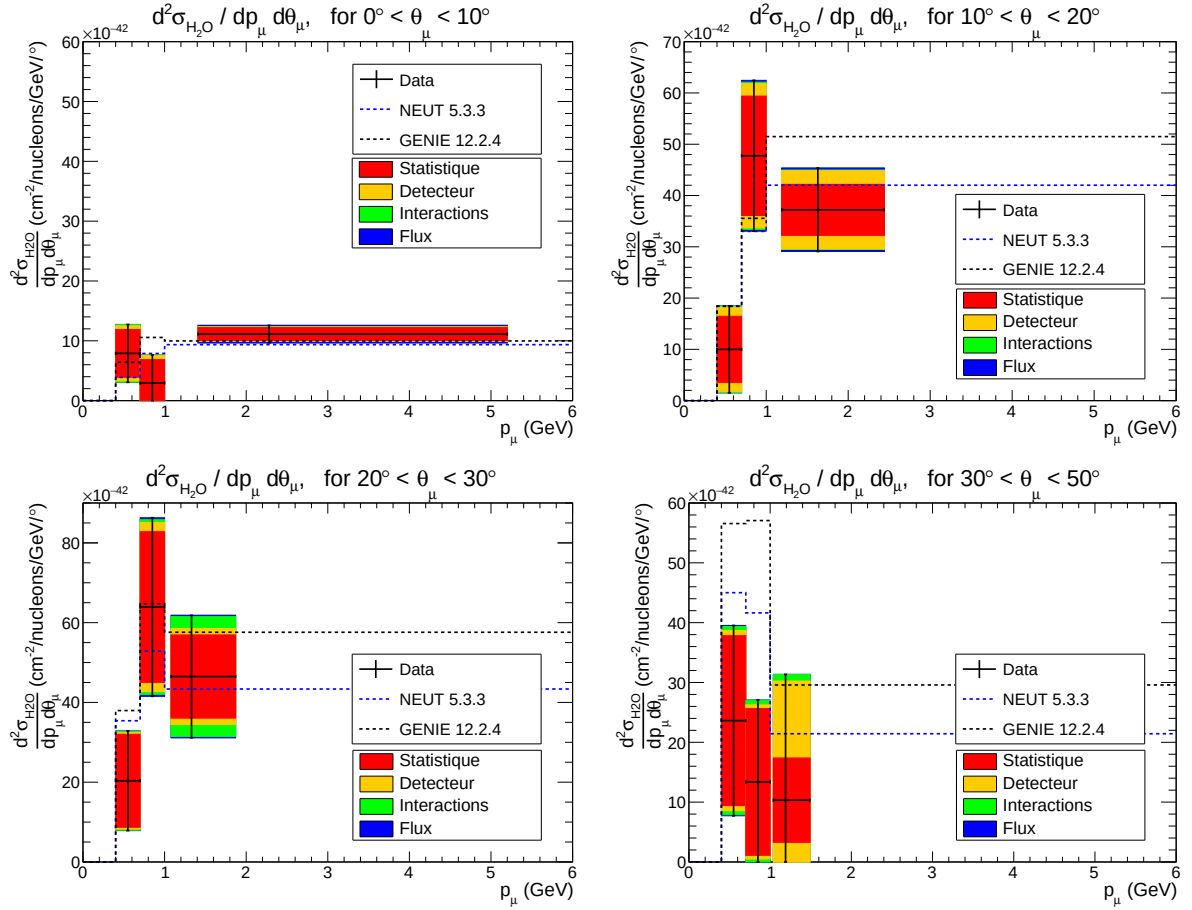


FIGURE 7.8 – Section efficace CC1 π en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon, sur une cible d'eau : comparaison entre les données et les prédictions des générateurs NEUT et GENIE. Les contributions des différentes sources d'incertitude sont représentées à la manière d'une somme quadratique cummulative (dans cet ordre : statistique, détecteur, interactions et flux).

Pour quantifier l'écart entre une prédiction σ^{th} (NEUT ou GENIE ici) et notre mesure σ^{d} , nous définissons une variable χ^2/n selon

$$\chi^2/n \equiv \frac{1}{n} \sum_{t,t'} (\sigma_t^{\text{d}} - \sigma_t^{\text{th}}) (\mathbb{Cov})_{tt'}^{-1} (\sigma_{t'}^{\text{d}} - \sigma_{t'}^{\text{th}}) \quad (7.8)$$

avec $\mathbb{Cov}$ la matrice de covariance totale et n le nombre de bins. Nous avons vu au chapitre précédent (Figure 6.10 (b)) que les corrélations de notre mesure entre σ_{CH} et $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ sont faibles donc nous pouvons calculer également χ^2 de manière indépendante pour les deux éléments cibles. Les résultats sont regroupés dans la Table 7.3.

Modèle testé	σ_{CH}	$\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$	Combiné
Data vs. NEUT	$\chi^2/n = 1.74$ (1.9 σ)	$\chi^2/n = 1.09$ (0.9 σ)	$\chi^2/n = 1.26$ (1.4 σ)
Data vs. GENIE	$\chi^2/n = 3.30$ (3.9 σ)	$\chi^2/n = 2.01$ (2.3 σ)	$\chi^2/n = 2.22$ (3.5 σ)

TABLE 7.3 – Adéquation différentielle double entre notre mesure et les prédictions NEUT et GENIE.

Comme nous l'avons déjà vu à partir de la section efficace totale (Table 7.1), les prédictions de NEUT et de GENIE se situent au delà des incertitudes 1σ par rapport à notre mesure ; la compatibilité avec NEUT reste cependant meilleure que celle avec GENIE. Les incertitudes étant plus faibles pour CH, notre mesure de σ_{CH} permet de discriminer davantage les modèles de simulation utilisés.

D'une manière plus globale, en étudiant l'adéquation différentielle combinée des sections efficaces σ_{CH} et $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$, nous confirmons ici que notre mesure présente un écart avec les modèles de simulation, 1.1σ avec NEUT et 1.5σ avec GENIE.

7.3 Comparaison des générateurs NEUT et GENIE

Nous avons tiré jusqu'à présent deux conclusions de nos mesures de la section efficace $CC1\pi$ sur eau et plastique :

1. nos mesures sont systématiquement inférieures aux prédictions de NEUT et GENIE ;
2. la prédiction de NEUT propose le meilleur accord avec les données.

Nous allons discuter ici la différence entre ces deux simulations et voir quels enseignements nous pouvons tirer quant aux modèles physiques utilisés. La première source de différence concerne le modèle des interactions résonantes (qui constituent la majorité de la catégorie $CC1\pi$) et la seconde des interactions de l'état final qui peuvent entraîner par exemple l'absorption du pion produit.

Modèle de résonance NEUT et GENIE utilisent tous les deux le modèle de REIN et SEHGAL [52]. Cependant, la paramétrisation du facteur de forme axial est différente : NEUT utilise le facteur de forme de GRACZYK et SOBCZYK (GS) [53] :

$$G_A^{GS}(Q^2) = C_A^5(0) \left(1 + \frac{Q^2}{(M_A^{RES})^2} \right)^{-2}, \quad C_A^5(0) = 1.01, \quad M_A^{RES} = 0.95 \text{ GeV}/c^2 \quad (7.9)$$

et GENIE utilise le facteur de forme original de REIN et SEHGAL (RS) :

$$G_A^{RS}(Q^2) = \left(1 + \frac{Q^2}{4m_N^2} \right)^{1/2-n} \left(1 + \frac{Q^2}{(M_A^{RES})^2} \right)^{-2}, \quad M_A^{RES} = 1.12 \text{ GeV}/c^2 \quad (7.10)$$

avec n le degré d'excitation du nucléon (voir Section 1.4.2). Nous avons utilisé ici $Q^2 \equiv -q^2 > 0$. La fonction dipolaire $(1 + Q^2/(M_A^{RES})^2)^{-2}$ est une fonction croissante de M_A^{RES} donc l'utilisation d'une masse axiale plus importante augmente la section efficace dans la prédiction GENIE. A titre d'exemple, nous pouvons regarder la valeur des facteurs de forme pour $Q^2 = (0.5 \text{ GeV})^2$:

$$G_A^{GS}(Q^2) \simeq 0.62, \quad G_A^{RS}(Q^2) \simeq 0.72 \quad (7.11)$$

où nous avons considéré la résonance Δ ($n = 0$) dans le modèle RS. Le choix de la paramétrisation des facteurs de forme permet donc d'expliquer, au moins en partie, la prédiction plus importante de GENIE.

Interactions de l'état final (FSI) Un second effet s'ajoute à la modélisation des interactions résonantes : il s'agit des interactions de l'état final. Le générateur NEUT utilise le modèle de SALCEDO *et al.* [97] qui se concentre sur les pions produits par la désintégration du Δ avec une énergie cinétique comprise entre 85 et 350 MeV. Au contraire, GENIE utilise un modèle simplifié décrivant une gamme d'impulsions plus vaste mais de manière moins précise [89], qui permet une unique interaction de l'état final par pion produit.

Dans le modèle de SALCEDO, le parcours du pion vers l'extérieur du noyau est découpé en un grand nombre de petits intervalles dans chacun desquels il peut soit être absorbé, soit être dévié, etc. En particulier, ce modèle permet de simuler plusieurs interactions de l'état final sur le même pion (diffusion élastique puis absorption par exemple). La Table 7.4 montre la probabilité $P_A(n)$ que l'absorption du pion par un noyau de ^{12}C soit précédée de n diffusions élastiques dans le modèle de SALCEDO. Nous voyons que 19 % des pions absorbés d'impulsion $p_\pi = 175 \text{ MeV}$ et 63 % des pions absorbés d'impulsion $p_\pi = 350 \text{ MeV}$ le sont après avoir subi au moins une diffusion élastique.

KE $_\pi$	p_π	$n = 0$	$n = 1$	$n \geq 2$
85 MeV	175 MeV	0.81	0.17	0.02
245 MeV	350 MeV	0.37	0.41	0.22

TABLE 7.4 – Probabilité $P_A(n)$ que l'absorption du pion par un noyau de ^{12}C soit précédée de n diffusions élastiques. KE $_\pi \equiv E_\pi - m_\pi$ désigne l'énergie cinétique du pion et p_π son impulsion. Modèle de SALCEDO *et al.* [97].

Dans le modèle effectif utilisé par GENIE, les seuls pions qui sont considérés comme absorbés sont ceux qui ne subissent aucune diffusion préalable, puisqu’une seule interaction de l’état final est modélisée. Ainsi, la simulation GENIE sous-estime le nombre de pions absorbés dans le noyau.

La Figure 7.9 montre la prédiction de NEUT et GENIE pour la section efficace CC1 π en fonction de l’impulsion du pion. Nous voyons que la majorité de l’excès de la prédiction GENIE est localisé dans la région $p_\pi < 500$ MeV pour laquelle l’interaction de l’état final dominante est l’absorption du pion par un nucléon du noyau. Ainsi, comme la contribution de l’absorption des pions est sous-estimée par GENIE nous aurons davantage d’évènements CC1 π : en effet, si une interaction résonante est suivie par l’absorption du pion produit, l’évènement sera finalement classé dans la catégorie CC0 π et ne contribuera pas au canal CC1 π .

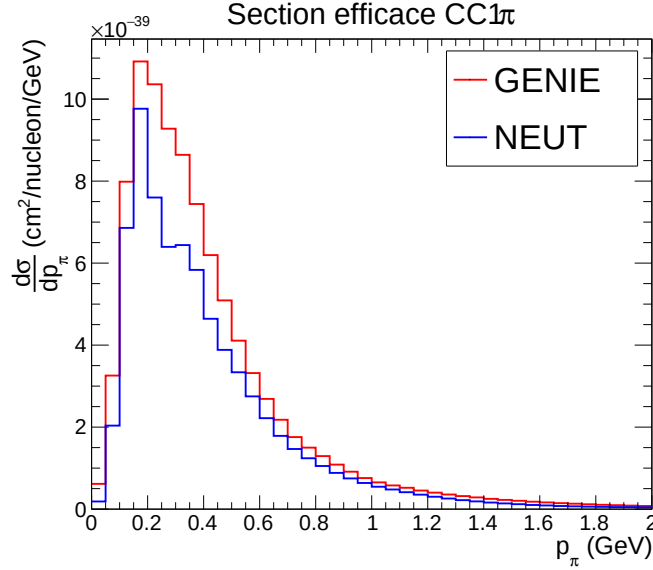


FIGURE 7.9 – Section efficace CC1 $\pi^\pm$ en fonction de l’impulsion du pion sur une cible de CH. Comparaison entre les générateurs GENIE et NEUT.

Bien que NEUT propose le meilleur accord avec nos mesures nous avons vu que la prédiction de ce générateur reste d’environ 15 % supérieure aux données. Son traitement des FSI demeure en effet imparfait. Tout modèle de cascade intra-nucléaire, aussi précis soit-il, est construit à partir de deux éléments : d’une part, les sections efficaces des pions sur des nucléons *libres* (par exemple : $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ ou $\pi^+n \rightarrow \pi^0p$) ; d’autre part, un modèle de densité nucléaire $\rho(\mathbf{r})$. Ainsi, les corrélations et couplages entre les nucléons du noyau ne sont pas pris en compte et empêchent une description exacte des interactions de l’état final.

Malheureusement, nous ne pouvons pas mesurer la section efficace CC1 π en fonction de l’impulsion du pion avec notre sélection pour confirmer cela. Il faudrait pour ce faire estimer la longueur en équivalent fer d_π de leur trace et donc se restreindre aux pions s’arrêtant dans les détecteurs, ce qui réduirait beaucoup trop le nombre d’évènements CC1 π sélectionnés.

En étudiant les modèles utilisés par les générateurs NEUT et GENIE, nous avons observé que l’excès de la prédiction de GENIE résultait de l’action combinée de deux modèles : premièrement, les facteurs de forme du modèle résonant de REIN et SEHGAL prennent des valeurs plus élevées dans GENIE ; deuxièmement, l’absorption des pions au cours de leur sortie du noyau peut être sous-estimée. L’excès de la prédiction de NEUT par rapport à nos mesures est également lié à l’implémentation du modèle de FSI dans NEUT qui réduit l’impact de l’absorption des pions, bien que cet effet ne couvre probablement pas les 15% de différences entre données et simulation. En conclusion, nous voyons l’importance

1. d’une bonne paramétrisation des facteurs de formes pour les interactions résonantes ;
2. d’une bonne description des interactions de l’état final en fonction de l’impulsion du pion ;

afin de pouvoir décrire de manière appropriée le canal d’interaction CC1 π .

7.4 Comparaison avec d'autres résultats expérimentaux

Terminons ce chapitre par une rapide comparaison avec d'autres mesures expérimentales. Bien entendu, chaque mesure est différente en ce qui concerne la définition du signal, le flux de neutrinos, les méthodes d'analyse etc. En particulier, la bonne couverture de la gamme en énergie permettant les interactions résonantes dépend fortement de la distribution en énergie du flux de neutrinos de l'expérience considérée. Nous pouvons obtenir ainsi, en fonction des conditions expérimentales, des valeurs de sections efficaces différentes. Pour cette raison nous nous intéresserons uniquement, pour chaque résultat, à la comparaison de la mesure avec la prédiction de la simulation NEUT.

Autres mesures de l'expérience T2K La section efficace $CC1\pi^+$ a été mesurée sur une cible d'eau [67] et de polystyrène CH [98] avec le détecteur proche ND280 (voir la description qui en est faite Section 2.1.3). L'énergie moyenne des neutrinos reçus par ce détecteur est plus faible (0.6 GeV) que dans notre cas ce qui conduit à une moins bonne couverture des interactions résonantes : les valeurs de sections efficaces sont donc plus faibles.

Dans ces deux analyses, le signal est défini comme $CC1\pi^+$, c'est-à-dire en exigeant explicitement que le pion produit soit un π^+ . Cela est rendu possible par la présence d'un champ magnétique qui permet de discriminer la charge du pion. Rappelons que dans notre cas, sans champ magnétique, nous avons étudié la section efficace des interactions $CC1\pi^\pm$. Pour l'analyse présentée dans [67], l'espace des phases est réduit à $p_\mu, p_\pi > 200$ MeV et $\cos\theta_\mu, \cos\theta_\pi > 0.3$; quant à l'analyse présentée dans [98], tout l'espace des phases est considéré.

La Table 7.5 compare nos résultats à ceux obtenus avec le détecteur ND280. Nous observons le même déficit dans les données d'environ 15 % que [67], par rapport à la prédiction donnée par NEUT ; cependant, notre résultat est plus précis et nous permet de conclure que la simulation NEUT est rejetée au-delà de l'incertitude 1σ .

Mesure	Canal	Data/NEUT
ND280, σ_{CH} [98]	$CC1\pi^+$	0.96 (0.2 σ)
ND280, σ_{H_2O} [67]	$CC1\pi^+$	0.84 (0.5 σ)
Notre mesure, σ_{CH}	$CC1\pi^\pm$	0.81 (1.8 σ)
Notre mesure, σ_{H_2O}	$CC1\pi^\pm$	0.85 (1.2 σ)

TABLE 7.5 – Comparaison avec les autres mesures effectuées au sein de l'expérience T2K.

Résultats d'autres collaborations Les mesures expérimentales des sections efficaces $CC1\pi$ sur des noyaux ont fait l'objet de peu de publications à l'heure actuelle ; aucune, en dehors de l'expérience T2K, ne propose cette mesure sur une cible d'eau. Nous allons discuter ici les résultats obtenus par MINER ν A sur CH [99] et par MiniBooNE sur CH₂ [100].

La Figure 7.10 représente la section efficace $CC1\pi^\pm$ en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon mesurée par MINER ν A, pour $p_\mu < 10$ GeV et $\theta_\mu < 25^\circ$. Leur résultat présente la même tendance que notre mesure, à savoir une section efficace 20 à 30 % plus faible que la prédiction des générateurs d'interaction NEUT et GENIE. La précision de la mesure de MINER ν A permet de rejeter ces prédictions avec une signification entre 1σ et 2σ .

L'accord entre les données et le générateur NUWRO [101] est ici très bon. Cependant, la mesure des interactions $CC1\pi$ à partir d'antineutrinos $\bar{\nu}_\mu$ également effectuée par MINER ν A montre que la prédiction de NUWRO n'est pas meilleure que celle de NEUT [99].

Regardons maintenant la mesure de MiniBooNE. La Figure 7.11 représente la section efficace $CC1\pi^+$ en fonction de l'énergie cinétique du muon comparée à la prédiction de la simulation NUANCE, construite comme NEUT ou GENIE à partir du modèle de REIN et SEHGAL [52] pour les interactions résonantes. La comparaison de ces données avec NEUT et GENIE a été effectuée dans [102] : nous observons que la section efficace mesurée par MiniBooNE se situe entre la prédiction NEUT et la prédiction GENIE (Figure 7.12). Notre résultat contredit ainsi la mesure de MiniBooNE (Table 7.6) qui semble souffrir d'une erreur de normalisation, comme d'autres mesures de sections efficaces le laissent penser [103].

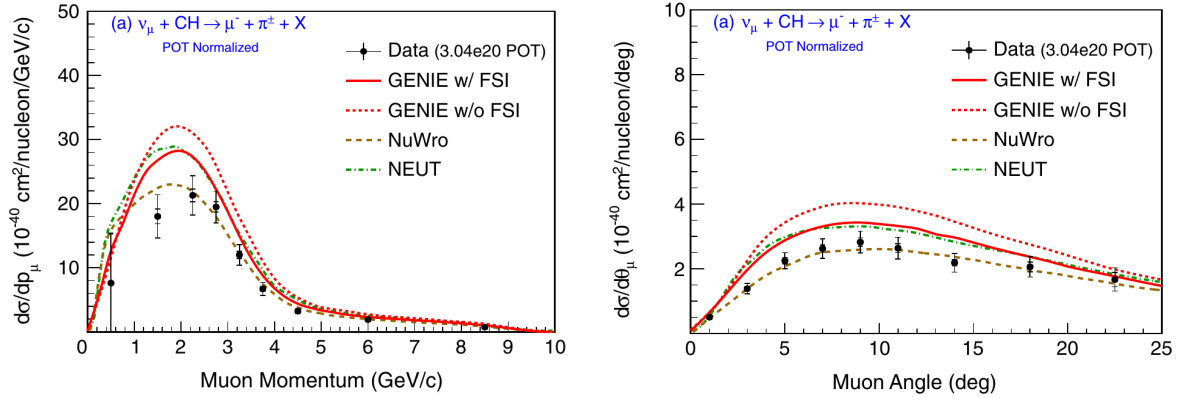


FIGURE 7.10 – Section efficace $CC1\pi^\pm$ en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon, sur une cible de CH, mesurée par MINERνA. Tiré de [99].

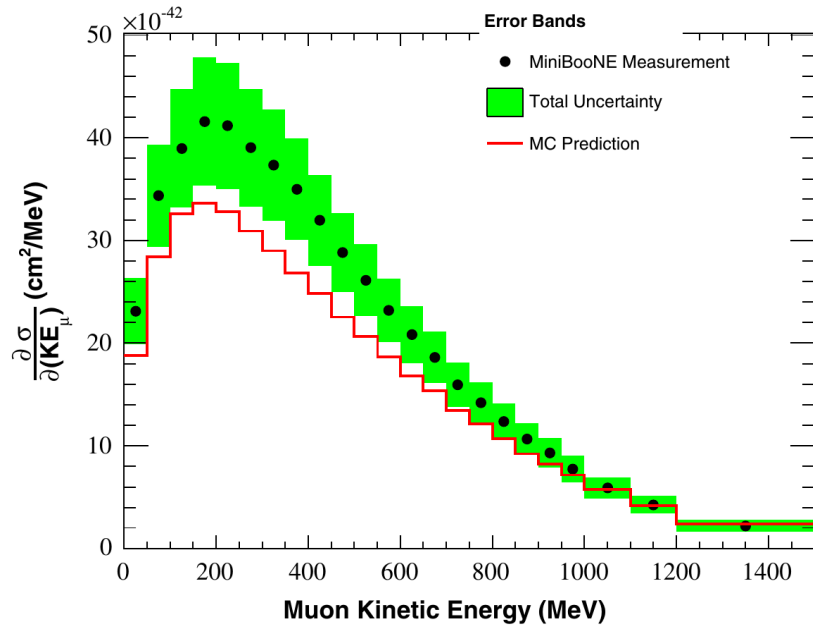


FIGURE 7.11 – Section efficace $CC1\pi^\pm$ en fonction de l'énergie cinétique $KE_\mu \equiv E_\mu - m_\mu$ du muon, sur une cible de CH_2 , mesurée par MiniBooNE et comparée à la prédiction du générateur NUANCE. Tiré de [100].

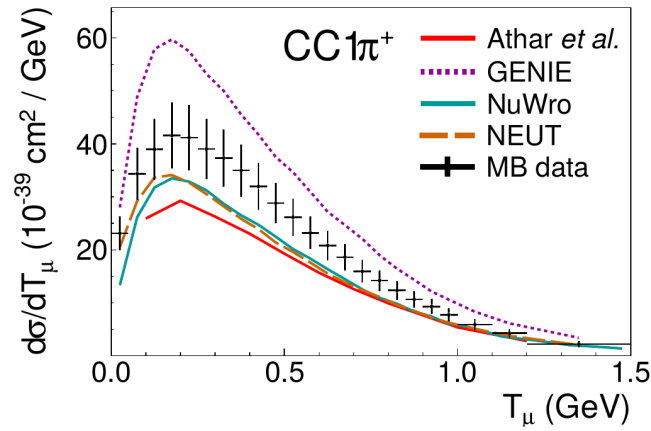


FIGURE 7.12 – Comparaison des données de MiniBooNE sur CH_2 [100] avec les prédictions de différents modèles théoriques et simulations. Tiré de [102].

La Table 7.6 et la Figure 7.13 montrent le rapport entre les données mesurées et la prédiction NEUT pour l'ensemble des résultats ayant fait l'objet de publications. Notre mesure avec les détecteurs proches de l'expérience T2K confirment la tendance générale vers un excès de la prédiction NEUT d'environ 15% par rapport aux données. De plus, nous obtenons la mesure la plus précise de la section efficace du canal $CC1\pi$ sur une cible d'eau.

Mesure	Canal	Data/NEUT
Notre mesure, σ_{CH}	$CC1\pi^\pm$	0.81 (1.8 σ)
Notre mesure, σ_{H_2O}	$CC1\pi^\pm$	0.85 (1.2 σ)
ND280, σ_{CH} [98]	$CC1\pi^+$	0.96 (0.2 σ)
ND280, σ_{H_2O} [67]	$CC1\pi^+$	0.84 (0.5 σ)
MINER ν A, σ_{CH} [99]	$CC1\pi^\pm$	~ 0.8 (1-2 σ)
MiniBooNE, σ_{CH} [100]	$CC1\pi^+$	$\simeq 1.2$ (1.7 σ)

TABLE 7.6 – Comparaison de notre mesure de la section efficace $CC1\pi$ avec les autres mesures ayant fait l'objet d'une publication.

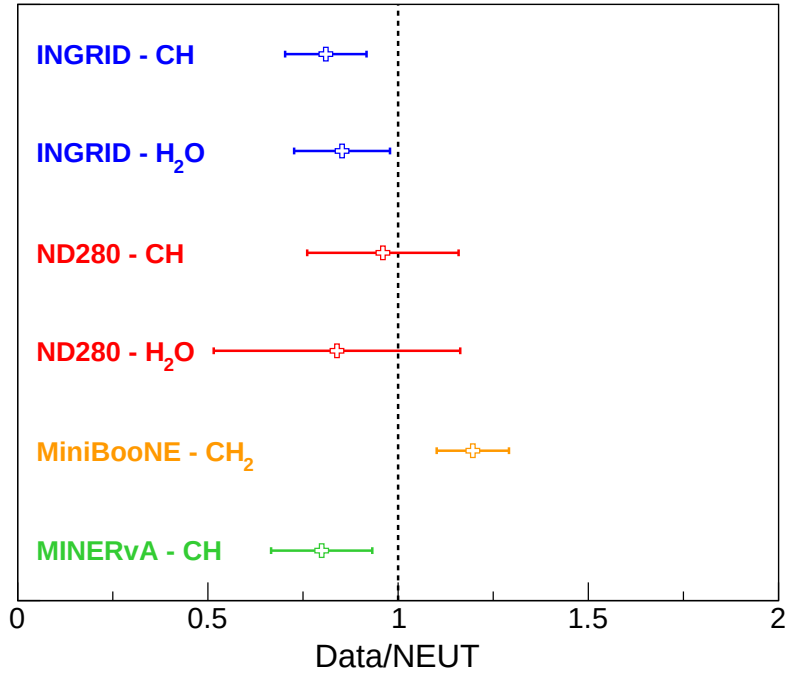


FIGURE 7.13 – Rapport entre les données et la prédiction du générateur NEUT pour l'ensemble des résultats expérimentaux disponibles : notre mesure (INGRID), ND280 [67, 98], MiniBooNE [100] et MINER ν A [99].

Conclusion

Le progrès des sciences est l'ouvrage du temps et de la hardiesse de l'esprit.

Voltaire

Les oscillations des neutrinos forment un champ de recherche tout à fait actuel au sujet duquel se présentent de nombreuses questions théoriques et autant de défis expérimentaux. La mesure précise des paramètres régissant ces oscillations nécessite une connaissance fine des interactions des neutrinos avec les noyaux de nos détecteurs, interactions dont la description analytique n'est pas possible à l'heure actuelle. De nombreux modèles phénoménologiques, introduisant des paramètres libres de s'ajuster aux données expérimentales, sont disponibles et sont utilisés pour ces mesures.

Dans le cadre de l'expérience T2K, les analyses d'oscillations sont effectuées à partir d'un échantillon d'événements sélectionnés de type $CC0\pi$ au niveau du détecteur lointain Super-Kamiokande, canal dont la section efficace sur une cible d'eau a fait l'objet de plusieurs mesures [66, 69]. Les événements de type $CC1\pi$, qui forment le canal secondaire des interactions des neutrinos ν_μ , permettraient d'élargir l'échantillon d'événements utilisé pour l'analyse ; afin que cela ne nuise pas à la précision de la mesure, la bonne connaissance de la section efficace de ce canal sur une cible d'eau est primordiale.

Nous avons présenté dans cette thèse la mesure de la section efficace des interactions par courant chargé des neutrinos muoniques produisant un pion dans l'état final (canal $CC1\pi^\pm$), sur une cible d'eau et de plastique. Cette mesure a été effectuée à partir des données des détecteurs proches sur l'axe du faisceau de l'expérience T2K : le WaterModule et le Proton Module. Le WaterModule, constitué d'un réseau de scintillateurs dans une cuve d'eau, est le premier module du nouveau détecteur WAGASCI et constitue l'un des plus récents détecteurs proches de l'expérience T2K.

Nous avons participé à l'assemblage du WaterModule à partir l'automne 2015 et contribué à son bon fonctionnement lors des prises de données à partir d'octobre 2016. L'étalonnage de la réponse en énergie du détecteur a été une étape fondamentale pour le bon déroulement de notre analyse : en effet, c'est à partir des dépôts d'énergie dans le détecteur que nous avons pu développer un outil d'identification des traces (variable μ, π -likelihood) qui nous a permis de sélectionner des événements candidats $CC1\pi^\pm$ avec un muon et un pion produits.

A partir de cet échantillon sélectionné et d'un échantillon de contrôle du bruit de fond formé par les interactions $CC0\pi$, nous avons extrait la section efficace des interactions $CC1\pi$ en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon. Pour cela, nous avons adapté une méthode statistique itérative appelée *unfolding* développée par D'AGOSTINI [88] pour utiliser de manière simultanée notre échantillon sélectionné et l'échantillon de contrôle. Un critère de convergence entièrement dicté par les données a été développé afin de produire un résultat qui ne soit dépendant d'aucun modèle théorique particulier, et ce afin de garantir sa portée et sa longévité. Le WaterModule a permis de collecter des interactions de neutrinos dans l'eau et le plastique ; afin d'extraire la section efficace d'interaction sur eau uniquement, nous avons utilisé la mesure conjointe sur plastique effectuée avec le Proton Module pour soustraire la contribution des scintillateurs à l'échantillon du WaterModule.

Les résultats que nous présentons montrent un déficit d'environ 15 à 20 % par rapport à la prédiction de la simulation NEUT pour CH comme pour H_2O . Une trace de ce déficit avait déjà été observé au sein de l'expérience T2K [67] mais nous avons la précision nécessaire pour rejeter la prédiction NEUT au-delà de l'incertitude 1σ (1.4σ en utilisant la mesure corrélée sur CH et H_2O). La simulation NEUT présente néanmoins le meilleur accord avec les données puisque nous rejetons également la prédiction de la simulation GENIE de 3.5σ . Ces écarts montrent l'importance d'une bonne paramétrisation des facteurs de forme des interactions résonantes ainsi que d'un traitement complet des interactions de l'état final, en particulier de l'absorption des pions par les nucléons du noyau.

Pour finir, notre résultat sur CH est compatible avec la mesure effectuée par la collaboration MINER ν A [99] mais est en désaccord avec celui de la collaboration MiniBooNE [100]. De plus, soulignons qu’aucune autre expérience n’a encore effectué cette mesure sur une cible d’eau.

Mentionnons enfin quelques perspectives futures. Notre analyse se concentre, en raison de la configuration de nos détecteurs, sur les muons d’impulsion $p_\mu > 400$ MeV et d’angle $\theta_\mu < 50^\circ$. Le détecteur WAGASCI, lorsqu’il sera complet, permettra d’étendre la couverture angulaire grâce aux spectromètres à muons latéraux. Cela permettra de tester l’adéquation des données aux modèles théoriques sur une plus large région de l’espace des phases. Une piste de réflexion pourrait également être l’étude de la section efficace différentielle en fonction de l’angle du pion, ou de l’angle entre le muon et le pion, qui sont accessibles avec notre sélection.

Concernant les analyses d’oscillations, la prochaine étape sera d’étudier quel est l’effet de notre résultat sur la précision de la mesure des paramètres d’oscillations, puisque nous proposons la mesure de la section efficace des interactions $CC1\pi$ sur un cible d’eau la plus précise, à l’heure actuelle, au sein de la collaboration T2K.

Annexe A

Transitions $\nu_1^M \rightarrow \nu_2^M$ à deux saveurs

En présence d'une densité variable de matière, il existe une probabilité P_c (*crossing probability*) de transition du neutrino $\nu_1^A(\mathbf{x}_A)$ état propre de masse dans la matière au point $A(\mathbf{x}_A)$ vers le neutrino $\nu_2^B(\mathbf{x}_B)$ état propre de masse au point $B(\mathbf{x}_B)$. Le but de cette partie est de donner une expression de P_c sous certaines conditions que l'on précisera.

Equation d'évolution des états propres de masse

Notons $|\nu_f\rangle$ et $|\nu_m\rangle$ les vecteurs colonnes composés respectivement des $|\nu_\alpha\rangle$ et $|\nu_i\rangle$. Pour alléger les notations, nous noterons dans tout ce qui suit ν_i en lieu et place de ν_i^M , et $x = |\mathbf{x}|$. Rappelons les équations (1.176) et (1.177) :

$$|\nu_f\rangle = \tilde{U}^* |\nu_m\rangle, \quad |\nu_m\rangle = \tilde{U}^T |\nu_f\rangle \quad \text{c'est-à-dire} \quad |\nu_\alpha\rangle = \sum_i \tilde{U}_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad |\nu_i\rangle = \sum_\alpha \tilde{U}_{\alpha i} |\nu_\alpha\rangle \quad (\text{A.1})$$

et

$$i\partial_x |\nu_m(x)\rangle = \frac{1}{2E} \tilde{\mathbb{M}}^2 |\nu_m(x)\rangle + i(\partial_x \tilde{U}^T) \tilde{U}^* |\nu_m(x)\rangle. \quad (\text{A.2})$$

avec $\tilde{U}$ la matrice de mélange dans la matière introduite dans la section 1.3.2, qui diagonalise localement l'hamiltonien effectif $\mathcal{H}_{\text{eff}}$ au point $\mathbf{x}$ selon (1.175) :

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}(x) = \tilde{U}^* \cdot \frac{1}{2E} \tilde{\mathbb{M}}^2 \cdot \tilde{U}^T \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbb{M}}^2 \equiv \text{Diag}(0, \Delta\tilde{m}_{21}^2, \Delta\tilde{m}_{31}^2). \quad (\text{A.3})$$

A deux saveurs, la matrice de mélange $\tilde{U} = \mathcal{R}(\tilde{\theta})$ est une matrice de rotation réelle d'angle $\tilde{\theta}$, de telle sorte que l'on a

$$(\partial_x \tilde{U}^T) \tilde{U}^* = \partial_x \tilde{\theta} \cdot \mathbb{J} \quad \text{avec} \quad \mathbb{J} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

et l'on peut récrire $\mathbb{M}^2$ (en retirant une phase globale $\Delta\tilde{m}^2/2 \cdot \mathbb{1}$) comme

$$\frac{1}{2E} \mathbb{M}^2 = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta\tilde{m}^2 & 0 \\ 0 & \Delta\tilde{m}^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Le facteur d'adiabaticité

$$\gamma(x) \equiv \frac{4E|\partial_x \tilde{\theta}|}{\Delta\tilde{m}^2} \quad (\text{A.6})$$

quantifie la validité de l'hypothèse d'adiabaticité, c'est-à-dire

- $\gamma \ll 1$: les termes non-diagonaux de l'équation d'évolution (A.2) sont négligeables, l'évolution est adiabatique et les la probabilité de transition P_c est négligeable ;
- $\gamma \gtrsim 1$: les transitions $\nu_1 \rightarrow \nu_2$ ne sont plus négligeables.

Etats propres de la propagation non-adiabatique

Plaçons nous dans un cas plus général que l'hypothèse d'adiabaticité : l'équation d'évolution se réécrit

$$i\partial_x |\nu_m\rangle = \frac{\Delta\tilde{m}^2}{4E} \begin{pmatrix} -1 & -i\gamma \\ i\gamma & 1 \end{pmatrix} |\nu_m\rangle. \quad (\text{A.7})$$

Pour résoudre cette équation, nous avons besoin des vecteurs propres de la matrice d'évolution. Notre calcul donne :

- les valeurs propres $\epsilon_1 < \epsilon_2$:

$$\epsilon_{1,2} = \mp \frac{\Delta\tilde{m}^2}{4E} \sqrt{1 + \gamma^2}. \quad (\text{A.8})$$

- les vecteurs propres $|\mathbf{N}_m\rangle$ sont les états propres de la propagation dans la matière non-adiabatique. Ils sont donnés par

$$\begin{aligned} |N_1\rangle &= -i \cos \alpha |\nu_1\rangle + \sin \alpha |\nu_2\rangle \\ |N_2\rangle &= -i \sin \alpha |\nu_1\rangle - \cos \alpha |\nu_2\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Quitte à redéfinir les kets $|\nu_i\rangle$ selon $|\nu_1\rangle \rightarrow -i|\nu_1\rangle$ et $|\nu_2\rangle \rightarrow -|\nu_2\rangle$, on peut obtenir une matrice de rotation $\tilde{V} = \mathcal{R}(\alpha)$ telle que

$$|\mathbf{N}_m\rangle = \tilde{V}^\dagger |\nu_m\rangle, \quad |\nu_m\rangle = \tilde{V} |\mathbf{N}_m\rangle \quad \text{avec} \quad \tilde{V} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

- l'angle de rotation α défini par

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}}, \quad \sin 2\alpha = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2}}, \quad \tan 2\alpha = \gamma, \quad \alpha \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]. \quad (\text{A.11})$$

A tout instant dans cette étude, la limite de matière constante $\gamma \rightarrow 0$ doit permettre de retrouver les résultats donnés dans la section 1.3.2. En particulier ici on obtient dans cette limite $\alpha = 0$ donc $|\mathbf{N}_m\rangle = |\nu_m\rangle$: les $|\nu_i\rangle$ sont bien les états propres de la propagation dans la matière à densité constante (ou adiabatique).

Les états de saveur peuvent aussi s'exprimer en fonction des nouveaux états propres de propagation N_i comme

$$|\nu_f\rangle = \mathcal{R}(\tilde{\theta}) |\nu_m\rangle = \mathcal{R}(\tilde{\theta} + \alpha) |\mathbf{N}_m\rangle. \quad (\text{A.12})$$

La présence des transitions $\nu_1 \rightarrow \nu_2$ modifie les probabilités d'oscillation et peut être décrite de manière équivalente par une modification, minime dans le cas adiabatique $\alpha \ll 1$, de l'angle de mélange $\tilde{\theta}$. Les états $|\mathbf{N}_i\rangle$ donnent une expression plus générale des états propres de matière, ajoutant un terme d'ordre 1 en γ . Ils permettent de décrire, comme on va le voir, la propagation dans la matière dans un cas un peu plus général que l'hypothèse d'adiabaticité $\gamma \rightarrow 0$.

Hypothèse d'adiabaticité du deuxième ordre

Le facteur d'adiabaticité γ est fonction de la position $\mathbf{x}$, donc l'angle α et la matrice de rotation $\tilde{V}$ également. Ainsi, l'équation d'évolution des $|\mathbf{N}_m\rangle$ présente le même terme supplémentaire que (A.2) :

$$i\partial_x |\mathbf{N}_m\rangle = \text{Diag}(\epsilon_1, \epsilon_2) \cdot |\mathbf{N}_m\rangle + \partial_x \alpha \cdot \mathbb{J} \cdot |\mathbf{N}_m\rangle. \quad (\text{A.13})$$

Nous allons nous placer dans ce qui suit dans ce que nous appellerons *l'hypothèse d'adiabaticité du deuxième ordre* (à comparer avec (1.194))

$$|\partial_x \alpha| \ll \frac{\Delta\tilde{m}^2}{4E} \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (\text{A.14})$$

que l'on peut récrire comme

$$|\partial_x \gamma| \ll \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E} (1 + \gamma^2)^{3/2} \quad \text{ou encore} \quad |\partial_x \sin 2\alpha| \ll \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E}. \quad (\text{A.15})$$

Cette hypothèse plus large nous permet de considérer non plus seulement des valeurs du paramètre d'adiabaticité $\gamma \ll 1$ mais également des valeurs plus grandes, pourvu que l'évolution de ce paramètre γ soit lente. La longueur caractéristique de notre situation est

$$\tilde{L}_{\text{osc}} \equiv \frac{4\pi E}{\Delta\tilde{m}^2} \quad (\text{A.16})$$

et c'est elle qui quantifie l'évolution autorisée par les inégalités (A.14) ou (A.15) ci-dessus.

Probabilité de transition $\nu_1 \rightarrow \nu_2$

Considérons donc maintenant un trajet dans la matière du point A , de position $x_A = |\mathbf{x}_A|$, caractérisé par $\gamma_A = \gamma(x_A)$, jusqu'au point $B(x_B, \gamma_B)$ de telle sorte que l'hypothèse d'adiabaticité du deuxième ordre soit valide sur tout le parcours de A vers B . L'amplitude de la transition $\nu_i \rightarrow \nu_j$ est donnée par

$$\langle \nu_j | \hat{O}_{A \rightarrow B} | \nu_i \rangle \quad (\text{A.17})$$

où

$$\hat{O}_{A \rightarrow B} = \sum_k |N_k\rangle e^{-i \int_A^B \epsilon_k(x) dx} \langle N_k|. \quad (\text{A.18})$$

Les coefficients $\langle N_k | \nu_i \rangle$ sont donnés selon (A.10) par l'angle de mélange α_A évalué au point A tandis que les coefficients $\langle \nu_j | N_k \rangle$ dépendent de α_B .

De manière analogue à (1.180-1.184), la probabilité de croisement $P_c = \mathbb{P}(\nu_1^{(A)} \rightarrow \nu_2^{(B)})$ est donnée par

$$\begin{aligned} P_c &= \left| \langle \nu_2 | \hat{O}_{A \rightarrow B} | \nu_1 \rangle \right|^2 \\ &= \sum_k \left| V_{1k}^{(A)} \right|^2 \left| V_{2k}^{(B)} \right|^2 + 2 \Re \sum_{i < j} V_{1i}^{*(A)} V_{2i}^{(B)} V_{1j}^{(A)} V_{2j}^{*(B)} e^{-i\varphi} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

avec

$$\varphi = \int_A^B (\epsilon_1 - \epsilon_2) dx = - \int_A^B \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E} \sqrt{1 + \gamma^2} dx. \quad (\text{A.20})$$

Le résultat peut s'écrire finalement

$$P_c = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\alpha_A \cos 2\alpha_B - \sin 2\alpha_A \sin 2\alpha_B \cos \varphi) \quad (\text{A.21})$$

ou aussi

$$P_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_A^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_B^2}} (1 + \gamma_A \gamma_B \cos \varphi) \right). \quad (\text{A.22})$$

La phase φ témoigne du caractère oscillant de ce processus. Tout comme dans le phénomène standard des oscillations de saveur dans le vide, les probabilités de transition oscillent en fonction de la différence entre les niveaux d'énergie ϵ_1 et ϵ_2 des états propres $N_{1,2}$. La probabilité de croisement P_c peut ainsi être, compte tenu de la valeur réelle des paramètres (distance AB , énergie E , densité électronique N_e , facteur d'adiabaticité $\gamma \dots$), plus grande ou plus petite que la probabilité moyenne

$$\overline{P_c} = \frac{1 - \cos 2\alpha_A \cos 2\alpha_B}{2}. \quad (\text{A.23})$$

La probabilité moyenne peut être utilisée par exemple lorsque l'on se étudie la propagation de neutrinos avec une distribution en énergie suffisamment large (voir aussi les explications entourant la Figure 1.7).

Etudions maintenant quelques propriétés de P_c pour montrer la portée de ce résultat.

1. **Limite $A \rightarrow B$.** La première vérification nécessaire est de constater que si la longueur d'oscillation AB tend vers 0, alors la probabilité de transition tend vers 0 également. Nous voyons que c'est bien le cas en notant que $\alpha_A \rightarrow \alpha_B$ et $\varphi \rightarrow 0$ dans la limite $A \rightarrow B$.
2. **Limite adiabatique.** Dans le cas où l'hypothèse d'adiabaticité $\gamma_A, \gamma_B \ll 1$ est valide, (A.22) s'exprime selon

$$P_c \underset{\gamma \ll 1}{\sim} \frac{\gamma_A^2}{4} + \frac{\gamma_B^2}{4} - \frac{1}{2} \gamma_A \gamma_B \cos \varphi. \quad (\text{A.24})$$

Dans ce cas de figure, les transitions $\nu_i \rightarrow \nu_j$ sont négligeables au deuxième ordre en $4E\partial_x \tilde{\theta} / \Delta\tilde{m}^2$, ce qui justifie de les négliger et de considérer que les ν_i ne se mélangent pas au cours de leur propagation dans la matière.

3. Non-adiabaticité maximale. Lorsque $\gamma_{A,B} \gg 1$, c'est-à-dire que l'angle de mélange des ν_i est égal à $\pi/4$, la probabilité de transition s'écrit

$$P_c \underset{\gamma \gg 1}{\sim} \sin^2(\varphi/2) \quad (\text{A.25})$$

et atteint la valeur maximale de 1.

Applications numériques

Cas 1 - Considérons la densité de matière du Soleil, représentée en Figure A.1, et un neutrino d'énergie $E = 2$ MeV. La densité de matière peut être décrite par une loi exponentielle $N(r) = N_0 \cdot e^{-r/r_0}$ avec les paramètres $N_0 \simeq 223 \mathcal{N}_A \text{ cm}^{-3}$ et $1/r_0 \simeq 10.54/R_\odot$ tirés de [32]. La résonance a lieu au minimum de $\Delta\tilde{m}^2$, pour $r \simeq 0.080 r_0$. Définissons le paramètre γ' comme

$$\gamma' \equiv |\partial_x \sin 2\alpha| \cdot \frac{2E}{\Delta\tilde{m}^2} \quad (\text{A.26})$$

de telle sorte que l'hypothèse d'adiabaticité du deuxième ordre s'écrive $\gamma' \ll 1$. Au point de résonance nous avons $\gamma_r \simeq 260$ ce qui indique que l'évolution n'est pas adiabatique, il y a un mélange entre les états propres de masse ν_1 et ν_2 . Cependant, autour de ce point nous $\gamma'_r \simeq 9 \cdot 10^{-2}$ ce qui signifie que l'hypothèse d'adiabaticité du deuxième ordre est valide. Nous pouvons donc calculer la probabilité de croisement $P_c|_r$, qui est maximale à la résonance, selon (A.25). Pour calculer φ , nous considérons une région autour de la résonance, par exemple $x_A = 0$, $x_B = 0.15 \cdot r/r_0$ et

$$P_c|_r \simeq 0.8. \quad (\text{A.27})$$

Cas 2 - Ce cas illustre un exemple où l'hypothèse d'adiabaticité du second ordre est vérifiée en tout point de la trajectoire du neutrino. Pour cela, nous utilisons ici un modèle alternatif de densité de matière $1/r_0 = 5/R_\odot$. Les caractéristiques du trajet d'un neutrino d'énergie $E = 10$ MeV (énergie du pic de production par la désintégration du ^8B) sont représentées sur la Figure A.2.

La résonance a lieu pour $r \simeq 0.49 r_0$, avec $\gamma_r \simeq 620$. On peut voir sur la Figure A.2 que le paramètre d'adiabaticité γ est supérieur à 40 tout au long de la trajectoire mais que $\gamma' < 1$. La propagation des neutrinos ν_i n'est donc à aucun moment diagonale, mais celle des états N_i l'est. Par analogie au calcul menant à la probabilité d'oscillation adiabatique (1.196), en utilisant (A.12) on obtient

$$\begin{aligned} \mathbb{P}^{2^{\text{nd}} \text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L, E) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(\tilde{\theta} + \alpha)^{(0)} \cos 2(\tilde{\theta} + \alpha)^{(L)} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sin 2(\tilde{\theta} + \alpha)^{(0)} \sin 2(\tilde{\theta} + \alpha)^{(L)} \cos \int_0^L \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E} dx \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

que l'on peut récrire dans notre cas

$$\mathbb{P}^{2^{\text{nd}} \text{adiab.}}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L, E) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 2\tilde{\theta}^{(0)} \sin 2\theta - \frac{1}{2} \cos 2\tilde{\theta}^{(0)} \cos 2\theta \cos \int_0^L \frac{\Delta\tilde{m}^2}{2E} dx \quad (\text{A.29})$$

en remarquant que $\alpha = \pi/4$. Cette expression décrit la probabilité d'oscillation d'un neutrino produit au centre du Soleil, détecté à l'extérieur et qui aurait suivi une propagation non-adiabatique sur l'ensemble de son parcours (avec notre modèle alternatif).

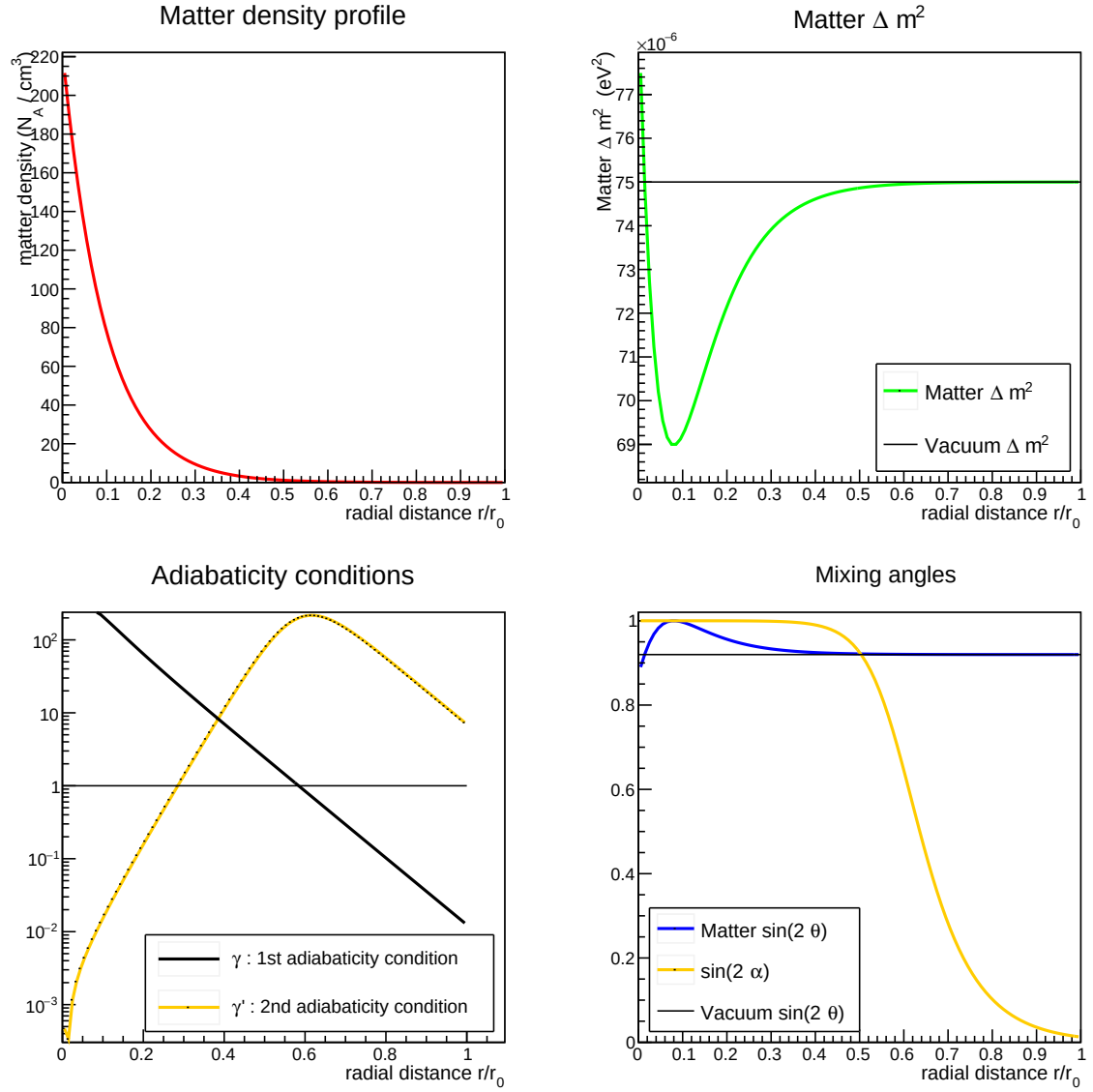


FIGURE A.1 – Caractéristiques de l'évolution d'un neutrino d'énergie $E = 2 \text{ MeV}$ dans le Soleil. En haut à gauche : densité de matière; en haut à droite : valeur de $\Delta \tilde{m}^2$ qui atteint un minimum au niveau de la résonance; en bas à gauche : évolution des facteurs d'adiabaticité γ et γ' : la condition d'adiabaticité du deuxième ordre $\gamma' \ll 1$ est vérifiée autour de la résonance; en bas à droite : angles de mélanges dans la matière $\tilde{\theta}$ et α .

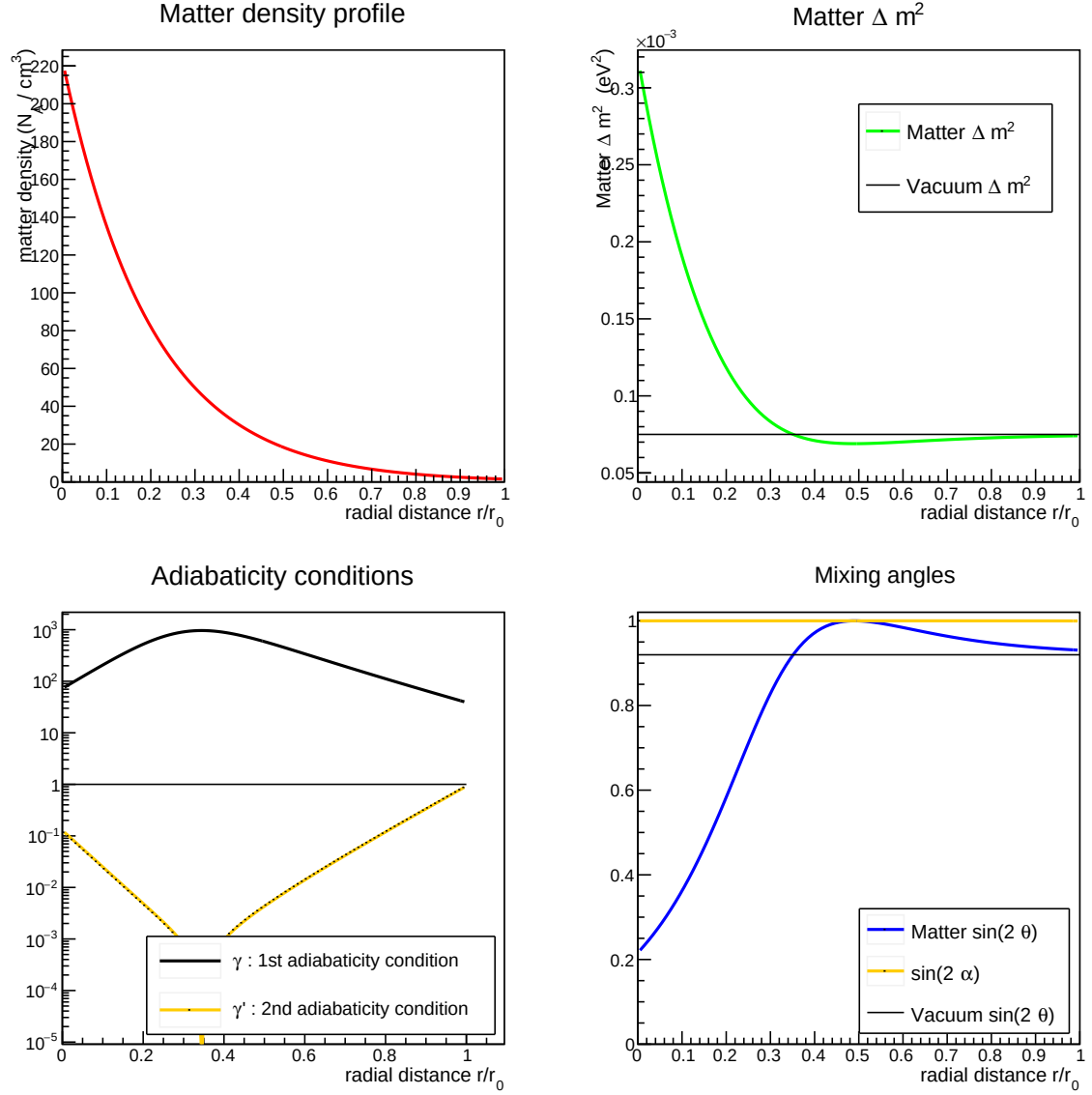


FIGURE A.2 – Caractéristiques de l'évolution d'un neutrino d'énergie $E = 10$ MeV avec un modèle alternatif de densité de matière. En haut à gauche : densité de matière; en haut à droite : valeur de $\Delta \tilde{m}^2$ qui atteint un minimum au niveau de la résonance; en bas à gauche : évolution des facteurs d'adiabaticité γ et γ' : la condition d'adiabaticité du deuxième ordre $\gamma' \ll 1$ est vérifiée tout au long du parcours; en bas à droite : angles de mélanges dans la matière θ et α .

Annexe B

Etalonnage de la réponse temporelle du WaterModule

Nous traitons ici l'étalonnage de la réponse temporelle du WaterModule, effectuée en parallèle de l'étalonnage de la réponse en énergie présentée au Chapitre 3. Précisons tout d'abord quelques points importants en ce qui concerne les cartes de lecture TFB.

B.1 Positionnement et fonctionnement des TFB

Le positionnement des 20 TFB du WaterModule est illustré sur la Figure B.1. Les TFB n°0-9 sont disposées sur la face latérale du détecteur pour lire les scintillateurs horizontaux, et les TFB n°10-19 sont placées sur le dessus du module pour lire les scintillateurs verticaux. Comme indiqué sur le schéma, la première moitié du détecteur (le plus en "amont" du faisceau) correspond aux TFB n°0-4 et 10-14, et la moitié "aval" correspond aux TFB n°5-9 et 15-19.

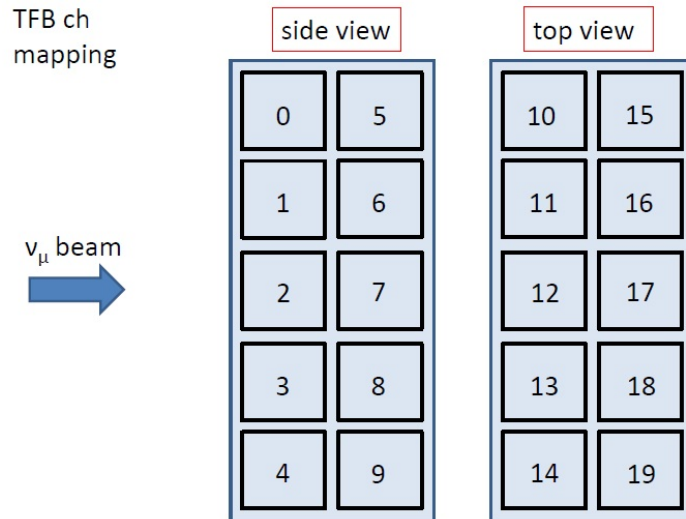


FIGURE B.1 – Positionnement des TFB du WaterModule.

Chaque TFB enregistre le signal provenant de 64 scintillateurs. Ainsi, sur chacune d'entre elles, pour chaque canal, nous avons :

1. Deux ADC (*Analog-to-Digital Converter*) sur 10 bits pour amplifier et convertir l'amplitude du signal en signal numérique, discrétisé entre 0 et 1023 unités de charge (*coups d'ADC*). Les deux ADC sont appelés respectivement *haut gain* (HG) et *bas gain* (LG) :
 - l'ADC haut gain, qui amplifie 10 fois plus le signal, permet une lecture fine des faibles charges mais arrive plus vite à saturation (lorsque le signal d'entrée dépasse les 1023 coups) ;
 - l'ADC bas gain permet de lire les charges les plus élevées sans saturer.

2. Un TDC (*Time-to-Digital Converter*) qui enregistre et discrétise le temps d'arrivée de chaque signal, avec une précision de 2.5 nanosecondes.

Un schéma de chaque TFB est représenté sur la Figure B.2.

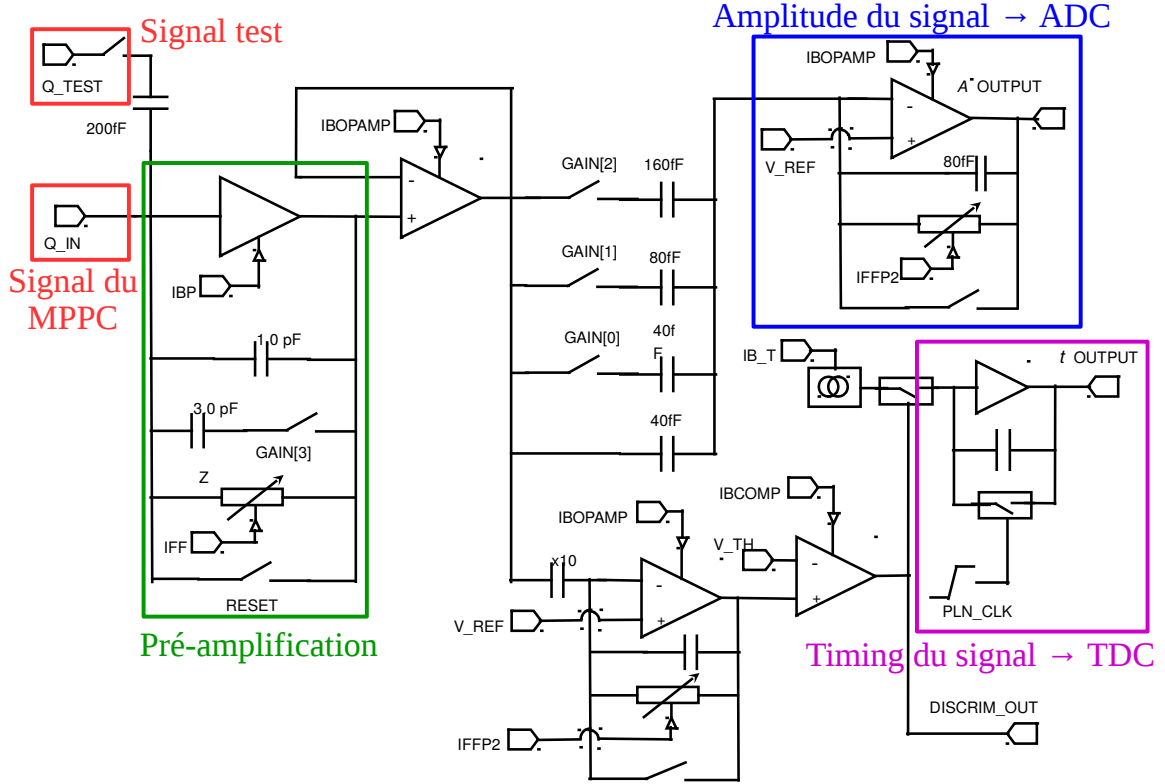


FIGURE B.2 – Circuit correspondant à un canal de la TFB. Le signal du MPPC entre en Q_IN, et l'on peut entrer un signal test en Q_TEST. En fermant l'interrupteur GAIN[3], le gain total de pré-amplification est 4 pF : c'est la configuration standard du Proton Module et des modules INGRID. Pour le WaterModule, l'interrupteur est fermé et le gain est 1 pF. L'amplitude du signal est extraite en direction des deux ADC (haut gain et bas gain) et le temps d'arrivée du signal est extrait en direction du TDC. Adapté de [104].

B.2 Réponse temporelle du WaterModule

Après avoir réalisé l'étalonnage de la réponse énergétique du détecteur, nous avons également effectué l'étalonnage de sa réponse temporelle. Le temps d'arrivée de chaque hit est traité par un TDC pour chaque canal. Deux effets sont pris en compte dans [84], et sont étudiés ici de manière similaire :

1. La référence temporelle t_0 est fixée sur chaque TFB mais peut être légèrement différente entre les vingt TFB du WaterModule ; nous devons aligner ces références temporelles.
2. Le *time-walk* : plus une charge est élevée, plus vite elle va dépasser le seuil de déclenchement de la carte électronique ; ainsi, nous nous attendons à ce que le temps d'arrivée des charges élevées soit en moyenne plus court que celui des faibles charges.

En plus de ces deux effets, nous avons aussi pris en compte :

3. Le temps de propagation dans la fibre optique, qui dépend de la longueur de fibre parcourue.

B.2.1 Remarques préliminaires

Temps de référence L'étalonnage de la réponse temporelle a été effectué sur un échantillon de données. Bien entendu, le temps d'arrivée de chaque événement, dans un référentiel absolu, est différent ; pour pouvoir les analyser il nous faut définir un temps de référence T_{ref} , origine d'un référentiel temporel propre à chaque événement. Nous avons choisi le temps moyen des hits dans la TFB n°7, qui lit les scintillateurs horizontaux au centre du détecteur, comme temps de référence :

$$T_{\text{ref}} \equiv \langle t \rangle_7. \quad (\text{B.1})$$

Lorsque nous comparerons les temps d'arrivée t de chaque hit, nous regarderons en fait $t - T_{\text{ref}}$.

Echantillon d'étalonnage Pour étalonner la réponse temporelle, nous utilisons un échantillon de sand muons (produits dans le mur du puits), traversant tout le détecteur, avec donc au moins un hit dans la TFB n°7 pour pouvoir déterminer T_{ref} .

Temps de vol Les muons traversent le détecteur de l'avant vers l'arrière. Naturellement, le temps d'arrivée des hits à l'arrière du détecteur est plus tardif que celui des hits de l'avant du détecteur. Le temps de vol moyen,

$$\langle \Delta t \rangle = \frac{\langle \Delta z \rangle}{c} \simeq 0.77 \text{ ns}, \quad (\text{B.2})$$

est donc déduit du temps d'arrivée pour les TFB n°5-9 et 15-19 à l'arrière du détecteur.

Corrélations Chacun des trois effets que nous allons corriger est relié à une grandeur particulière :

- le numéro de la TFB (c'est-à-dire la position dans le détecteur) pour l'alignement des temps de référence ;
- la charge des hits pour le time-walk ;
- la longueur de fibre parcourue pour le temps de propagation dans la fibre.

Nous devons faire attention aux corrélations qui pourraient exister entre ces trois grandeurs pour étalonner correctement la réponse temporelle. Par exemple, nous savons que la charge des hits est fortement corrélée à la longueur de fibre parcourue à cause de l'atténuation du signal dans celle-ci : nous devons ainsi veiller à corriger un premier effet avant d'en étudier un deuxième. Le temps de chaque hit t ainsi que le temps de référence T_{ref} devront tenir compte des effets précédemment étudiés. De manière détaillée :

1. nous n'attendons aucune corrélation entre la charge des hits et la position dans le détecteur ;
2. l'atténuation dans la fibre relie la charge des hits et la longueur de fibre parcourue ;
3. pour chaque TFB, la distance moyenne de fibre optique est la même : $\langle L_f \rangle_i \simeq 50 \text{ cm}$. Si l'on étudie l'impact de la propagation dans la fibre sur la distribution de $t - T_{\text{ref}}$, on obtient pour chaque hit

$$\begin{cases} t & \mapsto t + L_f/v_f \\ T_{\text{ref}} & \mapsto T_{\text{ref}} + \langle L_f \rangle_7/v_f \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

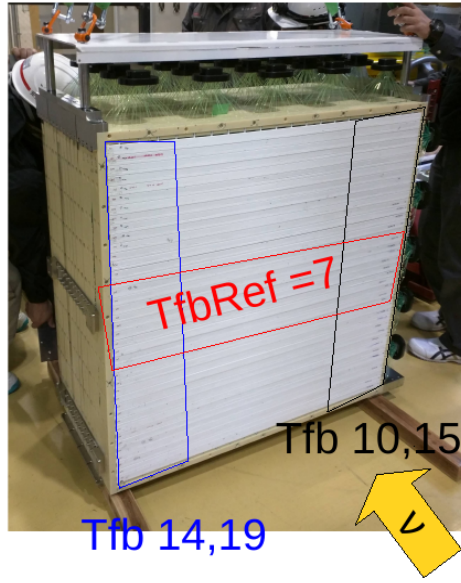
c'est-à-dire

$$t - T_{\text{ref}} \mapsto t - T_{\text{ref}} + (L_f - \langle L_f \rangle_7)/v_f \quad (\text{B.4})$$

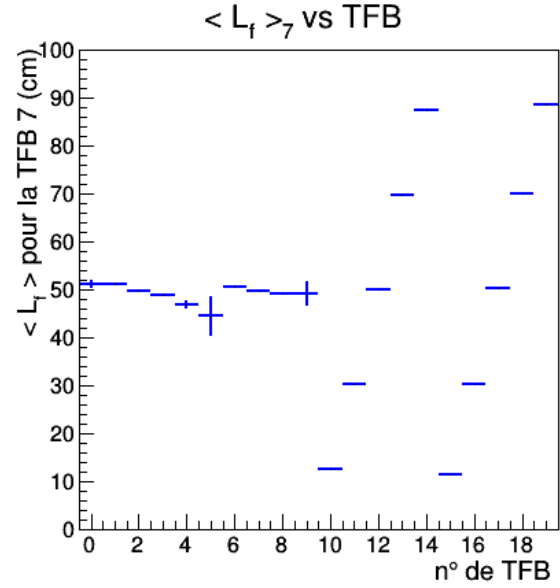
où L_f est la longueur de fibre pour le hit étudié, $\langle L_f \rangle_7$ la longueur moyenne parcourue pour les hits dans la TFB n°7 (desquels on extrait $T_{\text{ref}} \equiv \langle t \rangle_7$) et v_f la vitesse de la lumière dans la fibre. Il apparaît cependant que la valeur moyenne $\langle L_f \rangle_7$ dépend de la TFB du hit étudié, ce qui s'explique par des considérations géométriques simples, détaillées dans la Figure B.3. L'impact du délai de propagation dans la fibre sur $t - T_{\text{ref}}$ dépend donc de la TFB i considérée :

$$\begin{aligned} \langle t - T_{\text{ref}} \rangle_i & \mapsto \langle t - T_{\text{ref}} \rangle_i + (\langle L_f \rangle_i - \langle L_f \rangle_7)/v_f \\ & \simeq \langle t - T_{\text{ref}} \rangle_i + (50\text{cm} - \langle L_f \rangle_7)/v_f. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Ainsi, les trois corrections ne peuvent pas être effectuées de manière indépendante.



(a)



(b)

FIGURE B.3 – (a) Position des scintillateurs lus par quelques TFB. La lecture des scintillateurs horizontaux est effectuée à droite du module. Si un muon entre sur le côté gauche du détecteur, traversant les scintillateurs verticaux des TFB n°14 puis 19, les hits qu’il déposera dans les scintillateurs de la TFB n°7 seront tous regroupés dans la partie droite. Ainsi, T_{ref} sera retardé à cause de la longue propagation dans les fibres $\langle L_f \rangle_{7|14,19} \simeq 90\text{cm}$ des scintillateurs de la TFB n°7. Au contraire, T_{ref} sera plus court pour les muons traversant la partie droite du détecteur car $\langle L_f \rangle_{7|10,15} \simeq 10\text{cm}$. (b) Valeur de $\langle L_f \rangle_{7|i}$: plus la TFB verticale est sur la gauche, plus les hits dans la TFB n°7 parcourent de fibre optique.

B.2.2 Time-walk

Comme nous l’avons expliqué plus haut, plus une charge est élevée plus elle va dépasser rapidement le seuil de déclenchement de la carte électronique ; ainsi, nous nous attendons à ce que le temps d’arrivée des charges élevées soit en moyenne plus court que celui des faibles charges. La Figure B.4 montre cet effet, qui amène une différence de plus de 30 ns entre les charges faibles et élevées. Pour les charges très élevées (au-delà de 100 p.e.), nous utilisons la valeur asymptotique de -10 ns pour corriger l’effet du time-walk.

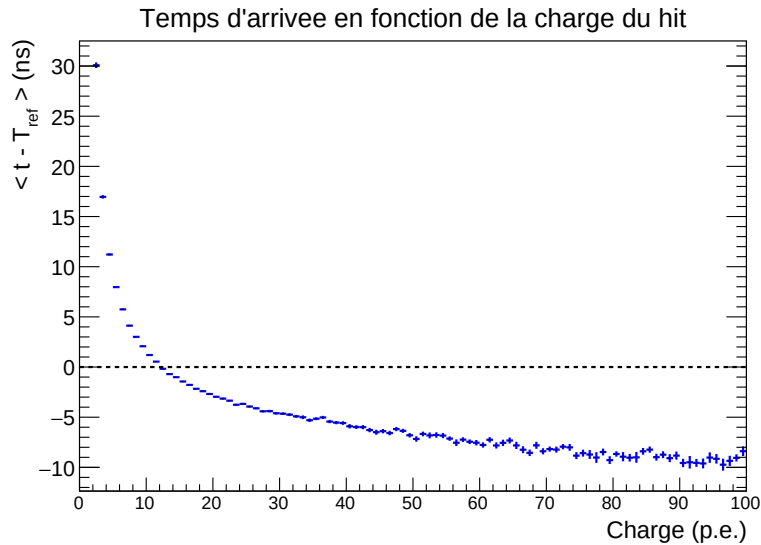


FIGURE B.4 – Temps d’arrivée moyen en fonction de la charge du hit.

B.2.3 Délai de propagation dans la fibre

Considérons maintenant la durée de propagation dans la fibre, introduite en (B.3) :

$$\Delta t = L_f/v_f = L_f \cdot \frac{n_f}{c} \quad (\text{B.6})$$

où L_f est la longueur de fibre parcourue, n_f est l'indice de réfraction de la fibre et c la vitesse de la lumière dans le vide. La Figure B.5 nous montre la relation linéaire entre la longueur de fibre et le temps de parcours, d'où nous pouvons extraire l'indice de réfraction

$$n_f = 1.91 \pm 0.02 \quad (\text{B.7})$$

qui est supérieur de 20% à l'indice donné par la compagnie Kuraray $n_f^{\text{th}} = 1.59$ [82]. Nous décidons d'utiliser la valeur donnée par notre mesure (B.7) pour étalonner la réponse temporelle du WaterModule.

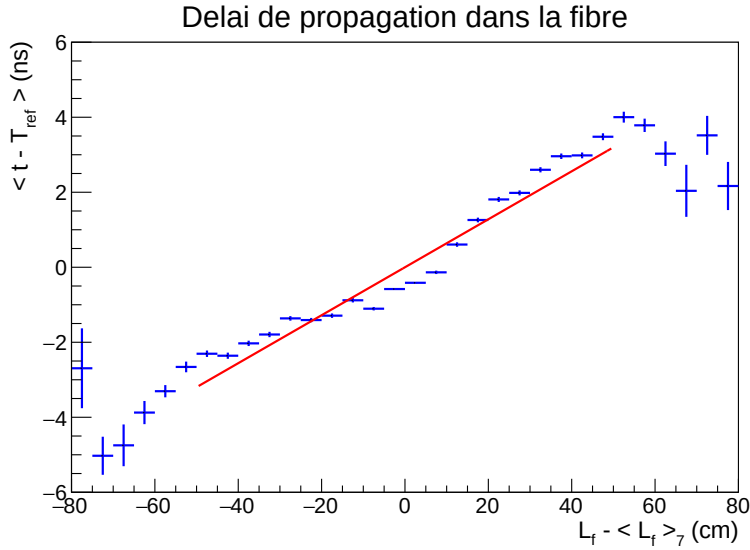


FIGURE B.5 – Temps d'arrivée moyen en fonction de la longueur relative de fibre par rapport aux hits dans la TFB n°7 (desquels T_{ref} est extrait). L'interpolation linéaire, en rouge, donne une mesure de l'indice de réfraction $n_f = 1.91 \pm 0.02$. Pour isoler l'effet de la propagation dans la fibre, le temps d'arrivée t de chaque hit a auparavant été corrigé pour ôter la contribution du time-walk.

B.2.4 Alignement de la référence temporelle de chaque TFB

Intéressons-nous maintenant à l'alignement de la référence temporelle t_0 de chaque TFB, qui correspond à 0 coups de TDC. Comme nous l'avons discuté dans les remarques préliminaires, pour isoler l'effet que nous étudions nous corrigeons le temps de chaque hit t (et donc $T_{\text{ref}} \equiv \langle t \rangle_7$) pour tenir compte du délai de propagation dans la fibre. Il est inutile de corriger pour le time-walk puisqu'il n'y a aucune corrélation entre le numéro d'une TFB et la charge moyenne enregistrée.

Les résultats sont représentés sur la Figure B.6 : nous obtenons, pour chaque TFB, la référence temporelle t_0 relativement à la référence temporelle $(t_0)_7$ de la TFB n°7 :

$$t_0 - (t_0)_7 \equiv \langle t - T_{\text{ref}} \rangle. \quad (\text{B.8})$$

La référence temporelle de toutes les TFB sont alignées à ± 2.5 ns, ce qui correspond à un coup de TDC. Seule la TFB n°0 est largement décalée de 12 ns.

B.2.5 Résultats

Nous pouvons maintenant appliquer cet étalonnage de la réponse temporelle sur un échantillon de sand muons indépendant. La Figure B.7 montre le temps d'arrivée, moyenné sur tous les hits, en fonction des trois grandeurs d'intérêt : la charge, la longueur de fibre parcourue et la TFB. Toutes les distributions sont bien centrées autour de 0, ce qui valide ce travail d'étalonnage.

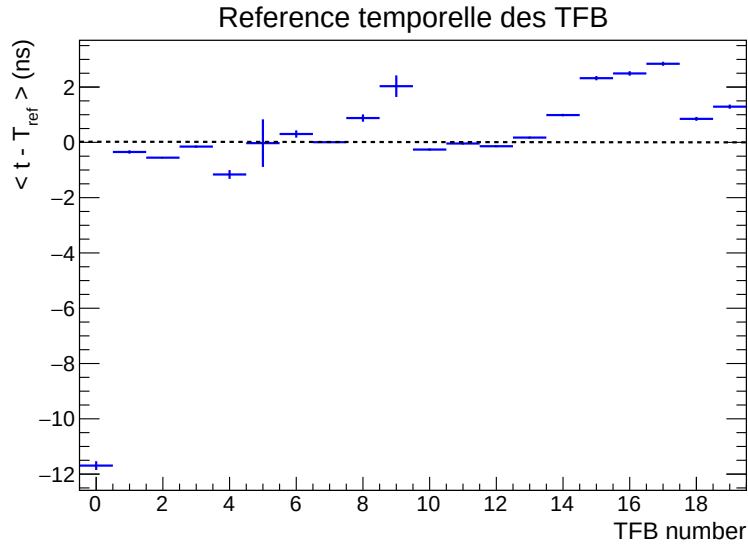


FIGURE B.6 – Temps d'arrivée moyen des hits en fonction de la TFB, qui nous donne la référence temporelle t_0 de chaque TFB, relativement à celle de la TFB n°7 (t_0)₇.

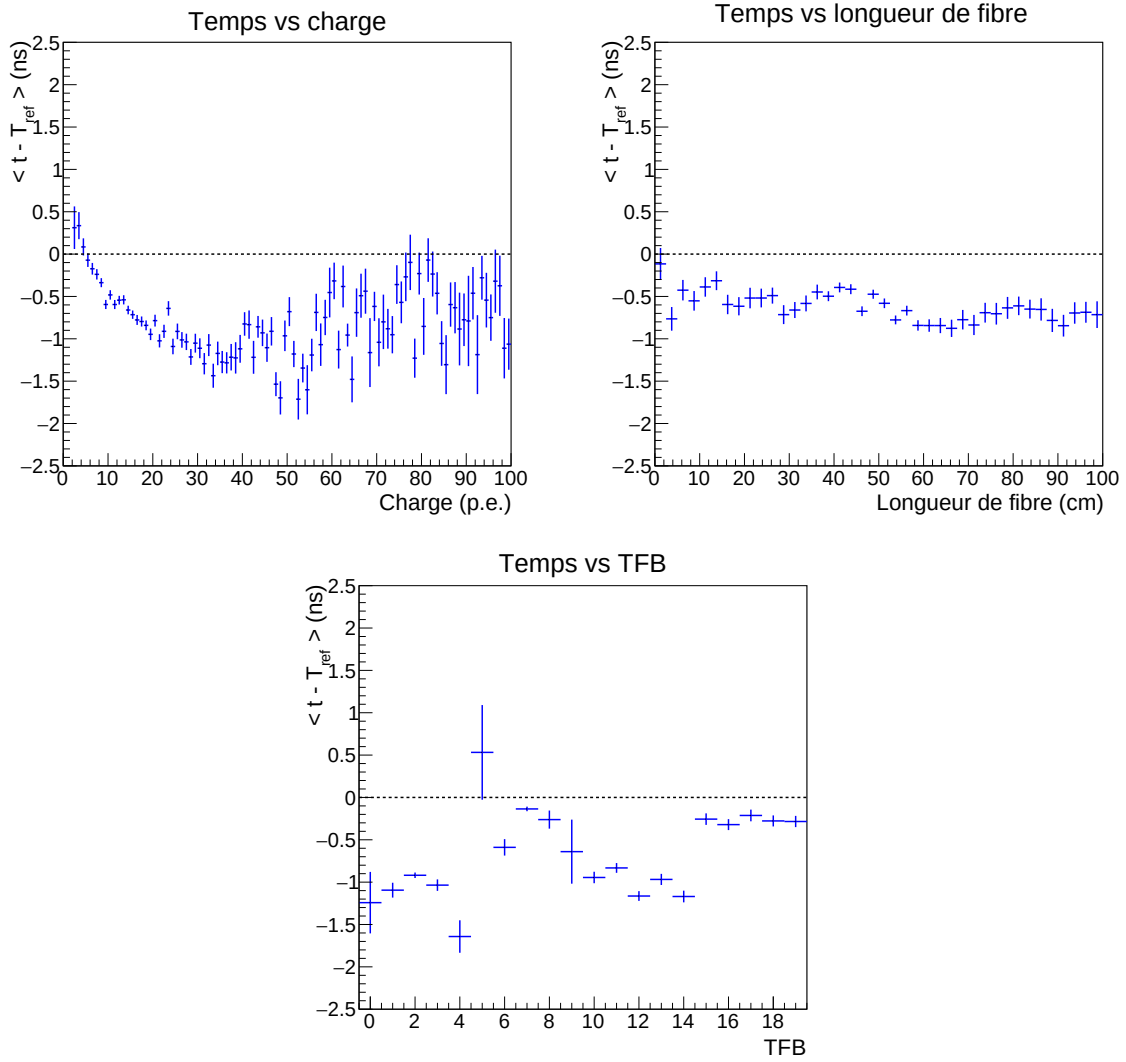


FIGURE B.7 – Temps d'arrivée moyen des hits en fonction de leur charge, de la longueur de fibre optique parcourue et de leur TFB.

Annexe C

Compléments sur la sélection des évènements

C.1 Longueur δz de scintillateur traversé par une particule

La longueur de scintillateur δz est principalement fonction de l'angle d'incidence de la particule sur le scintillateur :

$$\delta z = \frac{l_z}{\cos \alpha}, \quad (\text{C.1})$$

où l_z est la profondeur du scintillateur selon l'axe z (direction du faisceau), c'est-à-dire $l_z = 3$ mm pour les scintillateurs formant les plans et $l_z = 25$ mm pour les scintillateurs des grilles, et α est l'angle d'incidence de la particule (dans l'espace) sur le scintillateur. Cependant, comme le montre la Figure C.1, la particule peut ne traverser qu'un coin du scintillateur. La relation (C.1) n'est valable que lorsque le scintillateur est traversé de part en part ; en moyennant sur toutes les configurations nous obtenons :

$$\delta z = \frac{l_z}{\cos \alpha} \times \frac{1}{1 + \frac{\tan |\theta|}{\tan \theta_{\text{lim}}}} \quad (\text{C.2})$$

avec

$$\tan \theta_{\text{lim}} \equiv \frac{l_{\perp}}{l_z} \quad (\text{C.3})$$

où θ est l'angle de la particule dans le plan de la Figure C.1 et θ_{lim} est l'angle limite au-delà duquel il est inévitable que la particule ne traverse qu'un coin du scintillateur. $l_{\perp}$ est la largeur transverse du scintillateur, $l_z = 25$ mm pour les plans et $l_z = 3$ mm pour les grilles.

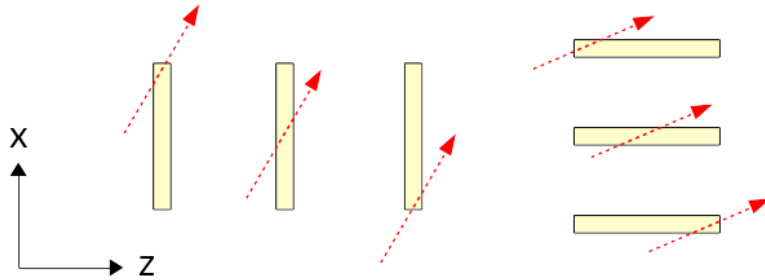


FIGURE C.1 – Les différentes configurations pour le passage d'une particule dans un scintillateur d'un plan (à gauche) ou d'une grille (à droite). Vue de dessus. Dans les configurations centrales, la particule traverse le scintillateur de part en part.

C.2 Résolution du Proton Module

La Figure C.2 représente la résolution sur les variables cinématiques réelles du muon (θ_{μ}, p_{μ}) dans le Proton Module, telle que définie dans la Section 4.2.3. La Figure C.3 représente elle la résolution sur l'angle reconstruit $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$.

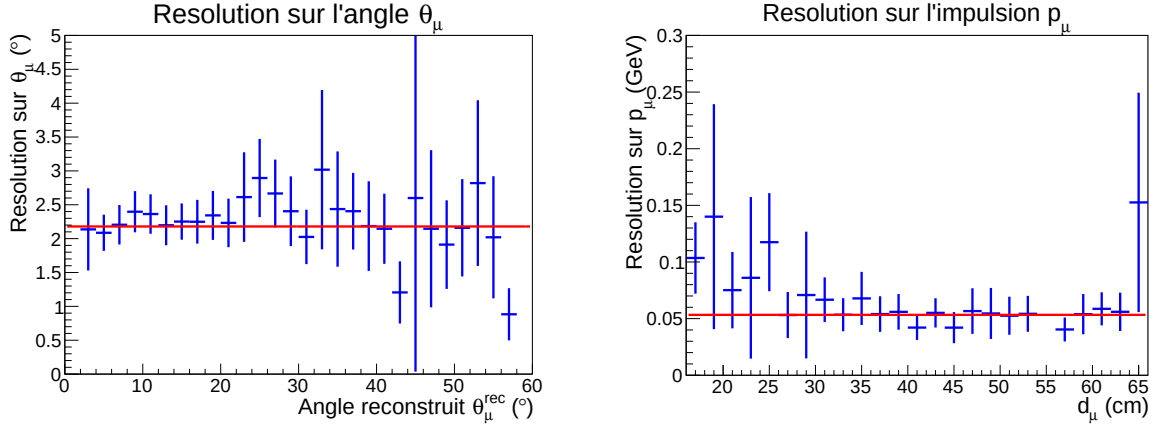


FIGURE C.2 – Résolution sur les variables cinématiques réelles (θ_μ, d_μ) dans le Proton Module. La résolution sur θ_μ est obtenue à partir des topologies de muons *stopping* et *through-going*; la résolution sur p_μ est obtenue à partir des muons *stopping* uniquement. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude sur la résolution et la ligne rouge la résolution moyenne.

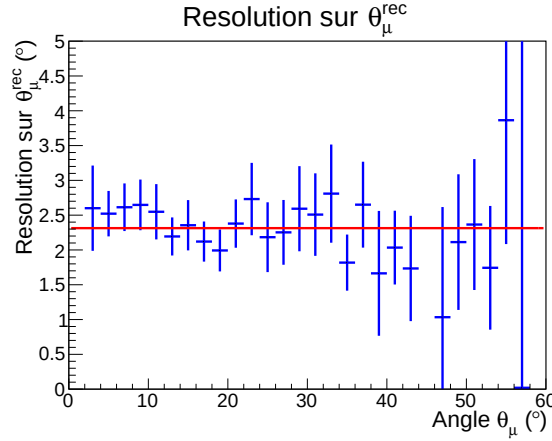


FIGURE C.3 – Résolution sur θ_μ^{rec} en fonction de la valeur de θ_μ dans le Proton Module. La résolution sur θ_μ^{rec} est obtenue à partir des topologies de muons *stopping* et *through-going*. Les barres d'erreurs représentent l'incertitude sur la résolution et la ligne rouge la résolution moyenne.

C.3 Distribution des évènements de l'échantillon fiduciel

Les Figures C.4 à C.9 montrent les distributions des évènements de l'échantillon fiduciel du WaterModule en fonction de la position du vertex, du nombre de traces de l'évènement, de l'angle de la plus longue trace et de la distance en équivalent fer (pour la topologie *stopping* uniquement). Les distributions équivalentes pour le Proton Module sont représentées sur les Figures C.10 à C.15.

L'accord entre données et simulation est très bon pour le Proton Module (moins de 1% de différence), et nous avons un excès de 3% pour les données du WaterModule. Pour chacun des deux détecteurs cibles, nous observons que cet excès correspond à des évènements à une trace, pour la topologie *through-going* et pour les petits angles (traces vers l'avant), effet également observé par la première analyse des données du WaterModule [86]. Cela pourrait être dû à des muons produits dans le mur du puits ou dans les modules d'INGRID amont (modules verticaux) qui auraient pu traverser les plans veto sans être détectés (en passant entre deux scintillateurs). Nous savons par ailleurs que

- la simulation de ces interactions n'est pas parfaite en raison du grand volume de matière qu'il faut recouvrir, donc du grand nombre d'interactions qu'il faut simuler ;
- la prédiction du bruit de fond venant des modules d'INGRID est plus importante (4%) dans l'analyse présentée dans [86] que dans celle de cette thèse (2%), comblant une partie du déficit de notre simulation ;

ce qui valide notre hypothèse.

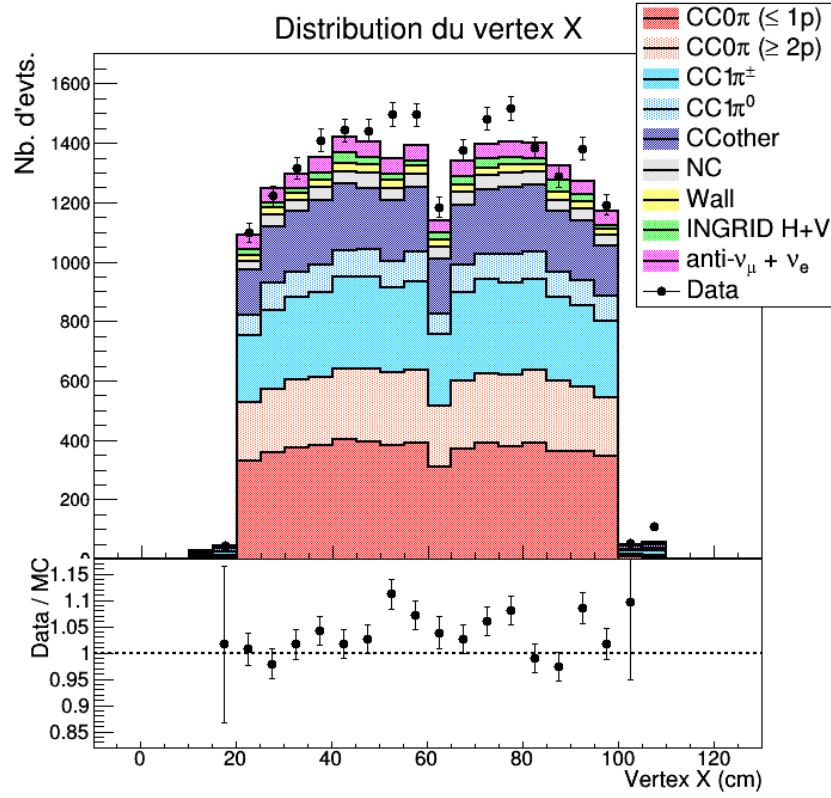


FIGURE C.4 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction de la position du vertex (X) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

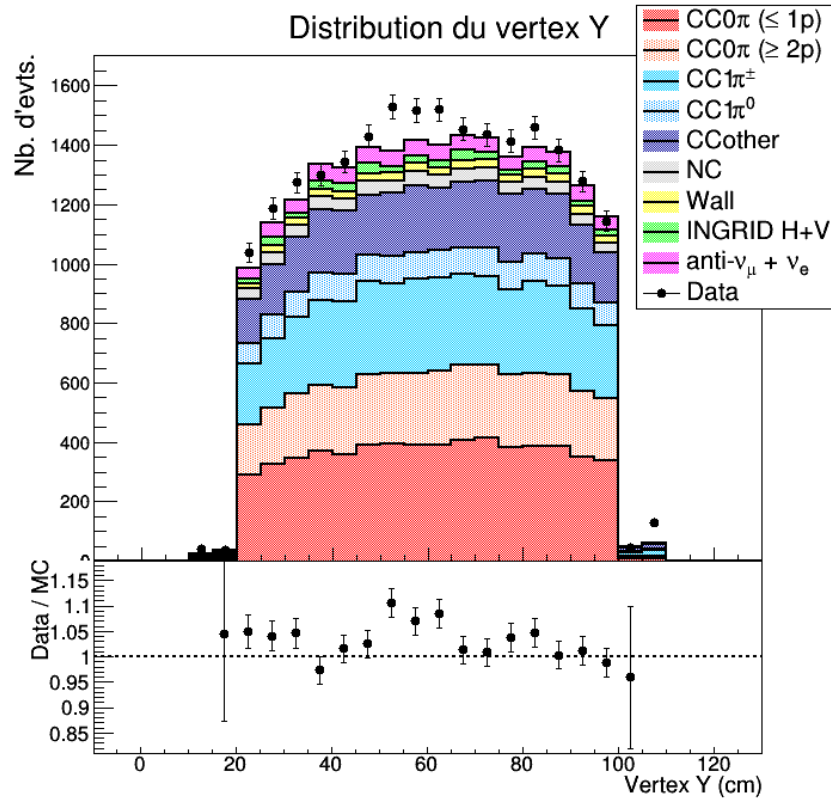


FIGURE C.5 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction de la position du vertex (Y) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

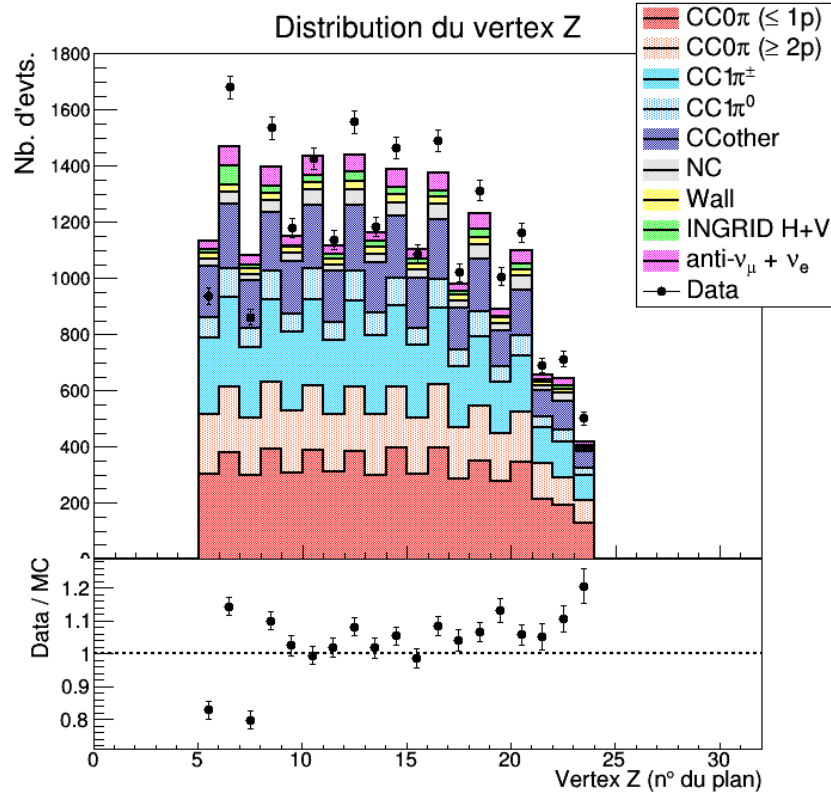


FIGURE C.6 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction de la position du vertex (Z) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

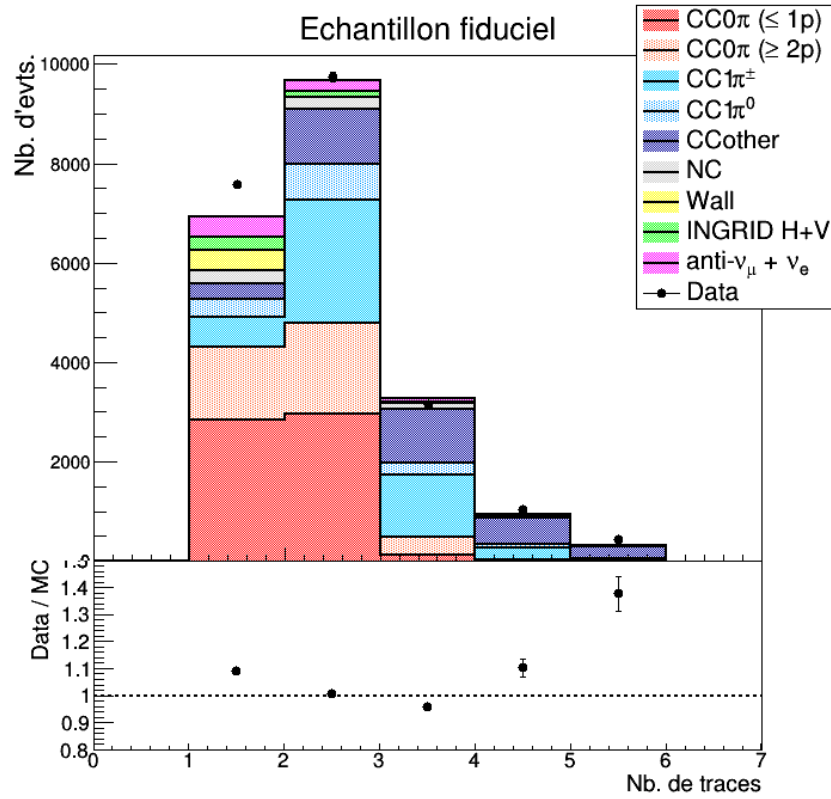


FIGURE C.7 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction du nombre de traces de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

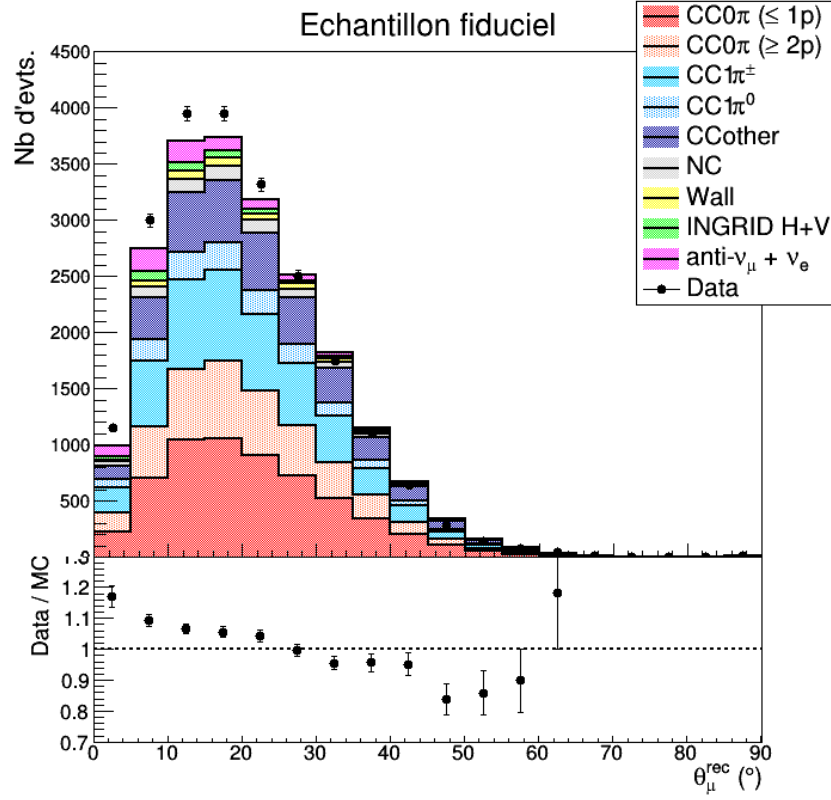


FIGURE C.8 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace la plus longue.

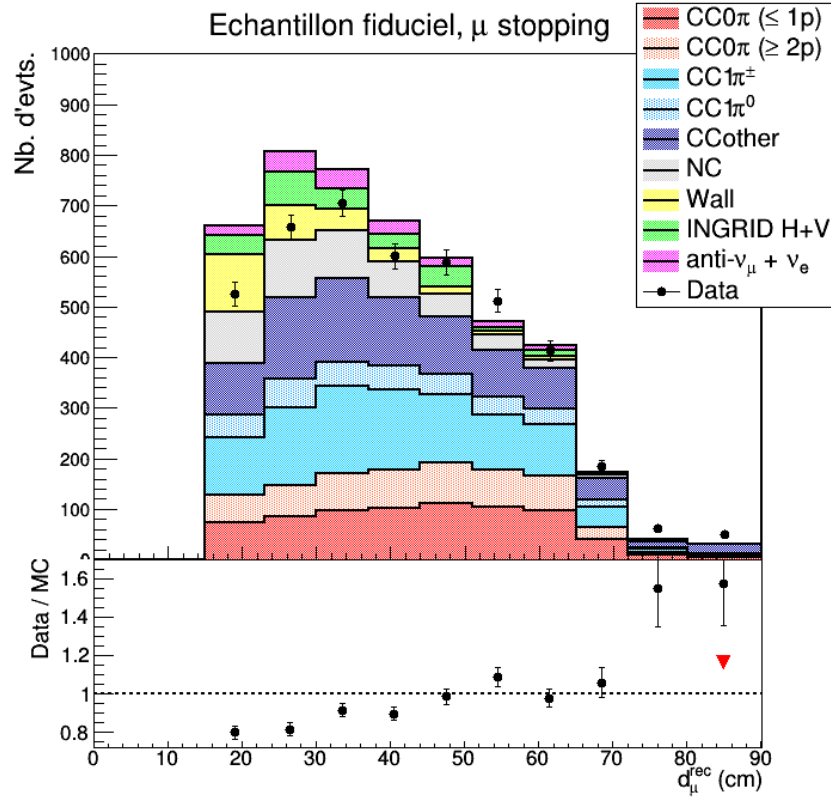


FIGURE C.9 – Echantillon fiduciel dans le WaterModule en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace la plus longue, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

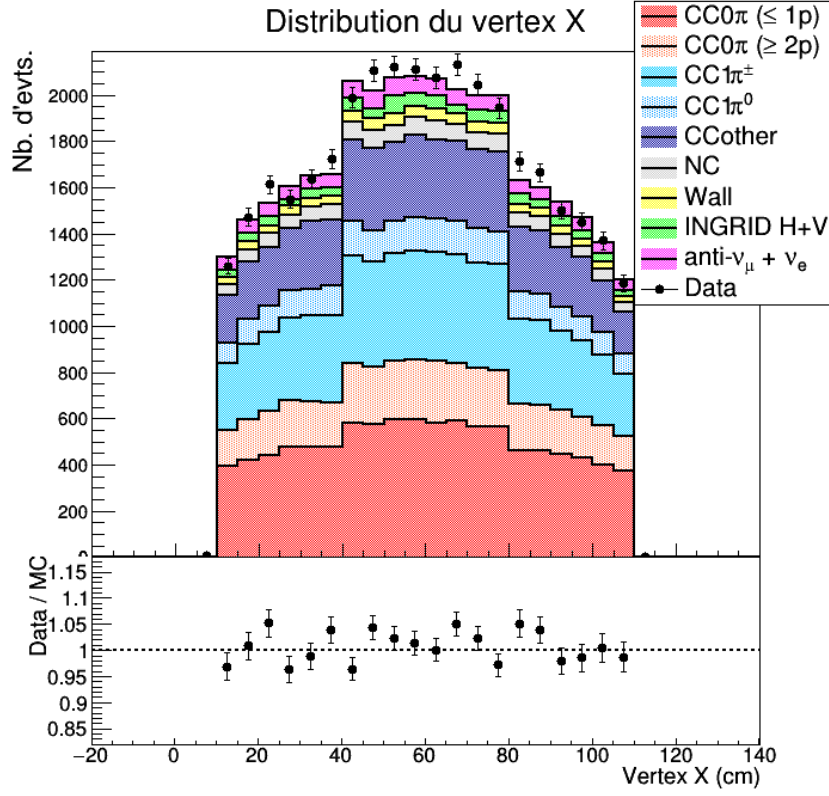


FIGURE C.10 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction de la position du vertex (X) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

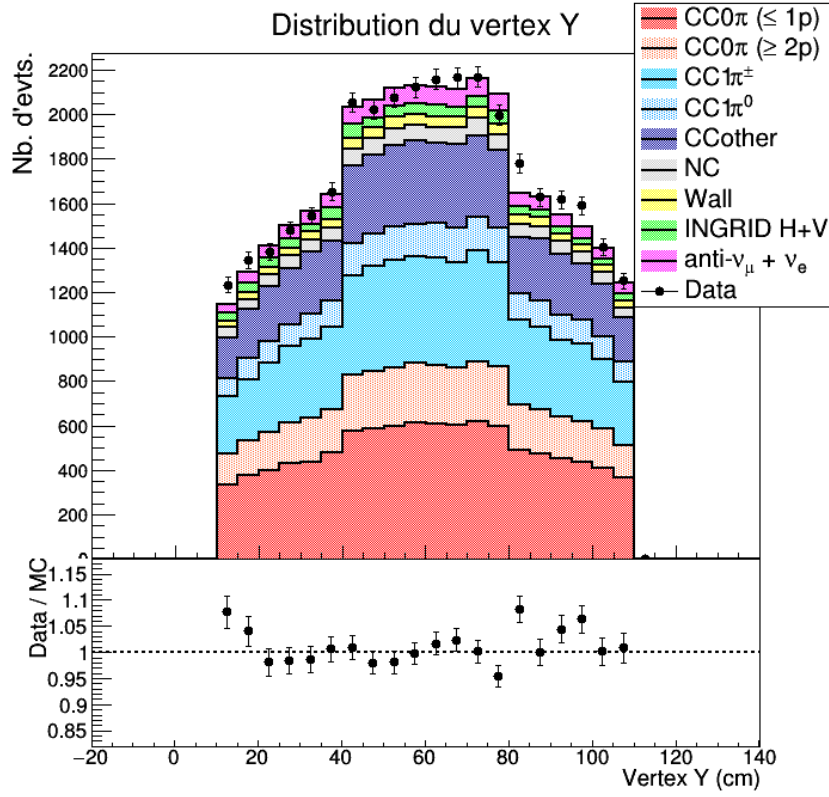


FIGURE C.11 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction de la position du vertex (Y) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

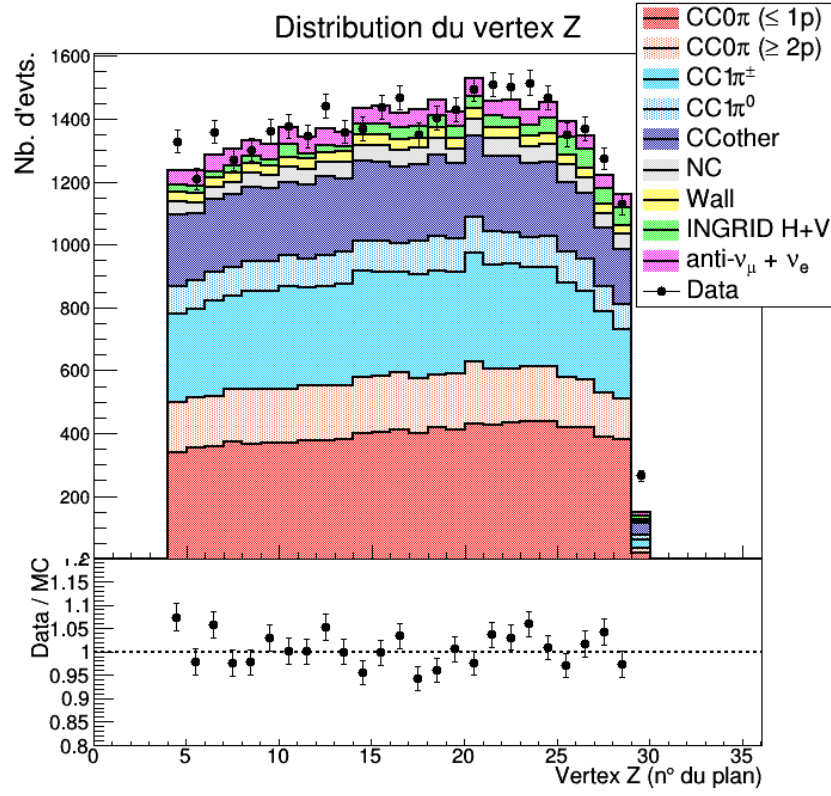


FIGURE C.12 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction de la position du vertex (Z) de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

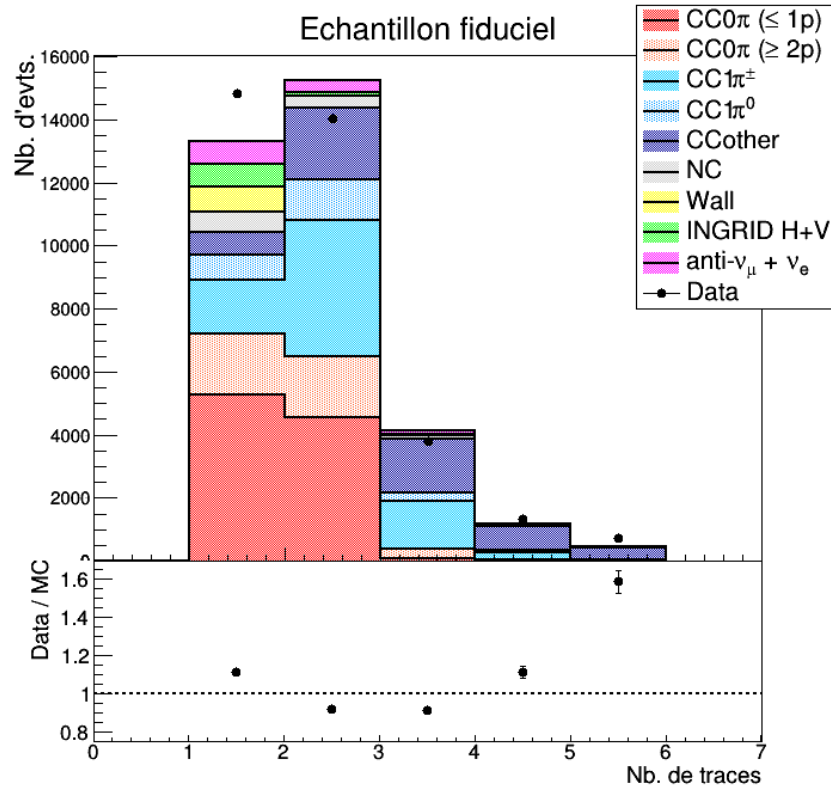


FIGURE C.13 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction du nombre de traces de l'évènement. Comparaison entre données et simulation.

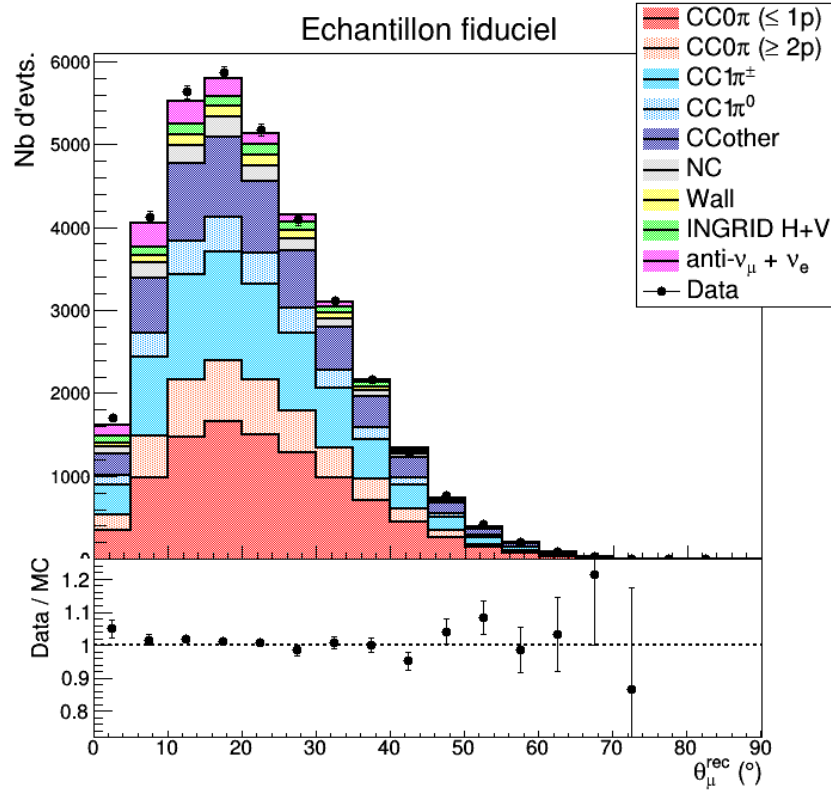


FIGURE C.14 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace la plus longue.

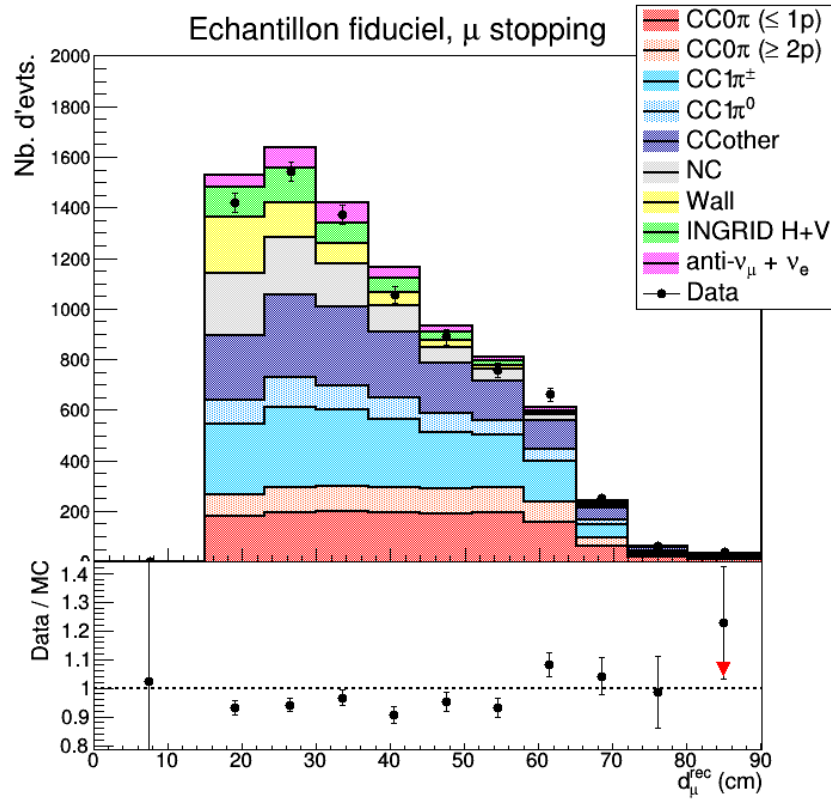


FIGURE C.15 – Echantillon fiduciel dans le Proton Module en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace la plus longue, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

C.4 Echantillons de contrôle CC0 π et Divers CC

Les Figures C.18 et C.19 illustrent les distributions de l'échantillon de contrôle CC0 π dans le Water-Module en fonction des variables cinématiques reconstruites $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ et d_{μ}^{rec} . Les distributions correspondantes pour le Proton Module sont représentées sur les Figures C.20 et C.21. Nous nous sommes restreints aux événements à deux traces pour mesurer l'impact du déficit de données pour tous les événements à deux traces dans le Proton Module.

En ce qui concerne l'échantillon de contrôle Divers CC, les distributions cinématiques sont illustrées sur les Figures C.22 à C.25 pour chacun des deux modules cibles. On observe un léger excès dans les données par rapport à la simulation.

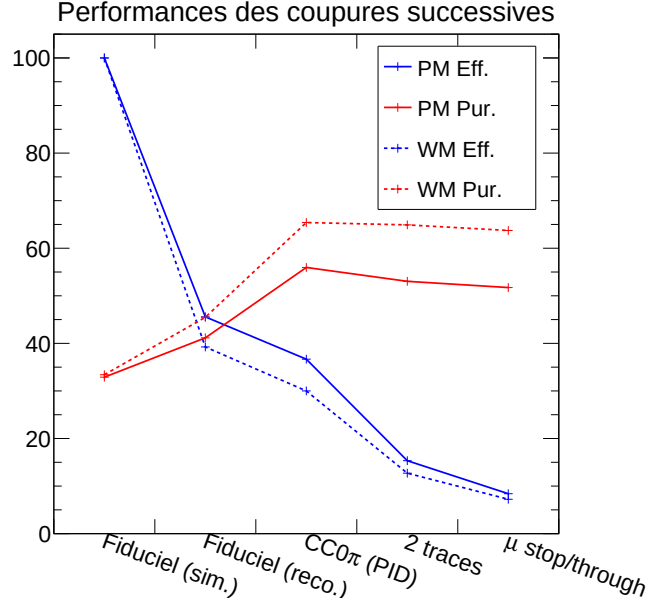


FIGURE C.16 – Evolution de l'efficacité et de la pureté (en %) de l'échantillon de contrôle CC0 π au fur et à mesure des coupures successives, pour les échantillons des deux modules cibles.

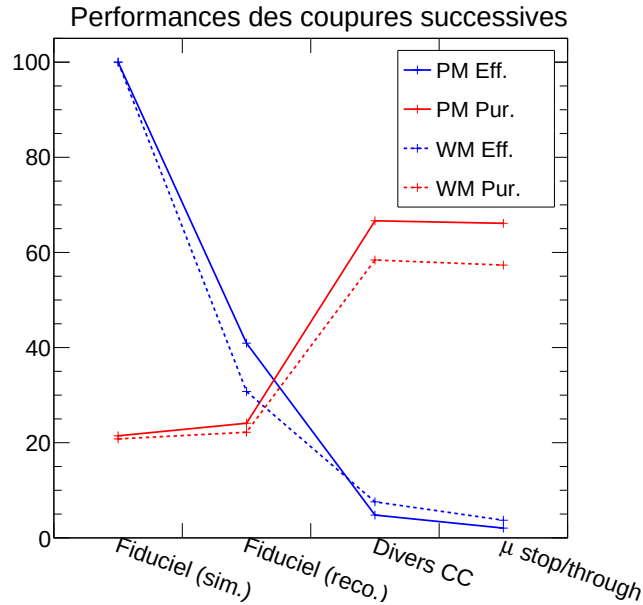


FIGURE C.17 – Evolution de l'efficacité et de la pureté (en %) de l'échantillon de contrôle Divers CC au fur et à mesure des coupures successives, pour les échantillons des deux modules cibles.

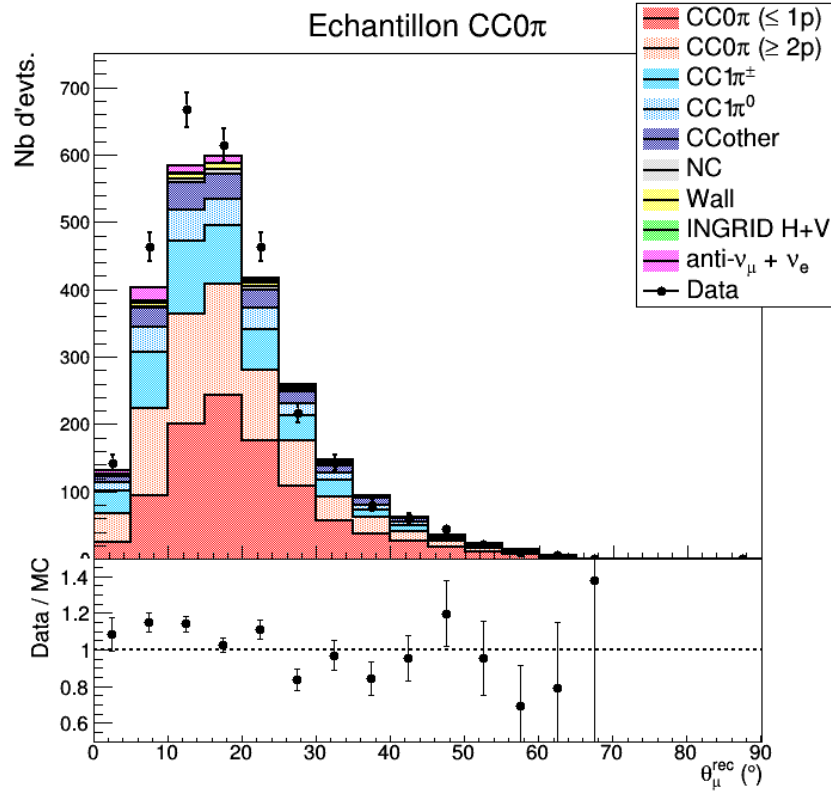


FIGURE C.18 – Echantillon $CC0\pi$ dans le WaterModule en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace du muon.

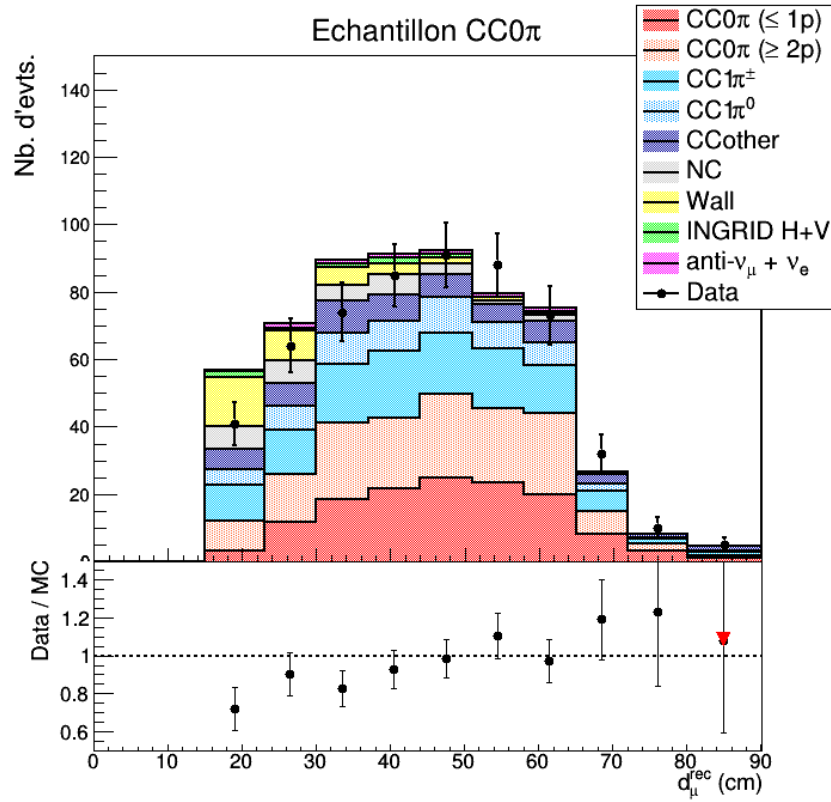


FIGURE C.19 – Echantillon $CC0\pi$ dans le WaterModule en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

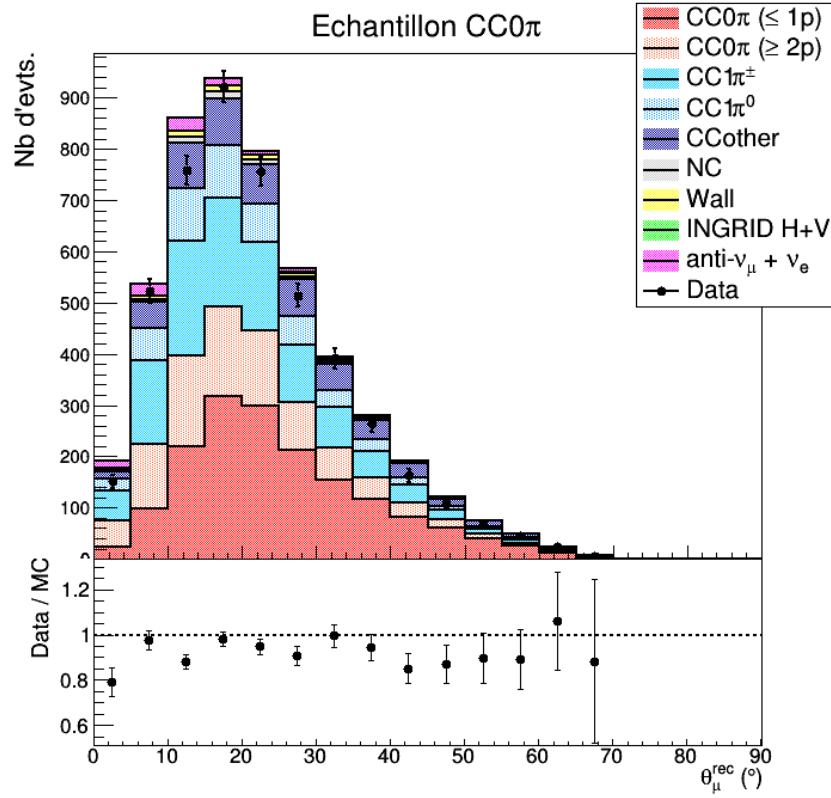


FIGURE C.20 – Echantillon CC0 π dans le Proton Module en fonction de l'angle θ_μ^{rec} de la trace du muon.

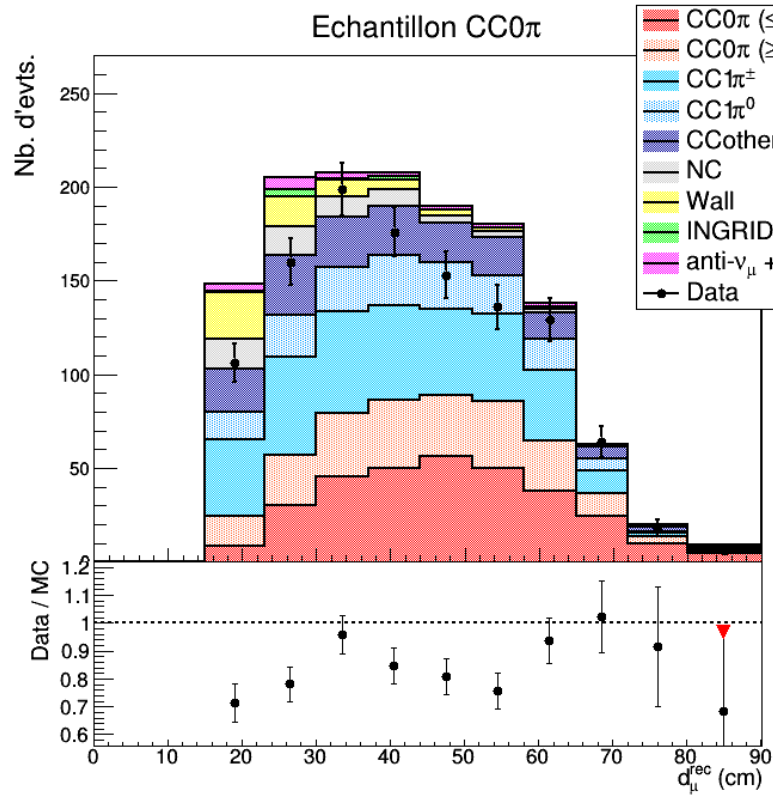


FIGURE C.21 – Echantillon CC0 π dans le Proton Module en fonction de la longueur en équivalent fer d_μ^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_\mu^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

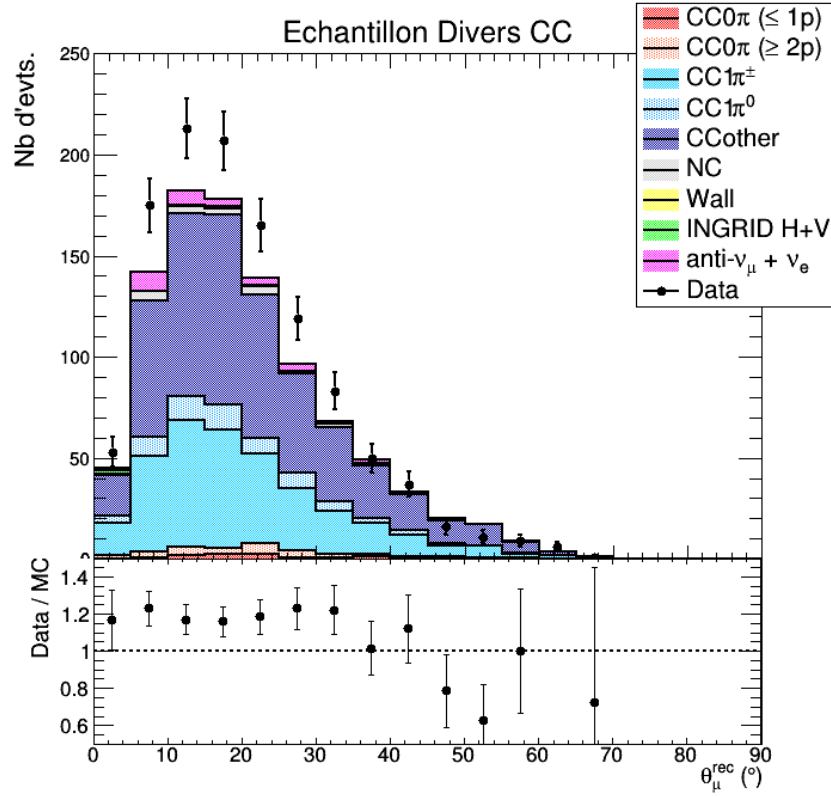


FIGURE C.22 – Echantillon Autres CC dans le WaterModule en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace du muon.

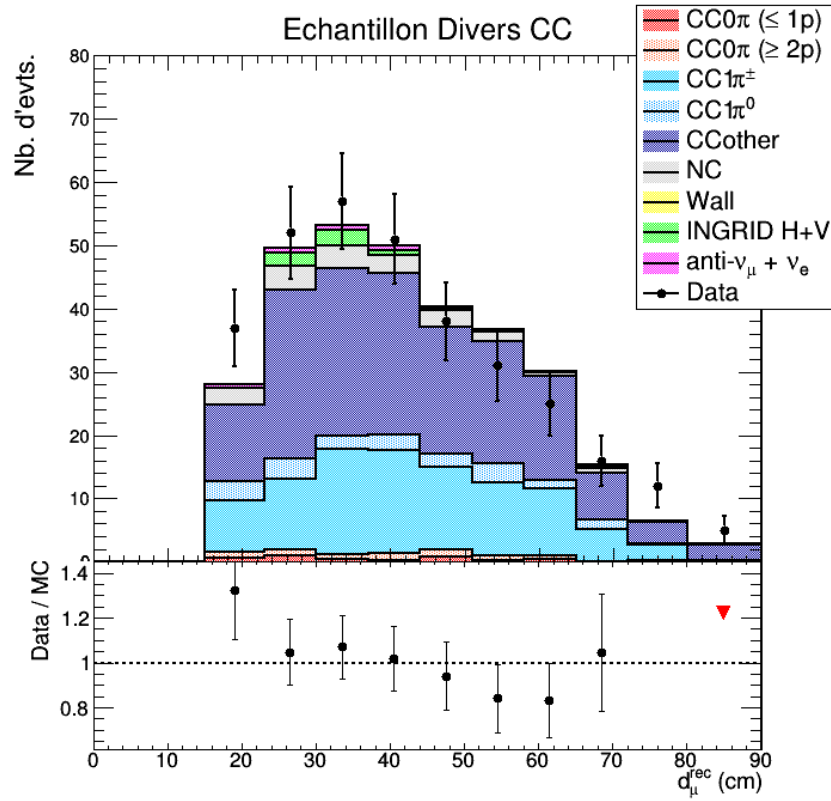


FIGURE C.23 – Echantillon Autres CC dans le WaterModule en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

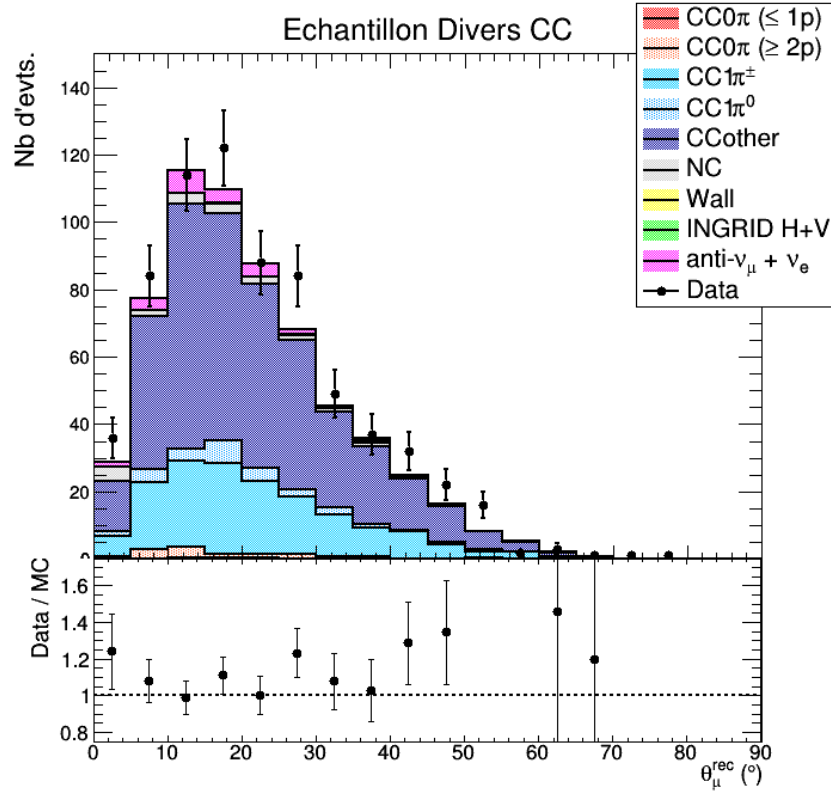


FIGURE C.24 – Echantillon Autres CC dans le Proton Module en fonction de l'angle $\theta_{\mu}^{\text{rec}}$ de la trace du muon.

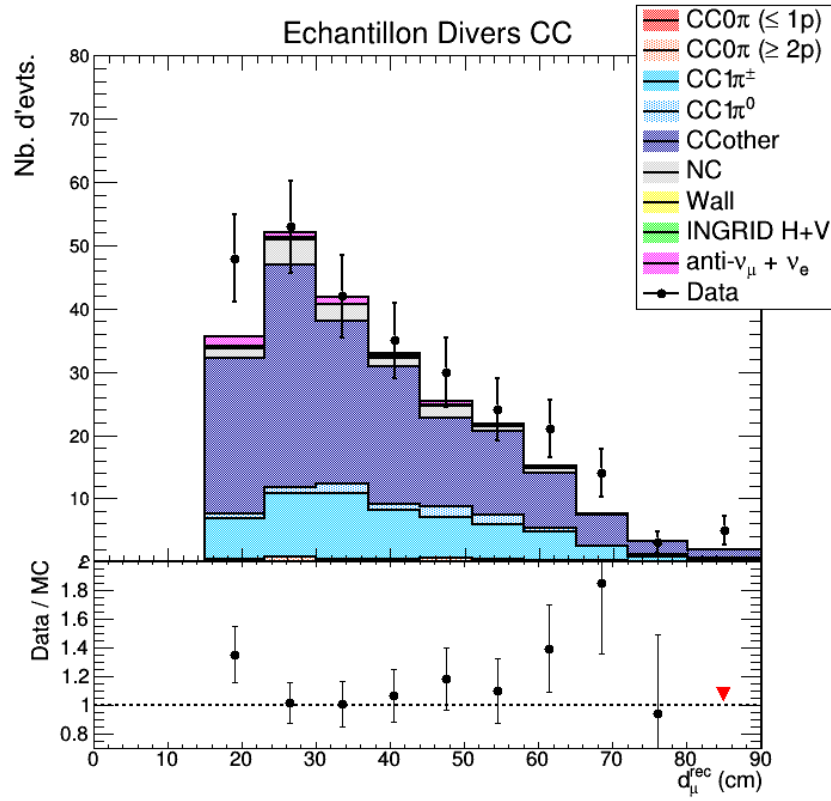


FIGURE C.25 – Echantillon Autres CC dans le Proton Module en fonction de la longueur en équivalent fer d_{μ}^{rec} de la trace du muon, pour la topologie *stopping* uniquement. Le triangle rouge montre le rapport data/MC pour la topologie *through-going*, placé à $d_{\mu}^{\text{rec}} = 85$ cm à des fins d'illustration.

Annexe D

Normalisation de la section efficace

Rappelons l'expression des sections efficaces observées pour le WaterModule et le Proton Module (dét $\in \{\text{PM}, \text{WM}\}$) :

$$\sigma_{\text{dét}} \equiv \left. \frac{d^2 \sigma_t^{\text{CC}1\pi}}{d\theta_\mu dp_\mu} \right|_{\text{dét}} = \frac{1}{\Delta\theta_\mu \Delta p_\mu} \cdot \frac{\mathbb{U}_t^{\text{dét}}(N_r^{\text{dét}})}{e_t^{\text{dét}} \times \Phi^{\text{dét}} \times T^{\text{dét}}}. \quad (\text{D.1})$$

Nous détaillons ici le calcul du flux de neutrinos incidents Φ (Section D.1) et le nombre de nucléons T dans le volume fiduciel de chaque détecteur cible (Section D.2).

D.1 Flux de neutrinos incidents

Au premier ordre, le nombre de neutrinos incidents est une fonction du nombre de POT produits par l'accélérateur de J-PARC. Regardons plus précisément ce qu'il en est. Comme le montre la Figure 2.11, le profil transverse du faisceau à la forme d'une gaussienne

$$\Phi(r) \propto e^{-r^2/2\sigma^2} \quad (\text{D.2})$$

avec $\sigma \simeq 450$ cm. Nous prenons, pour normaliser les sections efficaces, la valeur du flux moyenné sur la section transverse $\mathcal{S}_{\text{FV}}$ du volume fiduciel des détecteurs, c'est-à-dire 80×80 cm² pour le WaterModule et 100×100 cm² pour le Proton Module :

$$\langle \Phi \rangle_r \equiv \frac{1}{|\mathcal{S}_{\text{FV}}|} \int_{\mathcal{S}_{\text{FV}}} \Phi(r) d\mathcal{S}. \quad (\text{D.3})$$

Le flux moyen reçu par le WaterModule est ainsi légèrement plus élevé, puisque la section transverse de son volume fiduciel se situe plus au centre de la distribution gaussienne.

En ce qui concerne la dépendance du flux le long de la direction de propagation des neutrinos, nous avons $\Phi(z) \propto 1/z^2$. Nous allons utiliser le flux correspondant au centre du détecteur z_0 , ce qui est une très bonne approximation : en effet, si l'on note ℓ_{FV} la profondeur du volume fiduciel (dans l'axe du faisceau), le flux moyen s'écrit au premier ordre en ℓ_{FV}/z_0

$$\langle \Phi \rangle_z \equiv \frac{1}{\ell_{\text{FV}}} \int_{\text{FV}} \Phi(z) dz = \Phi(z_0) \left(1 + \frac{\ell_{\text{FV}}}{z_0} \right) \quad (\text{D.4})$$

avec $\ell_{\text{FV}}^{\text{PM}} \simeq 0.6$ m, $\ell_{\text{FV}}^{\text{WM}} \simeq 0.3$ m et $z_0 \simeq 280$ m. La déviation par rapport au flux central $\Phi(z_0)$ est donc de l'ordre de 0.1%-0.2%, ce que nous pouvons négliger.

Enfin, la position longitudinale du centre du volume fiduciel des deux détecteurs est très proche

$$|z_0^{\text{PM}} - z_0^{\text{WM}}| \simeq 2.3 \text{ cm} \ll 280 \text{ m}. \quad (\text{D.5})$$

Cette différence de position centrale amène une différence sur le flux $\Phi(z_0)$ de l'ordre de 0.02% entre les détecteurs, ce que nous négligeons également.

Les valeurs de flux sont résumées dans la Table D.1.

Détecteur cible	POT collectés	$\langle\Phi\rangle_r/10^{21}$ POT	Flux total $\langle\Phi\rangle_r$
Proton Module	5.855×10^{20}	$5.100 \times 10^{13} \nu_\mu/\text{cm}^2$	$2.986 \times 10^{13} \nu_\mu/\text{cm}^2$
WaterModule	7.243×10^{20}	$5.129 \times 10^{13} \nu_\mu/\text{cm}^2$	$3.715 \times 10^{13} \nu_\mu/\text{cm}^2$

TABLE D.1 – Flux correspondant aux données utilisées dans cette thèse pour le WaterModule (Run 8) et le Proton Module (Runs 2 à 4). La différence du flux moyen normalisé $\langle\Phi\rangle_r/10^{21}$ POT entre les deux détecteurs est uniquement due à la différence de taille de la section transverse du volume fiduciel $\mathcal{S}_{\text{FV}}$.

D.2 Nombre de nucléons cibles

Nous utilisons le nombre total de nucléons (tous éléments confondus) dans le volume fiduciel T_{PM} et T_{WM} pour obtenir les sections efficaces *observées* selon les relations (D.1). Pour extraire les sections efficaces *physiques* sur eau et plastique, nous avons également besoin du coefficient de pondération $\beta_{\text{CH}} = T_{\text{CH}}^{\text{WM}}/T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ qui nous permet d'ôter la contribution des scintillateurs à la section efficace obtenue avec le WaterModule :

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (1 + \beta_{\text{CH}}) \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{PM}}. \quad (\text{D.6})$$

Nous allons déterminer T_{PM} dans la Section D.2.1 puis T_{WM} , $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ et $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ dans la Section D.2.2. Les incertitudes associées seront calculées dans la Section D.2.3.

D.2.1 Nucléons cibles dans le Proton Module

Le volume fiduciel du Proton Module est défini de la manière suivante :

1. nous utilisons la section transverse centrale du détecteur ($100 \times 100 \text{ cm}^2$);
2. nous rejetons les évènements détectés dans les deux premières paires de plans (deux plans horizontaux, deux plans verticaux), principalement des bruits de fonds extérieurs au détecteur;
3. nous ne comptons pas les trois dernières paires de plans (trois plans horizontaux, trois plans verticaux) pour lesquelles l'efficacité de reconstruction est quasiment nulle, puisqu'il faut au moins trois hits verticaux et horizontaux pour reconstruire une trace.

Nous avons donc 13 plans horizontaux et 13 plans verticaux dans le volume fiduciel. Pour chaque plan, nous avons 12 scintillateurs de type INGRID et 16 scintillateurs de type SciBar à l'intérieur de ce volume fiduciel, c'est-à-dire au total 312 scintillateurs INGRID et 416 scintillateurs SciBar. Plus exactement, par rapport à la longueur totale de chaque scintillateurs (120.3 cm) seule une longueur de 100 cm se situe dans ce volume fiduciel, comme le montre la Figure D.1.

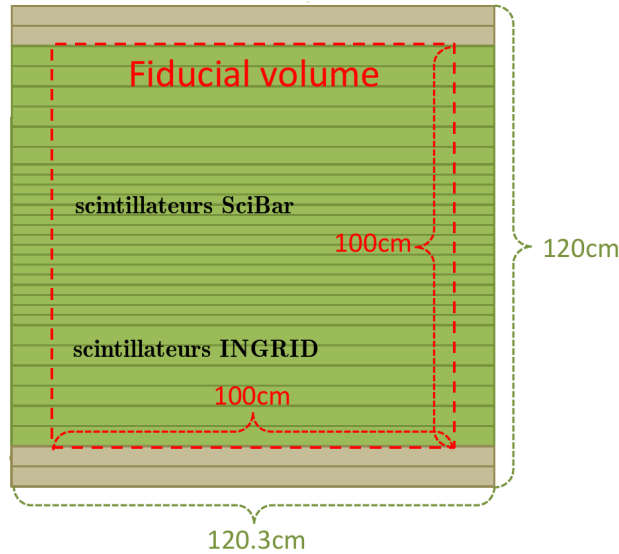


FIGURE D.1 – Schéma d'un plan de scintillateurs du Proton Module. Le cadre rouge délimite le volume fiduciel. Adapté de [93].

La masse moyenne des scintillateurs, mesurée dans [93], est de 601.1 g pour les scintillateurs de type INGRID et 392.2 g pour les scintillateurs de type SciBar. Nous avons donc, pour l'ensemble des scintillateurs de type INGRID,

$$\begin{aligned} M_{\text{PM}}^{\text{sci(Ing)}} &= 312 \times \frac{100 \text{ cm}}{120.3 \text{ cm}} \times 601.1 \text{ g} \\ &= 155.9 \text{ kg} \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

et pour les scintillateurs de type SciBar

$$\begin{aligned} M_{\text{PM}}^{\text{sci(Sci)}} &= 416 \times \frac{100 \text{ cm}}{120.3 \text{ cm}} \times 392.2 \text{ g} \\ &= 135.6 \text{ kg}. \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

En ce qui concerne la fibre optique insérée dans chaque scintillateur, nous avons $\rho_{\text{fiber}} = 1.06 \text{ g/cm}^3$ [82] et le rayon $r_{\text{fiber}} = 0.5 \text{ mm}$. Ainsi, la masse totale de fibre dans le volume fiduciel est

$$\begin{aligned} M_{\text{PM}}^{\text{fibre}} &= (312 + 416) \times (\pi \cdot r_{\text{fibre}}^2 \cdot 100 \text{ cm}) \times \rho_{\text{fibre}} \\ &= 0.60 \text{ kg} \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

et la masse fiducielle totale s'écrit

$$\begin{aligned} M_{\text{PM}} &= M_{\text{PM}}^{\text{sci(Ing)}} + M_{\text{PM}}^{\text{sci(Sci)}} + M_{\text{PM}}^{\text{fibre}} \\ &= 292.1 \text{ kg}. \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

Pour chaque élément ${}^A_Z\text{X}$, notons $\langle A \rangle_{\text{X}}$ le nombre moyen de nucléons par noyau. Nous avons naturellement un nombre de protons égal à Z ; en ce qui concerne le nombre de neutrons nous prenons la valeur moyenne en tenant compte des fractions isotopiques naturelles. Notons également η_{X} la fraction massique de l'élément X dans le volume fiduciel du détecteur et μ_{X} sa masse molaire. Le nombre de nucléons pour l'élément X dans le volume fiduciel s'écrit donc

$$T_{\text{X}} = \frac{\eta_{\text{X}} \cdot M_{\text{PM}}}{\mu_{\text{X}}} \times \mathcal{N}_A \times \langle A \rangle_{\text{X}} \quad (\text{D.11})$$

avec $\mathcal{N}_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ la constante d'Avogadro. Les valeurs de $\langle A \rangle$ et μ sont regroupées dans la Table D.2; les valeurs de η sont listées dans la Table 5.4.

Elément	Z	$\langle A \rangle$	$\mu \text{ (g/mol)}$
H	1	1.00	1.01
C	6	12.01	12.01
N	7	14.00	14.01
O	8	16.00	16.00
Si	14	28.11	28.09
Ti	22	47.92	47.87

TABLE D.2 – Propriétés atomiques des éléments des scintillateurs des détecteurs cibles.

Le nombre de nucléons total dans le volume fiduciel du Proton Module s'écrit donc

$$\begin{aligned} T_{\text{PM}} &= \mathcal{N}_A \times M_{\text{PM}} \times \sum_{\text{X}} \frac{\eta_{\text{X}}^{\text{sci}} \cdot \langle A \rangle_{\text{X}}}{\mu_{\text{X}}} \\ &= 1.756 \times 10^{29} \text{ nucléons} \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

en additionnant les contributions de tous les éléments.

D.2.2 Nucléons cibles dans le WaterModule

Le volume fiduciel du WaterModule est défini de la manière suivante :

1. nous utilisons la section transversale centrale du détecteur ($80 \times 80 \text{ cm}^2$) ;
2. nous rejetons les 5 premiers plans du détecteur (plan horiz.+grille+plan vert.+grille+plan horiz.) utilisés comme plans véto ;
3. nous ne comptons pas les 8 derniers plans (deux fois horiz.+grille+vert.+grille) pour conserver une efficacité de reconstruction élevée.

Le volume fiduciel total est donc $V_{FV} = 80 \times 80 \times 29.25 \text{ cm}^3$, comme illustré sur la Figure D.2. Il est composé d'eau et de scintillateurs.

Pour chaque plan de scintillateurs et pour chaque grille, nous avons 32 scintillateurs dans le volume fiduciel (plus exactement, sur une longueur totale de 120 cm, seulement 80 cm de ces scintillateurs sont dans le volume fiduciel). Au total, nous avons quatre plans de scintillateurs horizontaux, cinq plans de scintillateurs verticaux et dix grilles, c'est-à-dire 288 scintillateurs pour les plans et 320 scintillateurs pour les grilles.

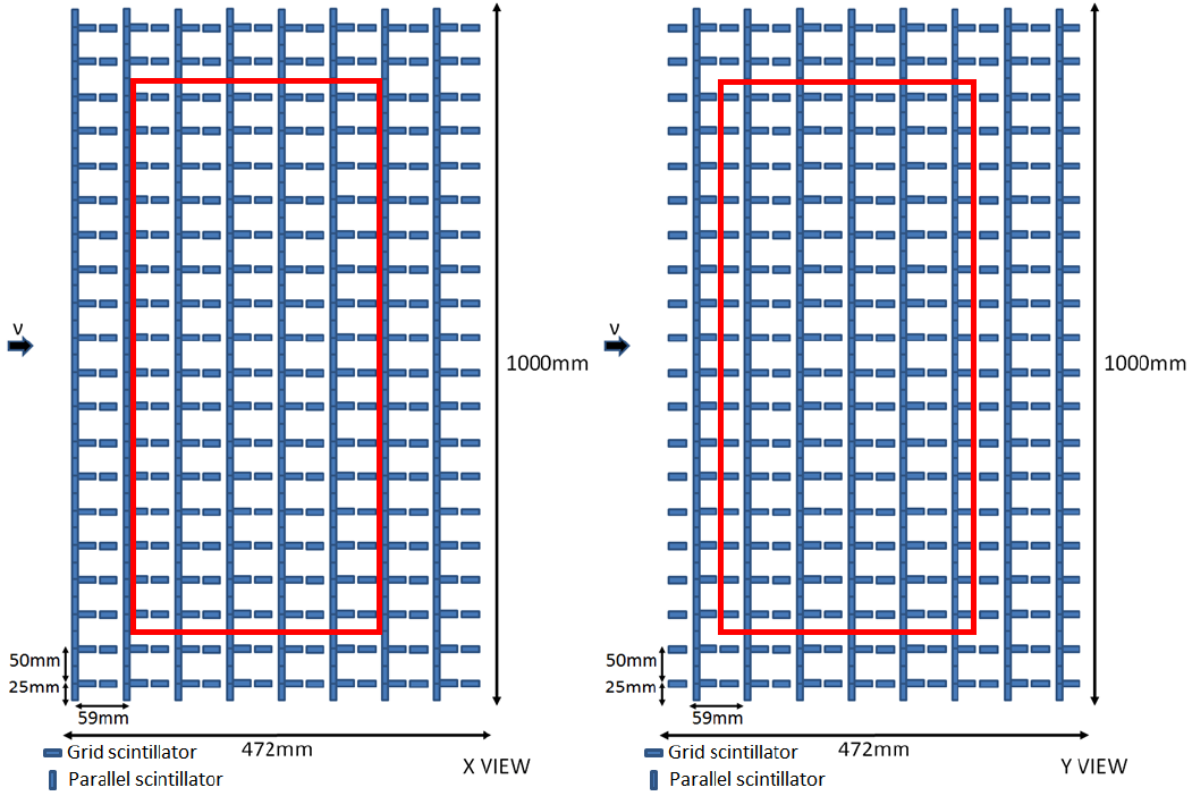


FIGURE D.2 – Structure des scintillateurs du WaterModule : vue latérale à gauche, vue du dessus à droite. Le cadre rouge délimite le volume fiduciel.

La masse moyenne des scintillateurs, mesurée dans [86], est de 77.56 g pour les scintillateurs des plans et de 74.55 g pour les scintillateurs des grilles ; leur densité est $\rho_{sci} = 1.075 \text{ g/cm}^3$. Les mesures de masse et de volume ont été effectuées après l'insertion des fibres dans les scintillateurs et tiennent ainsi compte du scintillateur, de la fibre, du ciment optique et du réflecteur optique (voir Section 3.1.1). La masse des scintillateurs des grilles est plus faible en raison des fentes nécessaires à la construction de celles-ci.

Nous avons ainsi pour l'ensemble des scintillateurs des plans

$$\begin{aligned} M_{WM}^{sci(plan)} &= 288 \times \frac{80 \text{ cm}}{102 \text{ cm}} \times 77.56 \text{ g} \\ &= 17.52 \text{ kg} \end{aligned} \quad (D.13)$$

et pour les scintillateurs des grilles

$$\begin{aligned} M_{\text{WM}}^{\text{sci(grille)}} &= 320 \times \frac{80 \text{ cm}}{102 \text{ cm}} \times 74.55 \text{ g} \\ &= 18.71 \text{ kg} \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

soit au total

$$\begin{aligned} M_{\text{WM}}^{\text{sci}} &= M_{\text{WM}}^{\text{sci(plan)}} + M_{\text{WM}}^{\text{sci(grille)}} \\ &= 36.23 \text{ kg.} \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

De la même manière que pour le Proton Module, le nombre de nucléons pour l'élément X dans le volume fiduciel (contribution des scintillateurs uniquement) s'écrit

$$T_X = \frac{\eta_X^{\text{grille}} \cdot M_{\text{WM}}^{\text{sci(grille)}} + \eta_X^{\text{plan}} \cdot M_{\text{WM}}^{\text{sci(plan)}}}{\mu_X} \times \mathcal{N}_A \times \langle A \rangle_X \quad (\text{D.16})$$

avec les valeurs de $\langle A \rangle$ et des masses molaires μ données la Table D.2 et les fractions massiques η_X^{grille} et η_X^{plan} données dans la Table 5.4. La contribution des scintillateurs au nombre total de nucléons dans le volume fiduciel s'écrit ainsi

$$T_{\text{sci}}^{\text{WM}} = \sum_X T_X = 2.181 \times 10^{28} \text{ nucléons.} \quad (\text{D.17})$$

Pour le calcul du coefficient de pondération β_{CH} nous avons besoin du nombre de nucléons $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ en comptant uniquement les noyaux CH, c'est-à-dire

$$T_{\text{CH}}^{\text{WM}} = \sum_{X \in \{\text{C}, \text{H}\}} T_X = 2.083 \times 10^{28} \text{ nucléons.} \quad (\text{D.18})$$

Calculons maintenant le nombre de nucléons $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ provenant de l'eau dans le volume fiduciel. Le volume d'eau dans le volume fiduciel du WaterModule s'écrit

$$\begin{aligned} V_{\text{H}_2\text{O}} &= V_{\text{FV}} - V_{\text{sci}} \\ &= V_{\text{FV}} - M_{\text{WM}}^{\text{sci}} \times \rho_{\text{sci}} \\ &= 148.3 \text{ } \ell \end{aligned} \quad (\text{D.19})$$

d'où l'on extrait le nombre de nucléons

$$\begin{aligned} T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}} &= \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot V_{\text{H}_2\text{O}}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} \times \mathcal{N}_A \times \langle A \rangle_{\text{H}_2\text{O}} \\ &= \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot V_{\text{H}_2\text{O}}}{2\mu_{\text{H}} + \mu_{\text{O}}} \times \mathcal{N}_A \times (2 \langle A \rangle_{\text{H}} + \langle A \rangle_{\text{O}}) \\ &= 8.918 \times 10^{28} \text{ nucléons.} \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

Enfin, nous pouvons obtenir le nombre total de nucléons dans le volume fiduciel du WaterModule

$$T_{\text{WM}} \equiv T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}} + T_{\text{sci}}^{\text{WM}} = 1.110 \times 10^{29} \text{ nucleons} \quad (\text{D.21})$$

que nous allons utiliser pour normaliser la section efficace σ_{WM} ainsi que le coefficient de pondération

$$\beta_{\text{CH}} \equiv \frac{T_{\text{CH}}^{\text{WM}}}{T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}} = 0.234 \quad (\text{D.22})$$

nécessaire à l'extraction de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$.

D.2.3 Incertitude sur le nombre de nucléons

Nous allons maintenant déterminer l'erreur associée aux nombres de nucléons T_{PM} et T_{WM} ainsi qu'au coefficient β_{CH} .

Proton Module La masse moyenne des scintillateurs est de 601.1 ± 1.2 g pour les scintillateurs de type INGRID et 392.2 ± 2.0 g pour les scintillateurs de type SciBar [93]. En suivant le calcul de la Section D.2.1, nous obtenons

$$M_{\text{PM}}^{\text{sci}} = 291.5 \pm 1.1 \text{ kg} \quad (\text{D.23})$$

c'est-à-dire une erreur de 0.4% sur T_{PM} et donc sur la normalisation de σ_{PM} .

WaterModule Pour le WaterModule la situation est plus complexe. Les incertitudes sur $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ et $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$ ont été calculées dans [86]. La Table D.3 résume la contribution de chacun des différents effets agissant sur $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ et $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$; nous référons à [86] pour davantage de détails. L'incertitude sur β_{CH} s'en déduit aisément : elle s'élève à 1.4 %.

Regardons ce qu'il en est pour l'incertitude sur le nombre total de nucléons T_{WM} . Le volume fiduciel étant de taille fixe, même si la proportion d'eau et de scintillateur change légèrement le nombre total de nucléons reste sensiblement le même. La masse totale dans le volume fiduciel s'écrit

$$M_{\text{WM}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} V_{\text{H}_2\text{O}} + \rho_{\text{sci}} V_{\text{sci}} \simeq 184.5 \text{ kg}. \quad (\text{D.24})$$

Malgré les précautions prises lors de l'assemblage et du remplissage de la cuve, il est possible que des bulles d'air soient coincées au niveau de l'entrecroisement des scintillateurs des grilles. Ainsi, le volume fiduciel total peut se décomposer comme $V_{\text{FV}} = V_{\text{H}_2\text{O}} + V_{\text{sci}} + V_{\text{air}}$ et nous avons

$$M_{\text{WM}} = \rho_{\text{H}_2\text{O}} (V_{\text{FV}} - V_{\text{air}}) + (\rho_{\text{sci}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}) V_{\text{sci}} \quad (\text{D.25})$$

avec $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{sci}} = 1.075 \text{ g/cm}^3$, $V_{\text{FV}} = 182.0 \text{ L}$, $V_{\text{sci}} = M_{\text{sci}}/\rho_{\text{sci}} = 33.7 \text{ L}$ et $V_{\text{air}} \simeq 33.6 \text{ cm}^3$.

A partir de l'équation (D.25) nous pouvons estimer la contribution de chaque source d'incertitude à l'erreur sur le nombre total de nucléons. Par exemple, une incertitude de $\delta V_{\text{sci}}/V_{\text{sci}} = 1 \%$ sur le volume des scintillateurs affecte la masse totale seulement selon

$$\frac{\delta M_{\text{WM}}}{M_{\text{WM}}} = \frac{(\rho_{\text{sci}} - \rho_{\text{H}_2\text{O}}) \cdot \delta V_{\text{sci}}}{M_{\text{WM}}} \simeq 0.01 \% \quad (\text{D.26})$$

ce qui est effectivement très faible !

Source	Incertitude	$T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$	$T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$	T_{WM}	β_{CH}
Masse des scintillateurs	0.2 %	0.2 %	0.04 %	$\sim 0 \%$	0.24 %
Volume des scintillateurs	1 %	-	0.25 %	0.01 %	0.25 %
Densité de l'eau	0.2 %	-	0.2 %	0.16 %	0.2 %
Stabilité temporelle de la densité de l'eau	0.12 %	-	0.12 %	0.10 %	0.12 %
Position des scintillateurs	1.5 mm	-	0.74 %	$\sim 0 \%$	0.74 %
Bulles d'air	33.6 cm ³	-	0.02 %	0.02 %	0.02 %
Fraction massique de réflecteur	10 %	0.24 %	-	-	0.24 %
Composition chimique du ciment optique	50 %	0.74 %	-	-	0.74 %
Composition chimique du spray noir	50 %	0.59 %	-	-	0.59 %
Composition chimique du réflecteur peint	50 %	0.45 %	-	-	0.45 %
Total		1.1 %	0.8 %	0.2 %	1.4 %

TABLE D.3 – Contributions des diverses sources d'incertitude pour le WaterModule. Adapté de [86].

Prenons un autre exemple : l'incertitude sur la fraction massique du réflecteur usiné ainsi que sur la composition chimique du ciment optique, du spray noir et du réflecteur peint modifie la composition chimique des scintillateurs (voir Table 5.4) et donc la fraction de noyaux de C et H. Ainsi, T_{CH} est modifié mais ce n'est pourtant pas le cas ni du nombre total de nucléons des scintillateurs T_{sci} qui dépend directement de la masse totale des scintillateurs, ni par conséquent du nombre total de nucléons dans le volume fiduciel $T_{\text{WM}} = T_{\text{H}_2\text{O}} + T_{\text{CH}}$.

En partant d'une erreur de 1.1 % sur $T_{\text{CH}}^{\text{WM}}$ et de 0.8 % sur $T_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{WM}}$, l'erreur sur T_{WM} et donc sur la normalisation de σ_{WM} se réduit finalement à 0.2 %.

Incertitude sur $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ Quelle incertitude obtenons-nous sur la normalisation de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$? Rappelons la relation

$$\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (1 + \beta_{\text{CH}}) \sigma_{\text{WM}} - \beta_{\text{CH}} \sigma_{\text{PM}} \quad (\text{D.27})$$

d'où l'on obtient

$$\delta\sigma_{\text{H}_2\text{O}} = (1 + \beta_{\text{CH}}) \cdot \delta\sigma_{\text{WM}} + (\sigma_{\text{WM}} - \sigma_{\text{PM}}) \cdot \delta\beta_{\text{CH}} - \beta_{\text{CH}} \cdot \delta\sigma_{\text{PM}}. \quad (\text{D.28})$$

Les incertitudes sur β_{CH} , σ_{WM} et σ_{PM} s'ajoutent en quadrature et l'on obtient une erreur sur la normalisation de $\sigma_{\text{H}_2\text{O}}$ de 0.3 %.

Bibliographie

- [1] W. PAULI. *Liebe Radioaktive Damen und Herren*. Lettre du 4 décembre 1930 adressée pour lecture au congrès des physiciens de Thübingen (Allemagne).
- [2] C.L. COWAN *et al.* Detection of the free neutrino : A Confirmation. *Science*, 124, 103-104, 1956.
- [3] G. DANBY *et al.* Observation of High Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* **9**, 36-44, 1962.
- [4] K. KODAMA *et al.* Observation of tau-neutrinos interactions. *Phys. Lett.* **B504**, 218-224, 2001.
- [5] E. MAJORANA. Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Nuovo Cimento* **14**, 1937.
- [6] Y. FUKUDA *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration). Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1562, 1998.
- [7] Q.R. AHMAD *et al.* (SNO Collaboration). Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by ^8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.* **87**, 071301, 2001.
- [8] M. MARTINI *et al.* Unified approach for nucleon knock-out and coherent and incoherent pion production in neutrino interactions with nuclei. *Phys. Rev.* **C80**, 065501, 2009.
- [9] J. NIEVES *et al.* Inclusive charged-current neutrino-nucleus reactions. *Phys. Rev.* **C83**, 045501, 2009.
- [10] K.M. GRACZYK and J.T. SOBCHYK. Lepton mass effects in weak charged current single pion production. *Phys. Rev.* **D77**, 053003, 2008.
- [11] Ch. BERGER and L.M. SEHGAL. Partially conserved axial vector current and coherent pion production by low energy neutrinos. *Phys. Rev.* **D79**, 053003, 2009.
- [12] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). The T2K Experiment. arXiv : 1106.1238v2 [physics.ins-det], 2011.
- [13] A. BLONDEL *et al.* The WAGASCI experiment at J-PARC to measure neutrino cross-sections on water. *PoS (EPS-HEP2015)*, 292, 2015.
- [14] B. PONTECORVO. Nuclear Capture of Mesons and the Meson Decay. *Phys. Rev.* **72**, 246, 1947.
- [15] J. STEINBERGER. On the Range of the Electrons in Meson Decay. *Phys. Rev.* **75**, 1136, 1949.
- [16] T.D. LEE and C.N. YANG. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Phys. Rev.* **104**, 254, 1956.
- [17] C.S. WU *et al.* Experimental test of Parity Conservation in Beta Decay. *Phys. Rev.* **105**, 1413, 1957.
- [18] A. LESOV. The Weak Force : From Fermi to Feynman. arXiv : 0911.0058v1 [physics.hist-ph], 2012.
- [19] S.L. GLASHOW. Partial symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.* **22**, 579-588, 1961.
- [20] A. SALAM and J.C. WARD. Electromagnetic and weak interactions. *Phys. Lett.* **13**, 168-171, 1964.
- [21] S. WEINBERG. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1264-66, 1967.

- [22] T. NAKANO and K. NISHIJIMA. Charge Independence for V-particles. *Prog. Theor. Phys.* **10**, 581-582, 1953.
- [23] M. GELL-MANN. The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets. *Nuovo Cimento* **4 S2**, 848-866, 1955.
- [24] M. TANABASHI *et al.* (Particle Data Group). 2018 Review of Particle Physics. *Phys. Rev.* **D98**, 030001, 2018.
- [25] F. ENGLERT and R. BROUT. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Bosons. *Phys. Rev. Lett.* **13**, 321-323, 1964.
- [26] P.W. HIGGS. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons. *Phys. Rev.* **145**, 1156-1163, 1966.
- [27] The ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.* **B716**, 1-29, 2012.
- [28] The CMS Collaboration. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett.* **B716**, 30-61, 2012.
- [29] H. YUKAWA. On the Interaction of Elementary Particles. *Proc. Phys. Math. Soc. Japan*, 17 48, 1935.
- [30] F. AN *et al.* Neutrino Physics with JUNO. *J. Phys.* **G43**, 030401, 2016.
- [31] P. PAGANINI. *An introduction to the Standard Model of Particle Physics*. Ecole Polytechnique, 2018.
- [32] C. GIUNTI and C.W. KIM. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007.
- [33] B. AHARMIM *et al.* (SNO Collaboration). Combined analysis of all three phases of solar neutrino data from the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev.* **C88**, 025501, 2013.
- [34] K. ABE *et al.* (The Super-Kamiokande Collaboration). Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande-IV. *Phys. Rev.* **D94**, 052010, 2016.
- [35] M.G. AARTSEN *et al.* (IceCube Collaboration). Determining neutrino oscillation parameters from atmospheric muon neutrino disappearance with three years of IceCube DeepCore data. *Phys. Rev.* **D91**, 072004, 2015.
- [36] A. GANDO *et al.* (The KamLAND collaboration). Reactor On-Off Antineutrino Measurement with KamLAND. *Phys. Rev.* **D88**, 033001, 2013.
- [37] F.P. AN *et al.* (The Daya Bay Collaboration). New measurement of θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay. *Phys. Rev.* **D93**, 072011, 2016.
- [38] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). Measurement of neutrino and antineutrino oscillations by the T2K experiment including a new additional sample of ν_e interactions at the far detector. *Phys. Rev.* **D96**, 092006, 2017.
- [39] P. ADAMSON *et al.* (The MINOS Collaboration). Combined Analysis of ν_μ Disappearance and $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Appearance in MINOS Using Accelerator and Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 191801, 2014.
- [40] P. ADAMSON *et al.* (The NOvA Collaboration). First measurement of muon-neutrino disappearance in NOvA. *Phys. Rev.* **D93**, 051104(R), 2016.
- [41] S.P. MIKHEYEV and A.Yu. SMIRNOV. Resonant Amplification of ν Oscillations in Matter and Solar-Neutrino Spectroscopy. *Nuovo Cimento* **C9**, 17, 1986.
- [42] Intranet de l'expérience T2K <http://t2k.org/docs/plots>.
- [43] Site web <http://www.elementschimiques.fr/?fr/proprietes/abondances/abondance-dans-la-croûte-terrestre>.

- [44] J. ARAFUNE, M. KOIKE, and J. SATO. CP Violation and Matter Effects in Long Baseline Neutrino Oscillation Experiments. *Phys. Rev. D* **56**, 3093-3099, 1997.
- [45] K. HAGIWARA, N. OKAMURA, and K. SENDA. The earth matter effects in neutrino oscillation experiments from Tokai to Kamioka and Korea. *J. High Energ. Phys.* **09**, 082, 2011.
- [46] J.A. FORMAGGIO and G.P. ZELLER. From eV to EeV : Neutrino cross sections across energy scales. *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1307, 2012.
- [47] S.M. BILENKY. *Basics of Introduction to Feynman diagrams and Electroweak Interactions Physics*. Editions Frontières, 1994.
- [48] V. KOCH. Introduction to Chiral Symmetry. arXiv : nucl-th/9512029, 1995.
- [49] M.L. GOLDBERGER and S.B. TREIMAN. Form Factors in β Decay and μ Capture. *Phys. Rev.* **111**, 354, 1958.
- [50] R. FEYNMAN, M. KISLINGER, and F. RAVNDAL. Current Matrix Elements from a Relativistic Quark Model. *Phys. Rev. D* **3**, 11, 1971.
- [51] F. RAVNDAL. Weak Production of Nuclear Resonances in a Relativistic Quark Model. *Nuovo Cimento* **18A**, 1973.
- [52] D. REIN and L.M. SEHGAL. Neutrino-Excitation of Baryon Resonances and Single Pion Production. *Annals of Physics* **133**, 79-153, 1981.
- [53] K.M. GRACZYK and J.T. SOBCZYK. Form factors in the quark resonance model. *Phys. Rev. D* **79**, 079903(E), 2009.
- [54] S.K. SINGH. *Quasielastic Neutrino Nucleus Scattering*. Cours donné à l'école d'été NuSTEC, Okayama, 2015.
- [55] E.J. MONIZ *et al.* Nuclear Fermi Momenta from Quasielastic Electron Scattering. *Phys. Rev. Lett.* **26**, 445, 1971.
- [56] J. ZMUDA. *Constructing Efficient Monte Carlo Generators*. Cours donné à l'école d'été VANISH, Valence, 2014.
- [57] Y. HAYATO. A neutrino interaction simulation program library NEUT. *Acta Phys. Polon.* **B40**, 2477-2489, 2009.
- [58] D. REIN and L.M. SEHGAL. Coherent π^0 production in neutrino reactions. *Nucl. Phys.* **B223**, 29-44, 1983.
- [59] P. DE PERIO, Y. HAYATO, and R. TACIK. *NEUT nuclear effects (FSI)*. Note technique n°33 de la collaboration T2K, 2012.
- [60] A. BERCELLIE *et al.* *Cross section parameters for the 2014 oscillation analysis*. Note technique n°192 de la collaboration T2K, 2015.
- [61] P. RODRIGUES, A. BERCELLIE, and K. MCFARLAND. *Tuning the NEUT resonance model*. Note technique n°197 de la collaboration T2K, 2014.
- [62] M. DUNKMAN *et al.* *Updated Recommendations of the 2015 NIWG Parameters*. Note technique n°265 de la collaboration T2K, 2016.
- [63] N. ABGRALL *et al.* (The NA61/SHINE Collaboration). Measurements of $\pi^\pm$ differential yields from the surface of the T2K replica target for incoming 31 GeV/c protons with the NA61/SHINE spectrometer at the CERN SPS. *Eur. Phys. J.* **C76** n° 11, 617, 2016.
- [64] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). The T2K Neutrino Flux Prediction. *Phys. Rev. D* **87**, 012001, 2013.
- [65] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). Measurement of the single π^0 production rate in neutral current neutrino interaction on water. *Phys. Rev. D* **97**, 032002, 2018.
- [66] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). First measurement of the ν_μ charged-current cross section on a water target without pion in the final state. *Phys. Rev. D* **97**, 012001, 2018.

- [67] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). First measurement of the muon neutrino charged current single pion production cross section on water with the T2K near detector. *Phys. Rev.* **D95**, 012010, 2017.
- [68] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). Combined Analysis of Neutrino and Antineutrino Oscillations at T2K. *Phys. Rev. Lett.* **118**, 151801, 2017.
- [69] F. GIZZARELLI *et al.* *Measurement of the ν_μ $CC0\pi$ oxygen over carbon cross-section ratio in the FGD2*. Note technique n°305 de la collaboration T2K, 2017.
- [70] C. BRONNER. *Contribution à la caractérisation du faisceau de neutrinos de l'expérience T2K avec le détecteur proche INGRID*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2011.
- [71] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). Measurement of the T2K neutrino beam properties using the INGRID on-axis near detector. *Nucl. Instrum. Meth.* **A694**, 211-223, 2012.
- [72] K. ABE *et al.* (The T2K Collaboration). Measurement of the ν_μ charged current quasi-elastic cross section on carbon with the T2K on-axis neutrino beam. *Phys. Rev.* **D91**, 112002, 2015.
- [73] K.S. HIRATA *et al.* Experimental study of the atmospheric neutrino flux. *Phys. Lett.* **B205**, 416, 1988.
- [74] Y. FUKUDA *et al.* Atmospheric ν_μ/ν_e ratio in the multi-GeV energy range. *Phys. Lett.* **B335**, 237-245, 1994.
- [75] K.S. HIRATA *et al.* Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A. *Phys. Rev.* **D38**, 448-458, 1988.
- [76] J. HIGNIGHT *et al.* *Super-Kamiokande Events and Data Quality Studies for T2K Run 4*. Note technique n°148 de la collaboration T2K (supplément), 2014.
- [77] K. ABE *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration). Evidence for the Appearance of Atmospheric Tau Neutrinos in Super-Kamiokande. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 181802, 2013.
- [78] M. ANTONOVA *et al.* The Baby MIND muon spectrometer for the J-PARC T59 (WAGASCI) experiment. *PoS (EPS-HEP2017)*, 508, 2017.
- [79] M. ANTONOVA *et al.* Baby MIND : A magnetized spectrometer for the WAGASCI experiment. arXiv : 1704.08079v1 [physics.ins-det], 2017.
- [80] Wikipédia, URL : <https://en.wikipedia.org/wiki/2,5-Diphenyloxazole>.
- [81] Wikipédia, URL : <https://fr.wikipedia.org/wiki/POPOP>.
- [82] Notice technique de la société Kuraray. *Plastic scintillator fibers*.
- [83] Notice technique de la société Hamamatsu. *MPPC, MPPC modules*.
- [84] B. QUILAIN. *Measurement of the muon neutrino cross section through charged-current interactions and search for Lorentz invariance violation at the T2K experiment*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2014.
- [85] M. LICCIARDI and B. QUILAIN. *Charge and time calibration of the INGRID WaterModule*. Note technique n°361 de la collaboration T2K, 2018.
- [86] T. KOGA *et al.* *Measurements of the flux averaged inclusive ν_μ charged current cross section on H_2O and cross-section ratios between H_2O , CH and Fe at on-axis*. Note technique n°322 de la collaboration T2K, 2017.
- [87] J. BERINGER *et al.* (Particle Data Group). Passage of particles through matter. *Chin. Phys.* **C40**, 100001 (2016) and 2017 update.
- [88] G. D'AGOSTINI. A Multidimensional unfolding method based on Bayes' theorem. *Nucl. Instrum. Meth.* **A362**, 1995.
- [89] C. ANDREOPOULOS *et al.* The GENIE Neutrino Monte Carlo Generator. *Nucl. Instrum. Meth.* **A614**, 87-104, 2010.

- [90] M. KUUSELA. Statistical issues in unfolding methods for high energy physics. Master's thesis, Aalto University, 2012.
- [91] M. KUUSELA. *Introduction to Unfolding Methods*. Présentation donnée au T2K Workshop on Neutrino Cross Sections, Tokai, 2016.
- [92] B. QUILAIN and M. LICCIARDI. *Measurement of the numu cross-section on hydrocarbon and water through the $CC0\pi$ channel using the on-axis detectors*. Note technique n°204 de la collaboration T2K, 2018.
- [93] T. KIKAWA *et al.* *Measurements of the flux averaged CC inclusive cross section with INGRID and Proton Module*. Note technique n°160 de la collaboration T2K, 2013.
- [94] M. LICCIARDI and B. QUILAIN. *Differential measurement of the ν_μ - $CC1\pi$ cross section on H_2O and CH and of the H_2O/CH cross-section ratio using on-axis detectors*. Note technique n°352 de la collaboration T2K, 2018.
- [95] J.B. BIRKS. Scintillation from Organic Crystals : Specific Fluorescence and Relative Response to Different Radiations. *Proc. Phys. Soc.* **A64**, 874-877, 1951.
- [96] T. KIKAWA *et al.* *Measurement of the ν_μ charged current quassi-elastic cross section with the Proton Module*. Note technique n°181 de la collaboration T2K, 2015.
- [97] L.L. SALCEDO *et al.* Computer simulation of inclusive pion nuclear reactions. *Nucl. Phys.* **A484**, 557-592, 1988.
- [98] R. CASTILLO and F. SÁNCHEZ. *Measurement of the ν_μ $CC1\pi^+$ Cross Section on CH using the near detector*. Note technique n°199 de la collaboration T2K, 2016.
- [99] C.L. MCGIVERN *et al.* (MINERvA Collaboration). Cross sections for ν_μ and $\bar{\nu}_\mu$ induced pion production on hydrocarbon in the few-GeV region using MINERvA. *Phys. Rev.* **D94**, 052005, 2016.
- [100] A.A. AGUILAR-AREVALO *et al.* (MiniBooNE Collaboration). Measurement of neutrino-induced charged-current charged pion production cross sections on mineral oil at $E_\nu \sim 1$ GeV. *Phys. Rev.* **D83**, 052007, 2011.
- [101] T. GOLAN, J.T. SOBCHYK, and J. ZMUDA. NuWro : the Wroclaw Monte Carlo Generator of Neutrino Interactions. *Nucl. Phys. B – Proc. Suppl.*, 229-232, 449, 2012.
- [102] P.A. RODRIGUES. Comparing pion production models to MiniBooNE data. arXiv : 1402.4709v1 [hep-ex], 2014.
- [103] A.A. AGUILAR-AREVALO *et al.* (MiniBooNE Collaboration). First measurement of the muon neutrino charged current quasielastic double differential cross section. *Phys. Rev.* **D81**, 092005, 2010.
- [104] L. BELLANTONI and P. RUBINOV. *Bench test of First TRIP-t prototypes*. D0 note 4845.

Titre : Etude de la production d'un pion lors de l'interaction de neutrinos muoniques avec le nouveau détecteur WAGASCI au Japon

Mots clés : T2K, WAGASCI, physique des neutrinos, section efficace, production d'un pion, unfolding

Résumé : L'expérience Tokai-to-Kamioka (T2K), située au Japon, étudie les oscillations des neutrinos et anti-neutrinos muoniques. Elle se donne pour objectif de mesurer les paramètres de la matrice de mélange, en particulier l'angle de mélange θ_{13} et la phase de violation de la symétrie CP. L'incertitude principale sur ces mesures provient de la méconnaissance des interactions des neutrinos avec les noyaux des divers matériaux composant les détecteurs. Afin de réduire ces erreurs systématiques, le détecteur WAGASCI, composé d'un réseau de barres de scintillateurs dans une cuve d'eau, a été construit et installé en 2016 sur le site de J-PARC à Tokai.

Nous présentons dans cette thèse le phénomène d'oscillation des neutrinos et les effets nucléaires qui permettent de décrire les interactions entre neutrinos et noyaux. Nous illustrons également la construction du premier module WAGASCI – appelé le WaterModule – effectuée à l'automne 2015 ainsi que les études d'étalonnage de la réponse en énergie du détecteur.

Les données collectées avec le WaterModule sont

ensuite utilisées pour mesurer la section efficace des interactions par courant chargé des neutrinos muoniques produisant un pion dans l'état final (canal $CC1\pi$). Nous présentons ainsi les étapes menant à cette mesure : l'identification des particules, la sélection d'un échantillon d'événements candidats puis l'étude des incertitudes statistiques et systématiques. Pour extraire la section efficace en fonction de l'angle et de l'impulsion du muon, nous utilisons une méthode statistique (unfolding) itérative pour laquelle un critère de convergence doit être établi ; nous présentons cette méthode ainsi qu'un moyen de construire un critère de convergence dicté par les données.

Nous obtenons une mesure inférieure aux prédictions des générateurs NEUT (1.4σ) et GENIE (3.5σ). Notre mesure de la section efficace $CC1\pi$ sur une cible d'eau est la plus précise jamais obtenue ; comme l'ensemble des mesures effectuées avec le détecteur WAGASCI, elle contribuera à réduire de manière significative les incertitudes systématiques de l'expérience T2K, ouvrant la voie à la mesure de la phase de violation de la symétrie CP.

Title : Study of single pion production in muon neutrino interactions with the new WAGASCI detector in Japan

Keywords : T2K, WAGASCI, neutrino physics, cross section, single pion production, unfolding

Abstract : The Tokai-to-Kamioka experiment (T2K), located in Japan, studies oscillations of muon neutrinos and antineutrinos. It aims to measure neutrino mixing parameters, such as the mixing angle θ_{13} and the CP-symmetry violating phase. The principal uncertainty on these measurements relates to the limited knowledge on neutrino-nucleus interactions on various target materials in the detectors. In order to reduce these systematic uncertainties, the WAGASCI detector – a lattice of scintillator bars in a water tank – has been built and installed in 2016 at J-PARC (Tokai, Japan).

In this thesis we introduce neutrino oscillations alongside the nuclear effects required to describe how neutrinos interact with nuclei. We also show how the first WAGASCI module, the so-called WaterModule, was built in autumn 2015 in Tokai. The charge calibration of the WaterModule is also presented.

The first WaterModule data are used to measure the

muon neutrino charged-current cross section with one charged pion in the final state ($CC1\pi$ channel). We detail the steps leading to this measurement: the particle identification; the selection of $CC1\pi$ -candidate events; and the study of statistical and systematic uncertainties. To extract the double differential cross section with respect to muon momentum and angle, we use an iterative unfolding approach that requires a convergence criterion. We present this method and a way to build a data-driven convergence criterion.

We measure a cross section that is below the prediction of the NEUT (1.4σ) and GENIE (3.5σ) generators. We provide the most precise measurement of the $CC1\pi$ cross section on a water target. This measurement, as well as all coming measurements from the full WAGASCI detector, will contribute to significantly reduce the systematic errors for the T2K experiment. We will thus take a step further towards the measurement of the CP-symmetry violating phase.

